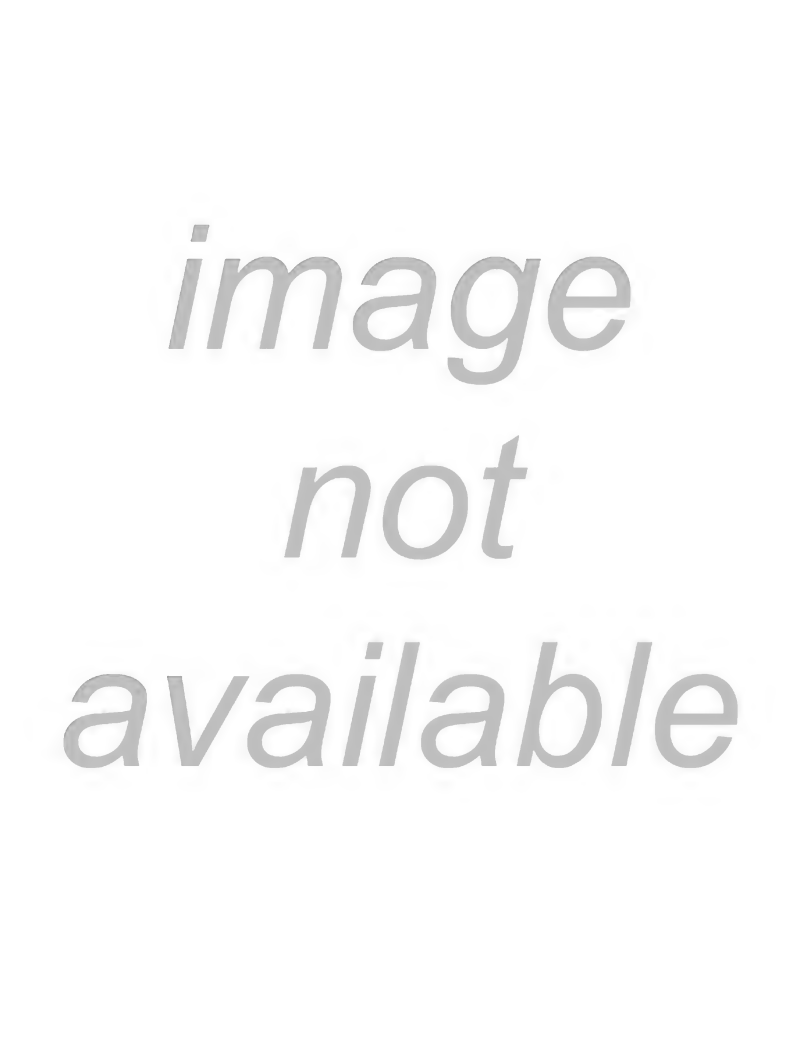


image
not
available

FONDO PIZZOFALCONE

9. C. 83

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio

Palchetto

Num.° d' ordine

NAZIONALE
B. Prov.
I
800
NAPOLI
R. BIBLIOTECA
VITT. EM. III

B. P.
I
800

60669 67 SBN

TRAITÉ

THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTAL

D'HYDRODYNAMIQUE.

Par Charles Bossut, Membre de l'Institut National des Sciences et des Arts, Examinateur des Elèves du Corps Militaire du Génie, etc.

NOUVELLE ÉDITION,

Corrigée et considérablement augmentée.

TOME SECOND.

A PARIS,

Chez Laran, Libraire, au Palais Egalité, galerie du côté de la rue des Bons-Enfans, N°. 181.

L'AN IV DE LA RÉPUBLIQUE.

HYDRODYNAMIQUE.

Expériences et Réflexions sur les principaux objets de l'Hydrodynamique.

APRÈS avoir exposé la Théorie générale de l'Hydrodynamique, je me propose d'en comparer les résultats capitaux avec l'expérience, afin que ces deux bases des sciences Physico-mathématiques puissent ici s'éclaircir ou se suppléer mutuellement, lorsqu'on voudra passer de la spéculation à la pratique.

Les loix de l'équilibre des fluides sont simples, incontestables, et suffisamment démontrées par une multitude d'expériences qu'il étoit inutile de répéter. Il ne s'agira donc ici que du mouvement des fluides.

HYDRAULIQUE EXPÉRIMENTALE.

CHAPITRE PREMIER.

Expériences préparatoires à celles qui concernent l'écoulement des fluides par des orifices.

450. UN des premiers et plus importans Problèmes de l'Hydraulique, est de déterminer la quantité de liqueur qui sort par l'orifice d'un vase en un certain temps. Or le mouvement du fluide, à la sortie de l'orifice, est évidemment lié avec celui qu'il a dans l'intérieur du vase. Commençons donc par examiner la route que tiennent les particules d'un fluide en mouvement dans un vase, avant que de parvenir à l'orifice; ensuite nous considérerons la forme que la veine fluide prend au sortir du même orifice. Ces deux élémens serviront de base à la connoissance générale des écoulemens.

451. Pour bien voir ce qui se passe dans l'intérieur d'une masse fluide en mouvement, j'ai fait faire un vase cylindrique de verre *ADCB* (*Fig.* 1 et 2),

dont la hauteur est d'environ 17 pouces, et le diamètre de $5\frac{1}{2}$ pouces. Au fond et sur l'un des côtés sont deux ouvertures M et N, auxquelles on peut adapter des ajutages de différens diamètres. Ce vase est porté à hauteur d'appui par deux chevilles horizontales fichées à un poteau vertical. Les ajutages sont percés bien perpendiculairement dans des plaques de cuivre de $\frac{1}{2}$ ligne d'épaisseur.

EXPÉRIENCE I.

452. Le vase $ADCB$ (*Fig.* 1), ayant été rempli d'eau à la hauteur de 16 pouces au-dessus du fond, on a permis l'écoulement par un ajutage horizontal M, de 4 lignes de diamètre. On entretenoit le vase constamment plein à la hauteur proposée, en y versant, aussi légèrement qu'il étoit possible, de l'eau avec une cruche : l'ébranlement que cette eau provisionnelle occasionnoit à la surface étoit peu sensible. Cela posé, on a observé que des corpuscules étrangers, comme de la limaille, des petits morceaux d'ardoise pilée, etc. mêlés dans l'eau, se dirigeoient vers l'orifice. Ils descendent d'abord suivant des directions verticales; mais lorsqu'ils sont parvenus en OH, à la distance de 3 ou 4 pouces du fond, ils se détournent visiblement de cette direction, et viennent de tous côtés, suivant des mouvemens plus ou moins obliques, gagner l'orifice.

La même expérience répétée avec d'autres ajutages, a donné les mêmes résultats à-peu-près.

Il en est de même lorsque l'eau sort par une ou-

verture latérale *N* (*Fig.* 2): toutes les particules ont une tendance vers l'orifice, comme il est représenté dans la *Fig* 2.

EXPÉRIENCE II.

453. Après avoir fait remplir d'eau le vase *ADCB* (*Fig.* 1), à la hauteur de 16 pouces, on a permis l'écoulement par un orifice horizontal *M* de quatre lignes de diamètre, sans fournir de nouvelle eau. La surface du fluide, en s'abaissant, est demeurée horizontale jusqu'à la distance d'environ 6 lignes de l'orifice. A cette hauteur, il s'est formé à la surface une espèce de petit *entonnoir* creux, dont la pointe répondoit au centre de l'orifice. La cavité de cet entonnoir s'est agrandie de plus en plus, et vers la fin de l'écoulement l'eau glissoit sur l'arête de l'orifice en forme de *nappe*. La tendance de toutes les particules vers l'orifice s'est manifestée comme ci-devant.

La même expérience répétée avec un ajutage de 8 lignes de diamètre, a donné les mêmes résultats. Seulement il m'a paru que l'entonnoir commençoit à se former à un peu moins de 6 lignes de distance à l'orifice.

Lorsque le vase se vide par une ouverture verticale *N* (*Fig.* 2), la surface de l'eau demeure sensiblement horizontale, tant qu'elle a une certaine hauteur au-dessus de l'orifice; mais quand elle est prête d'en toucher le bord supérieur, on la voit s'incliner un peu de ce côté. Il se forme en longueur

un petit enfoncement dans la direction de l'orifice; mais cette espèce de demi-entonnoir n'est pas, à beaucoup près, si sensible que dans les écoulemens par des orifices horizontaux.

Tous les jours on est à portée d'observer les mêmes choses dans des pièces d'eau, ou dans d'autres grands réservoirs. La surface de l'eau s'abaisse ou s'incline un peu vers l'ouverture par où se fait l'écoulement.

RÉFLEXIONS.

454. La tendance universelle des particules fluides vers l'orifice, est une suite nécessaire de leur parfaite mobilité; car il est évident qu'elles doivent se diriger vers le point qui résiste le moins aux forces dont elles sont pressées, sous une profondeur déterminée. Or l'endroit de l'orifice est ce point de la moindre résistance : donc, etc.

455. Les particules qui sortent, sont continuellement suivies par d'autres qui les remplacent de proche en proche; mais on conçoit que ce remplacement ne peut pas se faire dans un instant indivisible. Ainsi, à parler dans la rigueur géométrique, dès le premier moment de l'écoulement, il doit se former quelque part à la surface un petit enfoncement vers lequel les particules environnantes ont une tendance à peu-près pareille à celle qu'un corps posé sur un plan incliné a pour descendre, quelque petite que puisse être l'inclinaison de ce plan. Lorsque l'eau a une certaine profondeur, l'enfoncement dont il s'agit ne doit pas paroître sensible, parce que les

particules inférieures, pressées par les supérieures, sont portées rapidement dans la direction de l'écoulement, et que de proche en proche elles entraînent les particules contiguës, en vertu de leur ténacité réciproque. Le parallélisme de la surface est donc alors à peu-près le même que si le fluide étoit en repos; mais à mesure que la surface de l'eau s'abaisse, les particules se succèdent les unes aux autres avec moins de vivacité, et l'entonnoir devient sensible. Dans les écoulemens par des orifices horizontaux, la pression de l'air tend à l'agrandissement de l'entonnoir : en effet l'atmosphère presse par son poids la surface de l'eau; la colonne verticale d'air qui répond à l'orifice, s'insinue dans le petit creux ou entonnoir qui se forme dans le même endroit. Cette colonne seroit contrebalancée par l'effort contraire de la colonne d'air placée au-dessous de l'orifice, si celle-ci déployoit librement toute son action; mais comme l'eau, en tombant, repousse l'air et détruit une petite partie de sa réaction, la première colonne doit l'emporter un peu sur la seconde : d'où l'on voit que, si les particules qui accourent de tous côtés vers l'orifice pour fournir à l'écoulement, n'ont pas assez de vîtesse pour empêcher l'effet de cette inégalité de pression des deux colonnes dont on vient de parler, l'entonnoir s'agrandira; et qu'il s'agrandira d'autant plus que la surface de l'eau s'abaissera davantage, et que par conséquent les vîtesses des particules diminueront. Il n'en est pas de même dans les écoulemens par des orifices verticaux, parce

qu'alors il n'y a pas de colonne d'air qui pousse l'eau vers l'orifice. Nous n'avons pas besoin d'ajouter que, dans les écoulemens par des orifices inclinés, la formation de l'entonnoir doit tenir de celle qui a lieu pour un orifice horizontal, et de celle qui a lieu pour un orifice vertical.

456. On ne peut pas annoncer en général la hauteur à laquelle l'entonnoir doit commencer à paroître au-dessus d'un orifice horizontal : cela dépend de plusieurs circonstances physiques qui ne sont pas les mêmes dans tous les cas. En me servant d'une cuve conique qui avoit 3 pieds 4 pouces de hauteur, 4 pieds de diamètre à sa base inférieure, 4 pieds 2 pouces à sa base supérieure, j'ai trouvé que la cuve étant d'abord remplie entièrement, et se vidant par un orifice d'un pied de diamètre, pratiqué au fond, l'entonnoir commençoit à paroître, lorsque la surface de l'eau étoit distante du fond d'environ 5 à 6 pouces. La même cuve se vidant par un autre orifice, aussi horizontal, de 3 pouces de diamètre, l'entonnoir a commencé à paroître, lorsque la surface de l'eau étoit distante du fond d'environ 6 pouces. Il paroît que la formation de l'entonnoir est moins prompte ou moins sensible, à mesure que l'orifice augmente comparativement à l'étendue du fond. L'aspérité plus ou moins grande du fond et des parois du vase, contribue aussi à augmenter plus ou moins l'entonnoir.

457. Ces sortes d'expériences, quoique fort sim-

ples, demandent à être faites avec précaution, si l'on veut connoître exactement la génération naturelle de l'entonnoir. On doit éviter, pour cela, que le fluide ne soit agité d'aucun mouvement étranger à celui qui produit librement l'écoulement; car si la masse fluide a quelque mouvement primordial d'oscillation ou de turbination, quelque léger qu'il puisse être, l'air s'insinue dans les petits vides que les particules laissent entr'elles par l'irrégularité et l'inégalité de leurs mouvemens; et l'entonnoir commence quelquefois à paroître dès le premier instant de l'écoulement, quoique l'eau ait une profondeur considérable. C'est ce que j'ai éprouvé avec la cuve dont je viens de parler. Lorsqu'après avoir rempli cette cuve, on ne donnoit pas à l'eau le temps de se calmer parfaitement, avant que de déboucher un orifice horizontal, l'entonnoir paroissoit d'abord; sa pointe se dirigeoit vers l'ouverture, mais sa base suivoit le mouvement de la surface de l'eau; il avoit une forme tortueuse et irrégulière. On comprend que dans ces cas-là l'air remplit la cavité de l'entonnoir, et y forme une espèce de noyau autour duquel les points fluides circulent par leurs forces centrifuges. Quand même ces petites forces viendroient à s'anéantir tout-à-fait, l'entonnoir subsisteroit toujours; car la difficulté que l'air feroit à en sortir, soit à cause du frottement, soit par l'engrénage de ses parties avec celles de l'eau, seroit plus que suffisante pour détruire à chaque instant la petite force qui tend à rétablir le parfait niveau de

la surface. Cette dernière force diminue continuellement, à mesure que la surface de l'eau s'abaisse; tandis qu'au contraire les causes qui produisent l'entonnoir, ne cessent d'augmenter.

Souvent il se forme au-devant de l'empalement d'une pièce d'eau, de grands entonnoirs assez semblables à ceux qu'on observe dans les écoulemens par des orifices horizontaux. Ces entonnoirs sont produits ordinairement par les inégalités du fond qui arrêtent ou détournent l'eau inférieure, et occasionnent par-là différens mouvemens de rotation dans le fluide. Ils ont aussi quelquefois pour cause les mouvemens antérieurs dont le fluide est agité, lorsque l'écoulement commence. La tendance naturelle des particules vers l'orifice étant troublée d'une manière ou d'autre, il doit résulter dans le fluide des tournoiemens, des vides que l'air remplit, et qui ne font qu'augmenter à mesure que le fluide s'abaisse, comme nous venons de l'expliquer. Il en est à peu-près de même des tournoiemens qu'on observe dans les endroits d'une rivière où l'eau a beaucoup de profondeur et peu de vîtesse.

458. Il est évident que, quand l'entonnoir est une fois bien formé, et que l'écoulement d'un vase qui se vide est prêt à finir, il ne sort pas une si grande quantité d'eau que si l'entonnoir n'existoit pas; car l'air qui en remplit la cavité, occupe la place de l'eau qui devroit sortir naturellement. La fin des écoulemens est donc, par cette raison, extrêmement incertaine; et si on la vouloit déterminer par la

théorie, on seroit exposé à commettre des erreurs très-sensibles. Mais cette incertitude ne tombe que sur la quantité d'eau écoulée, et non sur sa vîtesse qui est toujours la même que si l'entonnoir n'avoit pas lieu; car l'air qui occupe la place de l'eau, se meut avec la même vîtesse qu'elle auroit, et ne doit point troubler l'écoulement de l'eau contiguë.

L'effet de l'entonnoir, dans les écoulemens par des orifices verticaux, est insensible.

459. Examinons maintenant la contraction de la veine fluide au sortir de l'orifice.

Le réservoir dont je me suis servi dans les expériences qui suivent, est un parallélipipède rectangle vertical, dont la hauteur est d'environ 12 pieds, et la base un quarré de trois pieds sur chaque côté mesuré en dedans. Le fond et les parois de ce parallélipipède, bien polis et bien dressés, sont formés avec des madriers d'environ 20 lignes d'épaisseur. Il est suspendu par des entretoises qui l'embrassent fortement, et qui portent sur un bâtis de charpente, de manière que le fond est parfaitement libre. Les parois sont aussi libres, jusqu'à la hauteur d'environ deux pieds au-dessus du fond. L'eau dont on a besoin est fournie par un tuyau adapté au conduit nourricier des fontaines de la ville de Mézières. Cette eau jetée d'abord dans une cuve placée sur un pont de bois, au niveau du dessus du réservoir, passe ensuite, au moyen d'une vanne et d'un canal, dans le réservoir.

On voit toutes ces choses en détail dans les *Fi-*

gures 3, 4, 5, 6. La *Figure* 3 est un profil général qui coupe perpendiculairement le pont, le réservoir et la cuve ronde. Dans ce profil, 1 *HG* 2 est le pont; *ADCB* le réservoir; *NOEP* la cuve ronde; *TM* le tuyau qui tire les eaux du conduit *T* des fontaines; *M* un robinet qu'on ouvre et ferme à volonté; *E* la vanne qui, en se haussant ou se baissant, permet ou interrompt le passage de l'eau de la cuve dans le réservoir; *PK* un levier qui sert à lever ou à baisser la vanne; *X* le canal qui transmet les eaux de la cuve dans le réservoir; *R* et *L* les pièces de bois qui portent les entretoises par lesquelles le réservoir est embrassé.

Dans la *Figure* 4, qui est une coupe horizontale de la machine, *ZY* & *W* est le plancher du pont; *tm* la projection horizontale du tuyau *TM*; *mnop* celle de la cuve; *adcb* le plan du réservoir; *SIV* le plan du bâtis qui porte le réservoir; *X* le plan du canal qui communique de la cuve au réservoir.

La *Figure* 5 représente séparément le plan du réservoir, du canal et de la cuve; on y voit que le fond du réservoir est percé de différentes ouvertures.

La *Figure* 6 est un profil *kfgh* de la cuve, lequel est perpendiculaire au premier *NOEP*, et sert à faire voir l'empalement dans ses dimensions horizontales.

460. Le réservoir *ADCB* est percé non-seulement à son fond, mais encore à ses parois, de différentes ouvertures auxquelles sont appliquées dans

son intérieur de larges plaques de cuivre bien dressées, et d'environ $\frac{1}{2}$ ligne d'épaisseur. Ces plaques sont elles-mêmes percées perpendiculairement de trous par lesquels l'eau s'écoule : ils sont moindres que les ouvertures faites dans le bois, afin de pouvoir examiner et mesurer commodément en dehors le diamètre de la veine fluide. On empêche l'écoulement, quand on veut, par des tampons de bois qu'on met en dehors dans les ouvertures du bois, et qui n'atteignent pas jusqu'au cuivre. Quand je me servirai dans la suite du mot *orifice* ou *ouverture*, il ne sera question que des orifices percés dans le cuivre, les seuls par lesquels l'écoulement se fasse, comme je viens de le dire.

461. Je me suis servi d'un compas sphérique, pour mesurer le diamètre de la veine fluide; et j'ai pris cette mesure à l'endroit où, à compter de la face intérieure de l'orifice, la veine cesse de se resserrer. Elle conserve sensiblement la même grosseur sur quelques lignes d'étendue; ensuite elle augmente ou diminue, par la résistance de l'air ambiant combinée avec la pesanteur; mais il ne s'agit pas ici de ces variations.

Pour éviter, autant qu'il m'est possible, les répétitions, je comprends sous le même numéro, lorsque cela se peut sans déroger aux droits de la clarté, plusieurs expériences qui ont quelque condition principale de commune, en énonçant une fois seulement cette condition à la tête de l'article.

EXPÉRIENCES III, IV, V, VI.

462. Dans ces quatre expériences, l'eau a été entretenue dans le réservoir *ADCB* (*Figure 7*), à la hauteur constante de 11 pieds 8 pouces 10 lignes au-dessus du fond, au moyen de l'eau provisionnelle contenue dans la cuve; et on a observé les faits qui suivent.

I. L'eau sortant par une ouverture horizontale et circulaire d'un pouce de diamètre, la veine fluide diminue de grosseur jusqu'à la distance de 6 à 7 lignes de la face intérieur du fond; et alors elle n'a pas tout-à-fait 10 lignes de diamètre. J'ai évalué ce diamètre à $9\frac{4}{5}$ lignes.

II. L'eau sortant par une ouverture horizontale et circulaire de 2 pouces de diamètre, le diamètre de la veine, mesuré à 12 ou 13 lignes de la face intérieure de l'orifice, est de $19\frac{1}{2}$ lignes environ.

III. L'eau sortant par une ouverture horizontale et circulaire de 3 pouces de diamètre, le diamètre de la veine, mesuré à 18 lignes de la face intérieure de l'orifice, est de $29\frac{1}{4}$ lignes environ.

IV. L'eau sortant par une ouverture horizontale et quarrée d'un pouce de côté, la section de la veine, mesurée à 7 lignes de la face intérieure de l'orifice, est un quarré qui a environ $9\frac{4}{5}$ lignes de côté. Les angles de ce quarré répondent aux milieux des côtés du premier. Nous ajouterons en passant que la même correspondance d'angles aux milieux des côtés des quarrés supérieurs, continue à se répéter jus-

qu'à ce que la résistance de l'air ait entièrement défiguré la veine. Ce jeu est agréable à la vue.

Résultat de ces expériences.

463. En appelant A l'aire de l'orifice, a l'aire de la section de la veine fluide *contractée :* on a, à peu de chose près :

par la première expérience,... $A : a :: 150 : 100$,
par la seconde, ... $A : a :: 151\frac{1}{2} : 100$,
par la troisième, ... $A : a :: 151\frac{1}{2} : 100$,
par la quatrième, ... $A : a :: 150 : 100$.

EXPÉRIENCES VII, VIII.

464. Les écoulemens se font ici par des ouvertures verticales; et dans chaque expérience l'eau est entretenue dans le réservoir, à la hauteur constante de 9 pieds au-dessus du centre de chaque ouverture.

I. L'eau sortant par une ouverture circulaire de 6 lignes de diamètre, la veine fluide se resserre également en tout sens, jusqu'à la distance de 4 à 5 lignes, de la face intérieure de l'orifice; et alors son diamètre est de $4\frac{8}{9}$ lignes environ.

II. L'eau sortant par une ouverture circulaire d'un pouce de diamètre, la veine fluide se resserre également en tout sens, jusqu'à la distance de 6 à 7 lignes, de la face intérieure de l'orifice; et alors son diamètre me paroît être de $9\frac{4}{5}$ lignes.

Résultat de ces deux expériences.

465. Par la première,..... $A : a :: 150\frac{3}{5} : 100$, à-peu-près.

Par la seconde,..... $A : a :: 150 : 100$, à-peu-près.

EXPÉRIENCES IX, X.

466. En faisant sortir l'eau par deux ouvertures verticales et égales aux deux précédentes, mais placées seulement à 4 pieds de la surface du fluide qu'on entretient toujours à cette hauteur, je trouve dans les deux cas les mêmes résultats qu'on vient de voir.

RÉFLEXIONS.

467. La contraction de la veine fluide est en général une preuve évidente que, dans l'intérieur du vase, les particules latérales, comme celles qui répondent directement à l'orifice, se dirigent vers ce point suivant des mouvemens plus ou moins obliques. Elle a également lieu, soit que le fluide sorte par une ouverture horizontale ou latérale; et le point où elle cesse, est toujours distant de la face intérieure de la paroi, d'une quantité à peu-près égale au rayon de l'orifice. Lorsque l'écoulement se fait par une ouverture horizontale, tous les diamètres de la veine contractée sont égaux. Cela est vrai aussi pour les ouvertures latérales, dont les diamètres sont fort petits en comparaison de la hauteur du fluide dans le réservoir, comme dans les quatre dernières expé-

riences; mais si une ouverture latérale, de grandeur sensible, étoit placée proche la surface du fluide, le diamètre horizontal de la veine contractée, seroit plus grand que les autres. J'en ai fait l'expérience dans l'écoulement par un orifice vertical d'un pouce de diamètre, et dont le bord supérieur étoit éloigné d'une ligne de la surface de l'eau. On sent que la chose doit être ainsi : car au passage de l'orifice les particules inférieures ayant alors sensiblement plus de vîtesse que les supérieures, les paraboles décrites par celles-ci ont moins d'amplitude que les paraboles décrites par celles-là. D'où résulte une augmentation dans le diamètre horizontal, et une diminution dans le diamètre vertical. Il n'est guère possible alors de déterminer exactement la contraction par le mesurage des diamètres de la veine.

468. Dans les écoulemens par des ouvertures verticales; la contraction proprement dite, est produite toute entière par le mouvement oblique que les particules latérales ont pris dans l'intérieur même du vase; mais dans ceux qui se font par des ouvertures horizontales, les particules, immédiatement après leur sortie de l'orifice, sont accélérées par la pesanteur; et cette accélération est une nouvelle cause qui tend à augmenter la première contraction. L'effet qu'elle produit ainsi ne peut être que très-léger, lorsque la hauteur du fluide au-dessus de l'orifice est considérable, comme dans les expériences précédentes.

469. Suivant ces mêmes expériences, il ne paroît pas que les différentes hauteurs du fluide au-dessus de l'orifice, produisent des variations dans la quantité de la contraction. Mais supposé que de telles variations aient lieu, elles ne peuvent être déterminées que par des expériences d'un genre qui admette une précision beaucoup plus grande que celle qu'on peut se flatter de porter dans la mesure du diamètre de la veine contractée. Nous verrons dans la suite ce que les quantités d'eau écoulées peuvent faire conclure à ce sujet.

470. Il est évident qu'en vertu de la contraction, la quantité d'eau qui s'écoule en un temps donné, doit être moindre qu'elle ne seroit, si toutes les particules sortoient perpendiculairement au plan de l'orifice; car le mouvement oblique que les particules latérales ont réellement, se décompose en deux autres, l'un parallèle au plan de l'orifice et qui resserre la veine, l'autre perpendiculaire au même plan et le seul qui produise l'écoulement.

471. Puisqu'au point de la contraction, la veine prend et conserve sur une petite étendue la forme prismatique; si en cet endroit on connoissoit la vîtesse du fluide, et qu'on eût bien mesuré la section de la veine contractée, il est clair qu'en regardant cette section comme le vrai orifice par lequel se fait l'écoulement, on trouveroit exactement la quantité d'eau qui sort en un temps donné; mais il est très-difficile de mesurer le diamètre de la veine contrac-

trée avec la précision que cette méthode demanderoit. Aussi les auteurs qui ont entrepris de déterminer la contraction par ces sortes de mesurages, sont-ils parvenus à des résultats quelquefois assez différens.

472. Selon les mesures de Newton, l'aire $\mathcal{A}$ de l'orifice est à l'aire a de la section de la veine contractée, comme $\sqrt{2}$ est à 1, ou comme 141 est à 100 environ. D'autres auteurs ont donné d'autres rapports. Selon nos expériences, on a sensiblement, $\mathcal{A} : a :: 150 : 100 :: 3 : 2$. Il n'y a dans cette différence de résultats rien qui doive surprendre; car, outre que les variétés dans les frottemens contre les bords de l'orifice, doivent en occasionner dans la contraction, si l'on se trompe de quelque chose dans la mesure du diamètre de la veine contractée, cette erreur pourra devenir sensible dans la détermination de l'aire de la section, les aires des cercles étant proportionnelles aux quarrés de leurs diamètres; et elle le deviendra d'autant plus que le diamètre mesuré sera plus petit. Newton a établi son rapport d'après la mesure d'une veine fluide qui sortoit par un orifice d'environ 6 lignes de diamètre. Or supposons que, dans les expériences VII et IX, où le fluide sort par une ouverture de 6 lignes de diamètre, j'eusse trouvé 5 lignes, au lieu de $4\frac{8}{9}$ lignes, pour le diamètre de la veine contractée, on auroit eu, $\mathcal{A} : a :: 36 : 25 :: 144 : 100$, ce qui se rapproche fort du rapport donné par Newton. Tous ceux qui voudront répéter ces expériences, reconnoîtront

que, loin de pouvoir répondre qu'on ne s'est pas trompé de $\frac{1}{5}$ de ligne dans la mesure d'un diamètre, on est exposé à commettre des erreurs beaucoup plus fortes. On doit donc préférer, pour cette recherche, les grands orifices aux petits; et c'est ce qui m'a déterminé à faire les expériences III, IV, V, VI, VIII, X. Quoique j'aie fait ces expériences avec tout le soin possible, je ne les crois ni assez sûres ni assez précises, pour servir de base à la détermination des écoulemens, lorsqu'on voudra mettre dans cette détermination toute l'exactitude dont elle est susceptible. Nous allons donc chercher d'autres moyens plus propres à remplir cet objet; mais avant que d'en venir là, il étoit nécessaire de constater, pour ainsi dire, aux yeux, l'existence de la contraction et la forme qu'elle fait prendre à la veine fluide, pour n'être pas étonné ensuite des différences qui se trouvent entre les résultats que la théorie donne, lorsqu'on emploie les orifices sans y faire aucune correction, et ceux que l'expérience donne réellement. Faute d'avoir bien examiné d'abord l'effet de la contraction, Newton, dans la première édition de ses *Principes Mathématiques*, avoit déterminé d'une manière erronée, d'après la mesure des quantités d'eau écoulées, la hauteur dûe à la vîtesse du fluide au sortir de l'orifice. Il faisoit cette hauteur égale seulement à la moitié de celle du réservoir; tandis qu'il est certain par la vraie théorie et par l'expérience des jets d'eau, comme il le reconnut dans la suite en ayant égard à la contrac-

tion, que la première hauteur est sensiblement égale à la seconde entière.

473. Des auteurs célèbres ont regardé la contraction comme un effet purement accidentel, et ont cru qu'on pouvoit l'anéantir en faisant sortir l'eau par des bouts de tuyaux adaptés au réservoir. Il est bien vrai que l'eau suit les parois de ces tuyaux, du moins quand ils ont une certaine longueur, et que la veine sort alors sous la forme cylindrique; mais la contraction subsiste toujours en partie à l'entrée de ces mêmes tuyaux, et on verra ci-dessous qu'elle diminue, d'une manière sensible, les quantités d'eau qu'ils devroient donner naturellement.

CHAPITRE II.

Écoulemens des eaux qui sortent, par des orifices, de vases entretenus constamment pleins.

474. LORSQU'ON veut déterminer la quantité de liqueur qui sort d'un réservoir pendant un temps proposé, il faut avoir un vase dont on connoisse exactement la capacité, pour recevoir et mesurer l'eau, et un moyen simple et commode pour mesurer le temps de l'écoulement.

475. En conséquence j'ai fait d'abord construire, par le sieur Savart, artiste très-intelligent, attaché

à l'école du Génie, à Mézières, un cube X, de cuivre (*Fig.* 8) ayant exactement 6 pouces de côté en dedans, et ouvert par en haut. Il contient, comme on voit, la huitième partie d'un pied cube, lorsqu'il est entièrement plein. Sur ses quatre faces intérieures et verticales, sont tracées quatre échelles verticales, divisées exactement en lignes, lesquelles servent à mesurer dans le besoin, les quantités d'eau qui ne remplissent pas entièrement le cube.

476. Par le moyen de ce même cube, qui a toujours servi de jauge ou d'unité fondamentale, on a déterminé le pied cube dans un petit baril $PRTQ$ (*Fig.* 9) fermé de tous côtés, et sur le fond supérieur PQ duquel sont adaptés deux tuyaux S et K de fer-blanc. Le premier tuyau qui a 10 lignes de diamètre, et qui est placé dans la partie la plus éminente de PQ, est destiné à laisser sortir l'air que l'eau entraîne avec elle. On a marqué dans le second le point K où la surface de l'eau arrive pour former le pied cube. Comme cette surface est peu étendue, on ne peut pas se tromper sensiblement, en marquant dans le cylindre K les points de repaire qui la limitent; et on parvient ainsi à se procurer une mesure fort exacte du pied cube.

477. De même, avec le secours du pied cube, on a formé une mesure de 8 pieds cubes dans un large tonneau $IFGE$ (*Fig.* 10), fermé de tous côtés, et garni à son fond supérieur de deux tuyaux S et K de fer-blanc, qui ont les mêmes fonctions que dans

l'article précédent. Le premier *S* a toujours 10 lignes de diamètre; mais le second *K* a ici 8 pouces de diamètre : on lui a donné ainsi une certaine largeur pour pouvoir y recevoir plus facilement l'eau. Il a 10 à 11 pouces de hauteur au-dessus du point *K* qui marque la limite des 8 pieds cubes.

478. Le tuyau *S* est d'une nécessité indispensable : car l'eau en se précipitant, soit dans le baril *PRTQ*, soit dans le tonneau *IFGE*, entraîne avec elle une grande quantité d'air qui en pourroit changer sensiblement et inégalement le volume, si on ne lui donnoit pas une issue. Je l'ai vu par une expérience qui, quoique faite grossièrement, est suffisante pour prouver ce que je viens de dire. Ayant fait enlever du tonneau *IFGE* le tuyau *S*, et fait boucher le trou où il est placé, on a reçu de l'eau dans ce même tonneau, jusqu'à ce que le tuyau *K* fût presque plein; et on a trouvé ensuite qu'en la remuant avec un bâton pour en faire sortir l'air, sa surface s'abaissoit de plusieurs pouces dans le cylindre *K*.

479. Outre les mesures précédentes, nous avons encore d'autres vases dans lesquels on reçoit quelquefois l'eau qu'on jauge ensuite par le moyen des *étalons* proposés, sur-tout du cube *X*; mais, autant que cela se peut, on la reçoit immédiatement dans le baril *PRTQ*, ou dans le tonneau *IFGE*, pour éviter les transvasemens et les petites erreurs qui en peuvent résulter dans les mesures. Quand la surface de l'eau, dans l'un ou l'autre cas, est au-dessous ou

au-dessus du point K, on détermine le *défaut* ou *l'excès*, à l'aide du cube X.

480. On sait que la surface de l'eau contenue dans un vase, peut dépasser ses bords de plus d'une ligne sans se répandre. Pour ôter cette quantité excédante dans la mesure de l'eau que le cube X entièrement rempli doit contenir, on fait passer plusieurs fois sur sa base supérieure bien de niveau, une règle qui ne laisse au-dessous que la quantité précise d'eau nécessaire pour remplir la capacité du cube. Cet étalon a toute la justesse qu'on peut desirer : il m'a servi à déterminer le poids de l'eau des fontaines de la ville de Mézières. La quantité qu'il en contient, pèse 8 livres 11 onces 6 gros, ce qui donne 69 livres 14 onces pour le poids du pied cube. L'eau dont il s'agit est très-limpide et excellente à boire. Cette expérience a été faite au commencement de septembre 1766, par un très-beau temps. Je n'avois pas alors sous la main de bon thermomètre pour connoître la température précise de l'air; mais on sent qu'une telle connoissance étoit inutile à mon objet principal.

481. La mesure du temps a été prise, ou sur une excellente montre à secondes, ou le plus souvent sur le pendule simple à secondes. Ce pendule est, comme on sait, un fil de soie ou de laiton qui soutient une balle de plomb de 3 ou 4 lignes de diamètre, dont le centre est distant du point de suspension, de 3 pieds 8 $\frac{1}{2}$ lignes, et dont chaque oscillation, supposée

très-petite, est exactement d'une seconde. Cette longueur du pendule est celle qui convient au parallèle de Paris; mais on peut l'employer aussi à Mézières, dont la latitude ne diffère pas d'un degré et demi de celle de Paris.

482. Dans les quinze premières expériences qui suivent, je me suis servi du réservoir qui a été décrit (459), et qui est représenté dans les *Fig.* 3, 4, 5, 6. J'ajouterai seulement ici que le canal *X*, qui transmet l'eau de la cuve au réservoir, est incliné du côté de la cuve, dans la vue de ralentir la vitesse de l'eau provisionnelle, et d'empêcher qu'elle ne communique d'ébranlement à la masse contenue dans le réservoir.

483. Pour prendre commodément l'eau qui sort par des trous faits au fond du réservoir, on emploie (*Fig.* 11) un long canal *YOXII*, garni d'un entonnoir fixe *X*, et couvert dans la plus grande partie de sa longueur par la planche *XII*. Ce canal conduit l'eau au vase de jauge, par exemple, au tonneau *IFGE*. On ne commence à prendre l'eau que quand l'écoulement est bien établi : la personne chargée de faire glisser alors l'entonnoir *X* sous le trou, entend compter les oscillations du pendule; elle peut même suivre aisément de l'œil le mouvement de la balle, et saisir, à très-peu de chose près, le premier instant de l'oscillation à laquelle on convient de commencer l'opération. Il en est de même du dernier instant de l'écoulement.

484. Quant à l'eau qui sort par des ouvertures latérales, on la reçoit (*Fig.* 12) dans le tonneau *IFGE*, par le moyen d'un grand entonnoir *ZV* de fer-blanc, garni en-dedans de sa partie supérieure, d'un peu de foin ou de paille, pour empêcher l'eau de rejaillir.

485. Les quantités d'eau qui sortent par un orifice percé dans une mince paroi, ou par un bout de tuyau dont l'eau suive les parois, n'étant pas les mêmes, comme on le verra par l'expérience, nous considérerons successivement les deux cas. Le reste de ce chapitre est pour les écoulemens par des orifices percés en de minces parois. En général, de toutes les expériences que je rapporterai et que j'ai faites moi-même, il n'y en a aucune qui n'ait été répétée plusieurs fois et variée de différentes manières.

486. Les orifices dont il s'agit ici sont percés bien perpendiculairement dans des plaques de cuivre qui ont environ $\frac{1}{2}$ ligne d'épaisseur. Commençons par établir des faits; nous verrons ensuite les conséquences qui en résultent.

EXPÉRIENCES I, II, III, ... VI.

487. Dans toutes ces expériences, l'eau a été entretenue dans le réservoir à la hauteur constante de 11 pieds 8 pouces 10 lignes au-dessus de chaque orifice, et on a observé les faits qui suivent.

I. En 50 secondes, une ouverture horizontale et circulaire, de 6 lignes de diamètre, a donné 1 pied

cube d'eau + 198 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 1926 pouces cubes.

II. En 90 secondes, une ouverture horizontale et circulaire, de 1 pouce de diamètre, a donné 8 pieds cubes d'eau + 97 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 13921 pouces cubes.

III. En 21 secondes, une ouverture horizontale et circulaire, de 2 pouces de diamètre, a donné 8 pieds cubes d'eau — 803 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 13021 pouces cubes.

IV. En 50 secondes, une ouverture horizontale et rectangulaire, de 1 pouce de longueur sur 3 lignes de largeur, a donné 1 pied cube d'eau + 716 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 2444 pouces cubes.

V. En 71 secondes, une ouverture horizontale et quarrée, de 1 pouce de côté, a donné 8 pieds cubes d'eau + 160 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 13984 pouces cubes.

VI. En 17 secondes, une ouverture horizontale et quarrée, de 2 pouces de côté, a donné 8 pieds cubes d'eau — 405 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 13419 pouces cubes.

Résultat de ces expériences.

488. Puisque la hauteur du fluide demeure constamment la même au-dessus d'un orifice, pendant tout le temps de l'écoulement, et que par conséquent l'eau sort toujours par cet orifice avec une vitesse uniforme, il est évident que les quantités d'eau

fournies en différens temps par une même ouverture, sont entr'elles comme ces temps. Ainsi, en réduisant tous les temps des écoulemens proposés à une même mesure, et prenant 1 minute pour cette mesure commune, on formera la table suivante par de simples proportions. Comme il est impossible de répondre qu'une expérience, quoique répétée plusieurs fois, soit exacte à 1 ou 2 pouces cubes près, sur-tout quand la dépense est considérable, je n'ai pas cru devoir surcharger mes tables des fractions que les proportions donnent quelquefois. Lorsque ces fractions sont moindres que $\frac{1}{2}$, je les néglige; et lorsqu'elles valent $\frac{1}{2}$ ou plus de $\frac{1}{2}$, j'écris 1 à leur place.

TABLE I. *Hauteur constante de l'eau au-dessus de chaque orifice = 11 pieds 8 pouces 10 lignes.*	*Nombre de pouces cubes d'eau fournis en une minute.*
Par l'orif. circul. de 6 lignes de diamètre...	2311.
Par l'orif. circul. de 1 pouce de diamètre...	9281.
Par l'orif. circul. de 2 pouces de diamètre..	37203.
Par l'orif. rect. de 1 pouce sur 3 lignes....	2933.
Par l'orif. quarré de 1 pouce de côté.....	11817.
Par l'orif. quarré de 2 pouces de côté.....	47361.

EXPÉRIENCES VII, VIII.

489. L'eau s'écoule par des orifices verticaux, et on l'entretient dans le réservoir à la hauteur cons-

tante de 9 pieds au-dessus du centre de chaque ouverture, dans chaque expérience.

I. En 55 secondes, une ouverture verticale et circulaire, de 6 lignes de diamètre, a donné 1 pied cube + 122 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 1850 pouces cubes.

II. En 100 secondes, une ouverture circulaire et verticale, de 1 pouce de diamètre, a donné 8 pieds cubes d'eau — 266 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 13558 pouces cubes.

Résultat de ces deux expériences.

490. En réduisant les temps des écoulemens à 1 minute, et faisant des proportions analogues à celles qu'on a employées dans l'article précédent, on formera la table suivante.

TABLE II. *Hauteur constante de l'eau au-dessus du centre de chaque orifice = 9 pieds.*	*Nombre de pouces cubes d'eau fournis en une minute.*
Par l'orif. circul. de 6 lignes de diamètre...	2018.
Par l'orif. circul. de 1 pouce de diamètre...	8135.

EXPÉRIENCES IX, X.

491. L'eau sort par deux orifices égaux chacun à chacun des deux précédens, et elle est entretenue dans le réservoir, à la hauteur constante de 4 pieds au-dessus du centre de chaque ouverture.

I. En 60 secondes, une ouverture verticale et circulaire, de 6 lignes de diamètre, a donné 1353 pouces cubes d'eau.

II. En 150 secondes, une ouverture verticale et circulaire, d'un pouce de diamètre, a donné 8 pieds cubes d'eau — 233 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 13591 pouces cubes.

Résultat de ces deux expériences.

492. En continuant à prendre la minute pour la mesure commune du temps, on formera la table suivante.

TABLE III. *Hauteur constante de l'eau au-dessus du centre de chaque orifice = 4 pieds.*	*Nombre de pouces cubes d'eau fournis en une minute.*
Par l'orif. circul. de 6 lignes de diamètre...	1353.
Par l'orif. circul. de 1 pouce de diamètre...	5436.

EXPÉRIENCE XI.

493. L'eau étant entretenue dans le réservoir, à la hauteur constante de 7 lignes au-dessus du centre d'une ouverture verticale et circulaire qui a 1 pouce de diamètre, en 2 minutes 45 secondes, on reçoit 1 pied cube d'eau. Ce produit revient à 628 pouces cubes en 1 minute.

La surface de l'eau s'abaisse en longueur dans la

direction de l'orifice; mais cette espèce de demi-entonnoir est très-peu sensible.

Si l'on suppose, comme on fait ordinairement, que le pied cube d'eau contienne 36 pintes de Paris, on trouvera que la dépense précédente revient à 13 $\frac{1}{12}$ pintes par minute. Mariotte, qui a fait la même expérience, trouve la dépense un peu plus forte; mais je crois pouvoir garantir la parfaite justesse de mon opération. J'avois une surface d'eau très-étendue, sensiblement immobile; au lieu que, dans l'expérience de Mariotte, l'eau provisionnelle qu'on jetoit dans le vase pour l'entretenir plein à la même hauteur, pouvoit y occasionner quelqu'ébranlement. Or, si la surface s'élève au-dessus des 7 lignes, ou s'abaisse au-dessous, on obtiendra des résultats sensiblement différens. De plus il peut se faire que Mariotte et moi n'ayons pas employé des étalons exactement de la même grandeur. Enfin on doit remarquer que cet auteur a varié plusieurs fois dans ses résultats à ce sujet.

RÉFLEXIONS.

494. On voit, par chacune des tables précédentes, que *les dépenses faites en temps égaux par différentes ouvertures, sous une même hauteur de réservoir, sont entr'elles, à peu de chose près, comme les aires de ces ouvertures.* Car prenons, par exemple, dans la première table, les dépenses 37203 pouces cubes et 9281 pouces cubes, que font les deux ouvertures circulaires qui ont, l'une 2 pouces

de diamètre, l'autre 1 pouce de diamètre; on trouvera que ces deux dépenses sont entr'elles, à peu de chose près, dans le rapport de 4 à 1, qui est celui des deux ouvertures en question. La même chose a lieu dans tous les cas pareils. Nous examinerons ci-dessous pourquoi les dépenses ne sont pas exactement proportionnelles aux ouvertures.

495. Par la comparaison de deux quelconques de nos tables, on trouvera que *les dépenses faites en temps égaux, par une même ouverture, sous différentes hauteurs de réservoirs, sont entr'elles, à peu de chose près, comme les racines quarrées des hauteurs correspondantes de l'eau dans le réservoir au-dessus des mêmes ouvertures.* Ainsi, par exemple, si l'on prend dans les tables II et III, les dépenses 8135 pouces cubes, et 5436 pouces cubes, que fait un même orifice qui a 1 pouce de diamètre, sous 9 pieds, et 4 pieds d'eau dans le réservoir; on verra que ces dépenses sont sensiblement entr'elles dans le rapport de 3 à 2, qui est celui des racines des hauteurs. Nous chercherons encore pourquoi cette proportion n'a pas lieu en toute rigueur.

496. Il suit des deux articles précédens, qu'*en général les quantités d'eau dépensées, durant le même temps, par différentes ouvertures, sous différentes hauteurs dans le réservoir, sont entr'elles en raison composée des aires des ouvertures, et des racines quarrées des hauteurs des réservoirs.* Car si l'on nomme Q et q les quantités d'eau dé-

pensées, durant le même temps, par deux ouvertures K et K', sous une même hauteur de réservoir; q et Q' les quantités d'eau dépensées, durant le même temps, par la même ouverture K, sous deux hauteurs différentes h et h' de réservoir : on aura, en vertu des deux articles précédens, $Q : q :: K : K'$; $q : Q' :: \sqrt{h} : \sqrt{h'}$; proportions d'où l'on tirera deux valeurs de q, lesquelles étant égalées ensemble, donneront la proportion, $Q : Q' :: K\sqrt{h} : K'\sqrt{h'}$, qui s'accorde avec la théorie (226).

Cette règle générale est suffisamment exacte pour les besoins ordinaires de la pratique; mais lorsqu'on voudra déterminer les écoulemens avec toute la justesse possible, il faudra avoir égard aux remarques que nous ferons ci-dessous.

497. Il n'est question dans tout ceci, comme on voit, que d'orifices petits en comparaison de l'amplitude du réservoir; car le plus grand orifice que j'aie employé, étant un quarré qui a 2 pouces de côté, tandis que la base du réservoir est un quarré qui a 3 pieds de côté, la surface du premier quarré est à celle du second, comme 1 est à 324. Les mêmes résultats auroient encore lieu pour de plus grands orifices par rapport à l'amplitude du réservoir. Il y a néanmoins dans ce rapport une limite, passé laquelle de grands orifices donneroient moins qu'ils ne doivent donner, suivant la règle précédente, comparativement à d'autres plus petits. Je déterminerai dans la suite cette limite.

498.

498. Quoique les dépenses effectives suivent ainsi entr'elles, au moins sensiblement, la même raison qui existe entre les dépenses théoriques, on ne doit pas conclure que les premières soient égales aux secondes, car une telle conclusion seroit très-fausse, comme on le va voir.

Cherchons par la formule $Q = \frac{2\ell K \sqrt{\alpha h}}{\theta}$ la dépense que feroit en 1 minute un orifice circulaire de 1 pouce de diamètre, sous 9 pieds de hauteur d'eau dans le réservoir, si le fluide sortoit perpendiculairement au plan de l'orifice, et qu'aucun obstacle n'en altérât l'écoulement naturel. En faisant $\alpha = 15$ pieds, $\theta = 1$ seconde, nous trouverons $Q = 13144$ pouces cubes environ. Or, suivant l'expérience (490), la dépense que fait réellement l'ouverture proposée, n'est que de 8135 pouces cubes : ainsi il s'en faut beaucoup que la dépense effective égale la dépense théorique. La première est à la seconde, à peu-près, comme 100 est à 161,57, rapport qui diffère peu de celui de 5 à 8. Ce même rapport a lieu aussi, à peu-près, dans tous les autres cas.

499. Deux causes, le frottement et la contraction de la veine fluide, concourent à diminuer la dépense. L'effet de la première est peu sensible ; le déchet de la dépense doit être attribué presque entièrement à la contraction de la veine. De plus, il faut observer que ce déchet ne vient pas de quelque diminution, au moins sensible, dans la vîtesse du fluide au sortir de l'orifice; car, 1°. Suivant la théorie (219),

la vîtesse, au sortir de tout orifice très-petit en comparaison de la largeur du réservoir, est dûe à la hauteur entière du fluide dans le réservoir au-dessus de cet orifice. 2°. L'expérience des jets d'eau qui, (lorsqu'ils sortent par des orifices percés dans de minces parois) s'élèvent presque à la hauteur de leurs réservoirs, et à qui la résistance de l'air fait encore perdre quelque chose de leur hauteur, montre que la vîtesse au sortir de l'orifice n'est pas sensiblement altérée.

500. Il suit de-là qu'on pourra déterminer, d'une manière exacte ou assez conforme à l'expérience, par la théorie de l'article 224, les écoulemens des fluides qui sortent de vases entretenus constamment pleins, par de petits orifices, en diminuant simplement l'aire véritable de l'orifice, dans le rapport de 8 à 5, à peu-près, sans faire aucun changement dans les autres données du problême.

501. On voit encore par-là que le rapport de l'aire de l'orifice à l'aire de la section de la veine contractée, tel que la mesure immédiate du diamètre de la veine nous l'a donné dans le chapitre précédent, est sensiblement moindre qu'on ne le trouve par les dépenses. Celui de 141 à 100, donné par Newton, est absolument défectueux. Le nôtre, celui de 150 à 100, est encore trop foible : nous avons pris le diamètre de la veine contractée un peu trop grand; mais si l'on fait attention que le frottement contre les bords de l'orifice, ralentit le mouvement des

particules qui contribuent le plus à la contraction, on verra que le diamètre de la veine contractée doit réellement être un peu plus grand que la dépense ne le donne.

502. Les écoulemens qui se font par des ouvertures latérales de hauteur sensible par rapport à celle du réservoir, sont également sujets à l'effet de la contraction. Elle diminue toujours la dépense théorique dans le rapport de 8 à 5 environ. Ainsi, lorsqu'on voudra appliquer la théorie de l'article 237 à la pratique, on ne doit pas oublier d'y faire cette correction.

503. Nous n'avons fait (499) qu'indiquer en général et d'une manière vague, les effets du frottement et de la contraction. Ils se mêlent et se compliquent ensemble de telle sorte qu'il est très-difficile de les séparer, et d'assigner précisément à chacun son partage. Tâchons cependant de faire, du moins jusqu'à un certain point, cette séparation. Je commence par le frottement.

504. Il paroît évident que, sous une même hauteur d'eau dans le réservoir, la veine doit se contracter de la même manière au sortir de deux orifices de même espèce, inégaux en surfaces, et très-petits l'un et l'autre en comparaison de l'amplitude du réservoir. Du moins s'il y a alors quelque différence dans la contraction, elle ne peut être que très-légère, ou comme infiniment petite. Ainsi on peut supposer en ce cas que le frottement est la seule

cause qui produise quelque différence, s'il y en a, dans le rapport que les dépenses devroient suivre entr'elles. Or, quelle que puisse être la nature de cette force, il est clair que plus il y a de points qui frottent contre le bord de l'orifice, comparativement à l'étendue de sa surface, plus le déchet de la dépense occasionné par le frottement doit être sensible. Ainsi, de deux orifices semblables et inégaux, le plus petit doit donner moins à proportion que l'autre; car le rapport des périmètres varie moins que celui des surfaces. Si l'on considère, par exemple, deux orifices circulaires dont l'un ait 1 pouce de diamètre, l'autre 2 pouces aussi de diamètre, on verra que le premier doit donner moins d'eau à proportion que le second; parce que le périmètre du premier étant la moitié du périmètre du second, tandis que les surfaces sont seulement dans le rapport de 1 à 4, il est clair que, relativement aux surfaces, le premier orifice présente plus de points à l'action du frottement que n'en présente le second. C'est ce que l'expérience confirme, comme on peut le voir dans chacune de nos tables. Nous pouvons donc établir cette règle générale : *Le frottement est cause que, de plusieurs orifices semblables, les petits donnent moins à proportion que les grands, sous une même hauteur d'eau dans le réservoir.*

505. Des mêmes remarques suit cette autre règle: *De plusieurs orifices d'égale surface, celui dont le périmètre est le moindre, doit à cause du frottement donner plus d'eau que les autres, sous une*

même hauteur de réservoir. Ainsi les orifices circulaires sont à cet égard les plus avantageux de tous : car on sait que, de toutes les figures isopérimètres, le cercle est celle qui a la plus grande surface; ou, ce qui revient au même, la circonférence du cercle est la plus courte de toutes les lignes qu'on peut choisir pour enfermer un espace donné.

506. Supposons maintenant deux orifices égaux et semblables, mais inégalement éloignés de la surface de l'eau dans le réservoir. Soient H et h ces distances, et prenons $H > h$. Puisque dans les deux cas il y a le même nombre de points qui frottent, s'il y a quelques différences dans les frottemens, elles ne peuvent être que relatives aux hauteurs H et h. Mais, d'un autre côté, comme la contraction de la veine fluide peut n'être pas la même pour un même orifice, sous différentes hauteurs d'eau dans le réservoir, il est impossible de décider si le frottement a quelque part aux variations qui se trouvent dans la proportion des dépenses, à moins qu'on ne connoisse par quelque théorie la nature de cette résistance. Or, parmi les différentes hypothèses qu'on peut proposer à ce sujet, en voici deux qui ont l'avantage d'être fort simples, et dont la seconde ne paroît pas devoir s'écarter beaucoup de la vérité. Il s'agit toujours de l'action *moyenne* du frottement, distribuée à l'aire entière de l'orifice ; mais il est clair qu'il n'est pas le même dans toute cette étendue, et qu'occasionné par le mouvement des particules qui glissent immédiatement sur l'arête de l'orifice, il doit

diminuer de proche en proche, de la circonférence au centre.

507. Imaginons, en premier lieu, que le frottement soit proportionnel à la pression ou à la hauteur du fluide dans le réservoir : cette résistance étant supposée représentée par F sous une hauteur *donnée* L, elle sera $\frac{F}{L} \times H$ sous la hauteur H, et $\frac{F}{L} \times h$ sous la hauteur h. Donc la force qui produit l'écoulement sous la hauteur H, pourra être représentée par $H - \frac{F}{L} \times H$, tandis que la force qui produit l'écoulement sous la hauteur h, le sera par $h - \frac{F}{L} \times h$. Or, on a évidemment la proportion, $H - \frac{F}{L} \times H : h - \frac{F}{L} \times h :: H : h$; par conséquent, les deux dépenses par l'orifice proposé, en ayant égard au frottement, seroient entr'elles comme s'il n'y avoit pas de frottement. Ainsi, dans cette première hypothèse, le frottement ne contribueroit en rien à changer le rapport des dépenses par un même orifice sous différentes hauteurs de réservoir; mais cette hypothèse souffre quelque difficulté. Pourquoi en effet le frottement suivroit-il la raison des hauteurs ou des quarrés des vitesses? Il est indubitable que, plus il y a de points qui frottent en un temps donné, plus l'effet du frottement est grand; mais cela paroit supposer que le frottement est proportionnel à la simple vitesse; et on ne voit

pas pourquoi il renfermeroit dans son expression le quarré de cette vitesse. Il ne le renferme point pour les corps solides : la loi paroit devoir être à-peu-près la même dans les deux cas.

508. Je suppose donc, en second lieu, que le frottement soit proportionnel à la vitesse ou à la racine de la hauteur du fluide dans le réservoir. En ce cas, la force qui produit l'écoulement sous la hauteur H est $H - \frac{F}{\sqrt{L}} \times \sqrt{H}$, et la force qui produit l'écoulement sous la hauteur h, est $h - \frac{F}{\sqrt{L}} \times \sqrt{h}$. Or, puisque $H > h$, on a $H - \frac{F}{\sqrt{L}} \times \sqrt{H} : h - \frac{F}{\sqrt{L}} \times \sqrt{h} > H : h$, comme on le voit, en observant que le produit des extrêmes est plus grand que le produit des moyens. Donc, dans cette hypothèse, le frottement doit être moins sensible à la plus grande hauteur H qu'à la plus petite h. La variation qui résulte de-là dans le rapport des dépenses, est extrêmement petite pour des orifices percés dans de minces parois ; mais elle peut se faire remarquer sur des tuyaux d'une certaine longueur. L'expérience apprend en effet, comme nous le verrons ci-dessous, que, sous différentes hauteurs de réservoirs, un même tuyau donne plus à proportion pour les grandes hauteurs que pour les petites : ce qui prouve la justesse de l'hypothèse dont il s'agit.

509. Cela posé, voyons ce que les expériences

rapportées ci-dessus nous indiquent, au sujet des variations dans le rapport des dépenses que fait un même orifice sous différentes hauteurs d'eau dans le réservoir. Si l'on compare entr'elles, à l'aide de nos trois tables, les dépenses d'un orifice circulaire de 1 pouce de diamètre, sous les trois hauteurs 11 pieds 8 pouces 10 lignes, 9 pieds, 4 pieds, on trouvera que, proportion gardée des hauteurs, la dépense est plus grande pour une petite hauteur que pour une grande. Or ce résultat est précisément contraire à celui qu'on tireroit de l'article précédent, si la variation dont il s'agit étoit produite par le frottement. Concluons donc que cette même variation n'est pas dûe au frottement; mais qu'elle a pour cause une plus ou moins grande contraction de la veine, à mesure que la hauteur du fluide dans le réservoir est plus ou moins grande. Cette explication me paroît hors de doute: car, puisque les particules pressent perpendiculairement le plan de l'orifice lorsqu'il est encore bouché, et que, quand on vient à l'ouvrir, la contraction est produite par le mouvement oblique des particules latérales; plus ce mouvement est grand, ou plus la hauteur du fluide dans le réservoir est grande, et plus aussi la veine fluide doit se resserrer. Nous pouvons donc établir cette règle: *En vertu d'une légère augmentation que la contraction de la veine subit, à mesure que la hauteur du fluide dans le réservoir augmente, la dépense doit un peu diminuer.* Cet effet est un peu contrarié par le frottement; mais ici l'action de cette dernière force doit être négligée.

510. En modifiant les résultats théoriques, à l'aide des observations précédentes, on trouvera les dépenses avec une précision qu'on ne pousse jamais si loin dans la pratique ordinaire, mais qui plait toujours à l'esprit, même alors qu'il néglige d'en faire usage. Eclaircissons cela par un exemple.

Supposons qu'on ait un réservoir entretenu constamment plein, à la hauteur de 5 pieds au-dessus d'un orifice de 9 lignes de diamètre, percé dans une mince paroi : on demande la quantité effective d'eau que cet orifice donnera en 1 minute.

Je cherche d'abord, par la formule de l'article 224, sans faire aucune correction à l'orifice, la dépense théorique de ce même orifice, et je trouve qu'en 1 minute, elle est de 5510 pouces cubes. Ensuite je cherche de même la dépense théorique par un orifice de 6 lignes de diamètre, sous 4 pieds de hauteur d'eau dans le réservoir. Cette dépense est de 2191 pouces cubes, tandis que la dépense effective correspondante est seulement de 1353 pouces cubes (492). Or il est évident que les deux dépenses théoriques qu'on vient de déterminer, doivent être entr'elles, à très-peu de chose près, comme les deux dépenses effectives correspondantes. Car en concluant de la hauteur de 4 pieds à la hauteur de 5 pieds, la dépense effective est un peu augmentée ; mais aussi en concluant d'un orifice de 6 lignes de diamètre à un orifice de 9 lignes de diamètre, la dépense est un peu diminuée : ce qui produit une compensation, et ne peut pas manquer d'établir entre les

dépenses effectives un rapport très-approchant du véritable. Faisant donc cette proportion, 2191 : 1353 :: 5510 pouces cubes : un quatrième terme, ce quatrième terme 3402 pouces cubes, est la dépense demandée.

On procédera de la même manière dans les autres questions de cette espèce : on se procurera des compensations pareilles à celle de l'exemple précédent.

511. Voici encore une remarque qui peut avoir son application dans la pratique.

Pour m'expliquer sur un exemple, je suppose que, sous une même hauteur constante de 4 pieds dans le réservoir, on ait deux orifices, l'un de 1 pouce de diamètre, l'autre inconnu et tel que sa dépense doive être précisément le quart de la dépense du premier, dans le même temps : il s'agit de savoir quel doit être le diamètre de ce second orifice.

Il est clair que s'il n'y avoit pas de cause de retard, et que les petites ouvertures donnassent autant à proportion que les grandes, l'orifice cherché devroit avoir 6 lignes de diamètre; mais comme les petits orifices donnent un peu moins à proportion que les grands, l'orifice en question doit avoir un peu plus de 6 lignes de diamètre, et je le détermine ainsi.

On a vu (492) que, sous la hauteur constante de 4 pieds d'eau dans le réservoir, un orifice de 1 pouce de diamètre donne en 1 minute 5436 pouces cubes d'eau. Prenons le quart de cette quantité, et nous aurons 1359 pouces cubes, pour la dé-

pense de l'orifice cherché. Or (492) un orifice de 6 lignes de diamètre dépense en 1 minute 1353 pouces cubes; ces deux dépenses diffèrent peu l'une de l'autre. Donc les deux orifices diffèrent peu, et à plus forte raison leurs périmètres diffèrent encore moins à proportion de leurs grandeurs. Ainsi l'inégalité produite par le frottement, dans ces deux orifices, doit être comme infiniment petite. Si donc on fait cette proportion, 1353 : 1359 :: 36 : un quatrième terme, ce quatrième terme exprimera en lignes quarrées, le quarré du diamètre de l'orifice demandé. En achevant le calcul, je trouve que l'orifice cherché doit avoir environ 6,014 lignes de diamètre. L'excès de ce diamètre sur 6 lignes est insensible; mais il y a des cas où ces sortes d'excès ne doivent pas être négligés : on y appliquera alors la méthode dont je viens de me servir.

512. Nous avons adopté (237) la règle ordinaire que, dans les écoulemens par des orifices verticaux ou inclinés, dont les hauteurs sont sensiblement comparables à celles des réservoirs, les vitesses des différens filets sont égales à celles qu'acquerroit un corps grave, en tombant des hauteurs correspondantes de la surface de l'eau; mais nous nous sommes proposés alors de la vérifier par l'expérience. Voici cet examen.

Supposons un orifice circulaire et vertical de 1 pouce de diamètre, dont le centre est constamment éloigné de 7 lignes de la surface de l'eau, comme dans l'article 493. Je trouve, par la formule de

l'article 244, qu'en 1 minute la dépense théorique devroit être d'environ 966 pouces cubes. Or, suivant l'expérience, la dépense effective est de 628 pouces cubes seulement. Maintenant, si l'on cherche avec les précautions que j'ai indiquées, la dépense effective par un orifice horizontal de 1 pouce de diamètre, distant de la surface de l'eau, d'une quantité égale à la hauteur moyenne déterminée dans l'article 245, on trouvera que cette dépense effective est aussi de 628 pouces cubes, à très-peu-près. On voit donc, par la comparaison de la dépense théorique avec la dépense effective, que la règle dont il s'agit est à peu-près aussi exacte que celle par laquelle nous avons déterminé (224) la dépense par un petit orifice horizontal ou latéral, dont tous les points peuvent être censés également éloignés de la surface du fluide. Mais il faut pour cela que l'orifice vertical ou incliné (quoique d'une grandeur sensible) ne soit pas fort considérable par rapport à l'amplitude du réservoir; et que de plus la surface de l'eau dépasse le bord supérieur de l'orifice, comme on l'a observé (247).

J'ai trouvé la même chose par d'autres expériences faites avec des orifices rectangulaires et verticaux; je ne les rapporte pas, parce qu'elles n'apprennent d'ailleurs rien de nouveau.

513. Je finis par donner ici une table comparative de la dépense théorique avec la dépense effective, pour un orifice de 1 pouce de diamètre, sous différentes hauteurs de réservoir. Les dépenses

effectives qui n'ont pas été trouvées immédiatement par l'expérience, ont été déterminées avec les précautions que j'ai indiquées (510 et 511); et toutes doivent être regardées comme aussi exactes, à peu de chose près, que si elles avoient été données par des expériences directes. Par le moyen de cette Table et des règles précédentes, on déterminera facilement les dépenses par d'autres orifices percés dans de minces parois, et sous d'autres hauteurs de réservoir. On trouvera ci-dessous plusieurs usages de cette table ; en voici d'avance une application.

Il s'agit de trouver la dépense que fera en 1 minute un orifice de 3 pouces de diamètre, sous 30 pieds de hauteur de réservoir.

Les dépenses théoriques de deux orifices, en temps égaux, étant comme les produits de ces orifices par les racines des hauteurs des réservoirs; et la dépense théorique d'un orifice de 1 pouce de diamètre, sous 15 pieds de hauteur de réservoir, étant, selon notre table, de 16968 pouces cubes en 1 minute : on aura la proportion, $1\sqrt{15} : 9\sqrt{30} :: 16968$ pouces cubes ; un quatrième terme 215961 pouces cubes, dépense théorique de l'orifice proposé. Diminuant cette dépense dans le rapport de $8\frac{1}{10}$ à 5, à cause de la contraction, on aura 133309 pouces cubes, pour la dépense effective du même orifice.

Hauteurs constantes de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'orifice, exprimées en pieds.	*Dépenses théoriques, en 1 minute, par un orifice de 1 pouce de diamètre, exprimées en pouces cubes.*	*Dépenses effectives pendant le même tems, par le même orifice, exprimées aussi en pouces cubes.*
1	4381	2722
2	6196	3846
3	7589	4710
4	8763	5436
5	9797	6075
6	10732	6654
7	11592	7183
8	12392	7672
9	13144	8135
10	13855	8574
11	14530	8990
12	15180	9384
13	15797	9764
14	16393	10130
15	16968	10472

CHAPITRE III.

Continuation du même sujet : écoulemens par des tuyaux additionnels.

514. Lorsque l'eau sort d'un vase par un orifice percé dans une mince paroi, la contraction à laquelle la veine fluide est toujours sujette, diminue considérablement la dépense, comme nous l'avons vu. Examinons s'il en sera de même, lorsque l'eau s'écoulera par un bout de tuyau additionnel dont elle suive les parois. Je vais exposer mes recherches sur ce sujet, dans l'ordre qu'elles se sont succédées les unes aux autres.

515. Mon premier objet ayant été de comparer ensemble les dépenses dans les deux cas, j'ai voulu d'abord déterminer la dépense d'un tuyau additionnel de 2 pouces de diamètre, pour en faire la comparaison avec celle d'un orifice de 2 pouces aussi de diamètre, percé dans une mince paroi. En conséquence, j'ai fait adapter au fond du réservoir *ADCB* (*Fig.* 13), un tube cylindrique vertical *MOPN* de cuivre bien poli en dedans, qui avoit 2 pouces de diamètre et 2 pouces de hauteur. Ce tuyau étant bouché par le moyen d'un tampon, et le réservoir étant rempli d'eau à la hauteur de 11 pieds 8 pouces 10 lignes au-dessus de *MN*, lors-

qu'on a ôté le tampon pour permettre l'écoulement, l'eau n'a pas suivi les parois du tuyau, et la veine s'est contractée comme si l'orifice avoit été percé dans une mince plaque. On voyoit l'eau glisser sur l'arête de la base supérieure du tube, précisément de la même manière que dans les expériences précédentes. Vainement on a tenté d'en changer le cours. Il n'a pas été possible de la déterminer à suivre les parois du tuyau. Je ne pouvois donc parvenir à mon but avec un tuyau de ce diamètre, qu'en lui donnant plus de longueur; mais outre qu'alors je prévoyois quelque difficulté à faire bien exactement l'expérience, à cause de la grande dépense du tuyau, je n'ai pas tenté de la faire, parce que d'ailleurs un alongement dans le tuyau auroit pu occasionner un frottement sensible, que je voulois éviter dans cette recherche. Ces raisons m'ont déterminé à employer un tuyau d'un plus petit diamètre. On a donc appliqué au fond du réservoir un tuyau cylindrique vertical, aussi de cuivre bien poli en dedans, de 1 pouce de diamètre et de 2 pouces de hauteur. Après avoir fait remplir le réservoir comme ci-devant; lorsqu'on a ôté le tampon qui bouchoit le tuyau, l'eau a suivi ses parois et s'est écoulée à gueulebée. On a donc pu déterminer la dépense par ce tuyau, et la comparer avec celle d'un orifice de 1 pouce de diamètre, percé dans une mince paroi. Mais en répétant plusieurs fois cette expérience, il s'en est présenté une autre d'une espèce assez singulière, qui

qui a fourni le moyen de faire la comparaison indiquée, avec la plus grande précision.

516. Comme la violence de l'eau ne permettoit pas de boucher facilement le tuyau en dehors, j'ai pensé à suspendre l'écoulement (*Fig.* 14), par le moyen d'une petite planche *K* attachée d'équerre à l'extrémité d'une longue perche *R*, et couverte de plusieurs lambeaux de feutre. Il n'étoit pas difficile d'appliquer cette planche sur l'ouverture supérieure du tuyau. Or quand on la retiroit pour donner lieu à l'écoulement; tantôt l'eau suivoit les parois du tube, tantôt elle s'en détachoit, et la veine se resserroit comme ci-dessus. Avec un peu d'exercice on est parvenu à produire à volonté l'un ou l'autre effet. Le même phénomène a eu lieu, après que la hauteur du tuyau a été réduite à 1 pouce 6 lignes, avec cette différence néanmoins qu'on ne réussissoit pas aisément à faire alors en sorte que l'eau suivît les parois du tuyau. Elle les auroit encore moins suivis, et peut-être auroit-il été impossible de l'y déterminer, si le tuyau n'avoit eu que 1 pouce de hauteur. Il est du moins certain qu'ayant fait réduire la hauteur du tuyau à $\frac{1}{2}$ pouce, l'eau s'est toujours détachée des parois, et que jamais on n'a pu la forcer à les suivre, même en présentant le tampon à l'orifice inférieur, ou en y appliquant le plat de la main. Quoiqu'il en soit, la commodité de pouvoir faire sortir l'eau à plein tuyau, ou de la faire simplement glisser sur son bord supérieur, quand le tuyau n'a que 18 lignes de hauteur, a cela d'avan-

tageux que l'orifice d'entrée étant exactement le même dans les deux cas, et le tuyau étant d'ailleurs parfaitement cylindrique, l'une des sources d'erreur dans le rapport des dépenses, celle qui tient aux imperfections inévitables dans les grandeurs des orifices, disparoît ici presque totalement. On n'a point à craindre d'ailleurs, que la hauteur du tuyau puisse occasionner un frottement qui trouble d'une manière sensible le rapport cherché : car elle est fort petite par rapport à celle que nous donnerons au réservoir.

517. Ces opérations préliminaires posées, pour remplir non-seulement mon premier objet, mais encore pour comparer les dépenses par des tuyaux de même diamètre et de différentes hauteurs, on a mis au fond du réservoir $ADBC$ un tuyau cylindrique vertical, bien poli en dedans, qui a 1 pouce de diamètre intérieur, et dont la hauteur, d'abord de 4 pouces, a été diminuée successivement. Dans les trois premières expériences qui suivent, l'eau sort à plein tuyau; et dans la quatrième j'ai fait en sorte qu'elle en abandonnât les parois.

EXPÉRIENCES I, II, III, IV.

518. L'eau du réservoir est entretenue, dans tous les cas, à la hauteur constante de 11 pieds 8 pouces 10 lignes au-dessus de la base supérieure MN du tuyau $MOPN$ (*Fig.* 13.)

I. Le tuyau ayant 4 pouces de hauteur, et l'eau en suivant les parois, en 66 secondes on reçoit 8

pieds cubes d'eau — 323 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 13501 pouces cubes.

II. Le tuyau ayant 2 pouces de hauteur, et l'eau en suivant les parois, en 66 secondes on reçoit 8 pieds cubes d'eau — 417 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 13407 pouces cubes.

III. Le tuyau ayant 1 pouce 6 lignes de hauteur, et l'eau en suivant les parois, en 66 secondes on reçoit 8 pieds cubes d'eau — 439 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 13385 pouces cubes.

IV. Le tuyau ayant 1 pouce 6 lignes de hauteur, comme dans l'expérience précédente, mais l'eau ne faisant plus que glisser sur l'arête de sa base supérieure, en 91 secondes on reçoit 8 pieds cubes d'eau + 254 pouces cubes, c'est-à-dire, en tout 14078 pouces cubes.

Table résultante de ces expériences.

519. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir, au-dessus de la base supérieure du tuyau, est de 11 pieds 8 pouces 10 lignes ; et le diamètre du tuyau est de 1 pouce.	*Hauteurs variables du tuyau, exprimées en lignes.*	*Nombre de pouces cubes d'eau dépensés en une minute.*
	48 } L'eau sort à plein tuyau.	12274.
	24 }	12188.
	18 }	12168.
	18 } L'eau ne suit pas les parois.	9282.

RÉFLEXIONS.

520. Lorsque l'eau sort par un tuyau vertical, comme dans les trois premières expériences qui précèdent, plus le tuyau est long, plus la dépense est grande. Les différentes dépenses suivent, à peu de chose près, la raison des racines quarrées des hauteurs de l'eau dans le réservoir au-dessus de la base inférieure du tuyau; mais il ne s'agit ici que de tuyaux qui ont de petites hauteurs en comparaison de celle du réservoir. Nous examinerons dans la suite le mouvement des eaux dans de longs tuyaux.

521. En comparant les quantités d'eau dépensées dans la troisième et la quatrième expérience, on voit que les deux dépenses 12168 pouces cubes et 9282 pouces cubes, sont entr'elles dans un rapport qui surpasse un peu celui de 13 à 10. Mais il faut remarquer que la hauteur de l'eau au-dessus de l'orifice de sortie n'est pas la même dans les deux cas; elle est plus grande dans le premier que dans le second. Le frottement le long des parois du tuyau doit un peu diminuer la dépense dans le premier cas; mais cette diminution est très-légère, et ne peut altérer qu'insensiblement le rapport des deux dépenses proposées.

522. Je néglige donc une telle altération; et pour comparer ensemble les deux dépenses sous une même hauteur de réservoir, j'observe que dans la troisième expérience la hauteur de l'eau dans le

réservoir au-dessus de l'orifice de sortie = 11 pieds 8 pouces 10 lignes + 18 lignes = 1708 lignes ; et que dans la quatrième la hauteur du réservoir = 11 pieds 8 pouces 10 lignes + 6 lignes = 1696 lignes, parce que la section de la veine contractée est distante d'environ 6 lignes du fond du réservoir. Ainsi, pour réduire la dépense de la quatrième expérience à la valeur qu'elle doit avoir sous 1708 lignes de hauteur dans le réservoir, on fera (495) la proportion $\sqrt{1696} : \sqrt{1708} :: 9282$ pouces : à la dépense cherchée = 9314 pouces cubes. Il s'en faut peu que les deux dépenses 12168 pouces cubes et 9314 pouces cubes, soient maintenant entr'elles dans le rapport de 13 à 10.

523. Nous avons trouvé (498) que la dépense théorique est à la dépense affectée de la contraction ordinaire qui a lieu à la sortie des orifices percés dans de minces parois, environ comme 8 est à 5, ou comme 16 est à 10 ; et nous venons de voir que la dépense par un tuyau additionnel, est à la dépense affectée de la contraction ordinaire, comme 13 est à 10. Concluons donc que *la hauteur du réservoir et l'orifice de sortie étant les mêmes, la dépense théorique, la dépense par un tuyau additionnel, la dépense pdr un orifice percé dans une mince paroi, sont entr'elles, à peu de chose près, comme les trois nombres* 16, 13, 10. Ces rapports sont assez exacts pour la pratique.

524. De là résulte une conséquence analogue à

l'article 500. Les écoulemens par des tuyaux additionnels, de quelques pouces de hauteur, pourront se déterminer par la méthode théorique de l'article 224, en diminuant l'aire véritable de l'orifice extérieur, dans le rapport de 16 à 13, et prenant pour hauteur du réservoir la verticale comprise depuis le centre de cet orifice, jusqu'à la surface supérieure de l'eau, prolongée lorsqu'il est nécessaire.

525. On voit encore par-là que les tuyaux additionnels ne détruisent qu'en partie la contraction. En effet, il est clair que le fluide ne peut passer du réservoir dans ces tuyaux, sans que les particules latérales ne prennent des directions obliques. Seulement l'obliquité de ces mouvemens est alors un peu diminuée, comme je l'expliquerai ci-dessous. En général, toutes les fois qu'un fluide mu dans un vase quelconque, qui a des inégalités dans sa grosseur, passe d'un endroit à un autre plus étroit, il y a nécessairement une contraction plus ou moins grande suivant les différens cas. La plus sensible de toutes, et que par cette raison, j'appellerai toujours *contraction de la première espèce*, est celle qui a lieu au sortir d'un petit orifice percé dans une mince paroi d'un grand réservoir.

526. Comme la veine fluide, dans le cas où elle sort à plein tuyau, a la forme cylindrique à sa sortie, ou qu'elle est alors perpendiculaire au plan de l'orifice extérieur (*Fig.* 13), il est évident que le déchet de la dépense ne peut pas être attribué

à une contraction extérieure, mais que sa vraie cause est que la vîtesse du fluide en OP n'est pas dûe à la hauteur entière HO du réservoir. Soient h la hauteur à laquelle la vîtesse en OP est dûe; K l'aire de l'orifice OP; Q la quantité d'eau écoulée pendant le temps donné t; θ le temps qu'un corps grave met à tomber de la hauteur α: on trouvera, comme dans l'article 224, $Q = \frac{2tK\sqrt{\alpha h}}{\theta}$, et par conséquent $h = \frac{Q^2\theta^2}{4K^2t^2\alpha}$. Donc en faisant comme dans la troisième expérience, $Q = 12168$ pouces cubes, $t = 60$ secondes, $K = 36 \times \frac{355}{113}$ lignes quarrées, et de plus $\alpha = 15$ pieds $= 2160$ lignes, $\theta = 1$ seconde: on aura $h = 1111$ lignes. Or la hauteur $HO = 1708$ lignes. Ainsi la hauteur h est à la hauteur de l'eau dans le réservoir, comme 1111 est à 1708, ou comme 100 est à 153,73 environ, ou comme 2 est à 3, à-peu-près.

527. Donc les jets d'eau qui sortent par des tuyaux additionnels, doivent s'élever moins haut que ceux qui sortent par des orifices percés dans de minces parois. Car ceux-ci, abstraction faite de la résistance de l'air, s'éleveroient sensiblement à la hauteur de leurs réservoirs. Cette conclusion est confirmée par l'expérience, comme nous le verrons dans la suite.

528. Que le tuyau $MOPN$ soit vertical, comme dans la *Figure* 13, ou horizontal comme dans la *Figure* 15, il donnera la même quantité d'eau,

pourvu qu'il ait toujours la même longueur, et que l'orifice extérieur *OP* soit placé à la même profondeur au-dessous de la surface de l'eau dans le réservoir. J'ai employé dans les expériences précédentes un tuyau vertical, parce que je voulois connoître aussi les rapports des dépenses à mesure que ce tuyau est plus ou moins long.

529. Supposons maintenant que l'eau sorte par un tuyau conique *MOPN* (*Fig.* 16), dont la plus grande base *MN* est du côté du réservoir. La forme de ce tuyau facilite l'entrée de l'eau en *MN*; et pourvu qu'il ne soit pas trop évasé, il doit donner plus que le tuyau cylindrique *m O P n* qui a le même orifice extérieur *O P*. Poleni en a fait l'expérience dans son Traité *de Castellis*. Ayant adapté horizontalement à un réservoir entretenu plein à la même hauteur constante de 256 lignes au-dessus du centre de l'orifice, un tuyau conique qui avoit 92 lignes de longueur, 33 lignes de diamètre à son orifice du côté du réservoir, 26 lignes de diamètre à l'orifice extérieur; ensuite un tuyau cylindrique qui avoit 91 lignes de longueur, 26 lignes de diamètre : il a trouvé que pour remplir un même vase ou étalon qui contenoit 73035 pouces cubes, le tuyau conique employoit 2′ 57″, et le tuyau cylindrique 3′ 7″. En faisant sortir l'eau par un orifice de 26 lignes de diamètre, percé dans une mince paroi, il falloit 4′ 36″ pour remplir l'étalon.

530. Cet auteur compare aussi entr'eux les écou-

lemens par des tuyaux coniques qui ont même longueur, même orifice extérieur, mais différens orifices du côté du réservoir. La longueur commune des tuyaux qu'il emploie est de 92 lignes, et le diamètre de chaque orifice extérieur, de 26 lignes. Les diamètres des orifices intérieurs sont respectivement de 33, 42, 60, 118 lignes. L'eau étant entretenue dans le réservoir toujours à même hauteur; par le premier tuyau, l'étalon proposé se remplit en $2^{l}\ 57^{ll}$; par le second, en $2^{l}\ 58^{ll}$; par le troisième, en 3^{l}; enfin par le quatrième, en $3^{l}\ 5^{ll}$.

531. Si l'on réduit toutes les dépenses énoncées dans les deux articles précédens, à notre manière de calculer, on trouvera que la hauteur constante de l'eau dans le réservoir étant 256 lignes, en 1 minute,

	Pouces cubes.
l'orifice percé dans une mince paroi donne.....	15877,
le tuyau cylindrique.....	23434,
le premier tuyau conique.....	24758,
le second.....	24619,
le troisième.....	24345,
le quatrième.....	23687.

La première dépense est moindre qu'on ne la concluroit de mes expériences; et en cela Poleni s'éloigne encore plus que moi du résultat qu'on trouveroit, d'après l'expérience que Mariotte a faite pour déterminer le pouce d'eau.

532. Sans examiner si Poleni a mis toute l'exactitude possible dans ses opérations, et si en

particulier son étalon n'étoit pas un peu défectueux par excès, comme je le présume, bornons-nous à comparer ensemble les dépenses de la table précédente, et concluons-en :

1°. Que la dépense effective est toujours moindre que la dépense théorique, qui est de 27425 pouces cubes en 1 minute.

2°. Qu'en élargissant jusqu'à un certain point l'orifice intérieur du tuyau, on augmente la dépense; mais qu'il ne faut pas porter cet élargissement trop loin, parce qu'il tend à produire une contraction extérieure, et à ramener l'écoulement à la classe de ceux qui se font par des orifices percés dans de minces parois, et qui sont les moindres de tous en dépense.

533. Si on mettoit le tuyau conique *MOPN*, dans une autre position, en sorte que sa plus petite base *OP* fût du côté du réservoir et la plus grande en dehors, il donneroit plus d'eau que le tuyau cylindrique *mOPn*, parce que la divergence des côtés *OM*, *PN* tend à faire diverger la veine, et par conséquent à changer le mouvement oblique que les particules auroient à leur passage du réservoir dans le tuyau. Mais on sent que l'excès de la première dépense sur la seconde, a ses limites qui ne peuvent pas être fort étendues. D'ailleurs, si le tuyau conique, toujours placé, comme on vient de le dire, n'a pas une certaine longueur par rapport au diamètre de sa plus grande base, l'eau ne suivra pas ses parois, et il y aura à son entrée

contraction de la première espèce. Cela arrivera surtout, s'il est adapté verticalement au fond du réservoir.

534. De tous les tuyaux additionnels qu'on peut appliquer sur un orifice extérieur donné, dans la vue de se procurer la plus grande quantité d'eau qu'il est possible en un temps donné, le plus avantageux est celui qui a la forme que la veine fluide prend naturellement, à la sortie d'un orifice percé dans une mince paroi. Je m'explique. Soit *MSTN* (*Fig* 17) la pyramyde tronquée ou le conoïde formé par la veine, depuis l'orifice intérieur *MN* jusqu'à l'endroit *ST* où elle cesse de se resserrer pour commencer à prendre la forme cylindrique. Imaginons que *MS*, *NT* deviennent les parois d'un tuyau *MSTN*, lesquelles ne fassent que toucher la surface de l'eau sans gêner en aucune manière son mouvement. Il est clair que la vîtesse du fluide en *ST* étant dûe à la hauteur entière *r b* du réservoir (499), et que la section *ST* devant être considérée comme le vrai orifice par lequel se fait l'écoulement; la dépense effective au sortir de *ST* aura toute la plénitude possible, et sera égale à la dépense théorique.

535. Cette remarque peut avoir son application à la pratique, lorsqu'il s'agit de dériver une certaine quantité d'eau d'une rivière, d'un aqueduc, etc. par un canal ou tuyau latéral. On imitera dans la construction de la partie antérieure de ce canal la

forme $MSTN$, et on fera l'autre partie, prismatique ou cylindrique. On doit se souvenir que l'aire MN est à l'aire ST, comme 8 est à 5 environ, et que la distance rp de ST à MN est égale, à peu-près, à la demi-largeur pM ou pN. A l'égard des côtés MS, NT, ils sont sensiblement rectilignes : leur figure exacte est comme indéterminable par la théorie.

536. Revenons aux tuyaux cylindriques, et examinons pourquoi ils donnent plus d'eau que les orifices percés dans de minces parois. Je commence par le cas le plus simple.

Soit $MOPN$ un tuyau cylindrique horizontal, adapté au réservoir $ADCB$ (*Fig.* 15) Concevons d'abord qu'avant l'écoulement, ce tuyau soit bouché par une plaque appliquée contre MN, et qu'ensuite cette plaque soit anéantie subitement. Si chacune des particules fluides qui répondent à l'orifice MN ne rencontroit aucun obstacle après sa sortie, elle décriroit une parabole suivant les lois ordinaires du mouvement des projectiles : par exemple, les particules M et N décriroient les paraboles Mmx, Nny. Mais, dans la réalité, toutes les particules au sortir de l'orifice se gênent, les paraboles se dénaturent, et la veine fluide tend à se contracter. Si la longueur NP du tuyau additionnel est petite, en sorte que le point P tombe entre N et z, la veine fluide éprouve une contraction de la première espèce, et l'écoulement se fait comme si la longueur du tuyau n'étoit simplement que l'épaisseur d'une

mince paroi. Mais si le point P se trouve en-delà de z, comme cela arrive dans notre *Figure*, l'eau s'accumule sur l'étendue zP, la veine se gonfle, s'attache aux parois du tube vers sa partie extérieure, et finit par remplir l'orifice entier OP. L'écoulement une fois établi de cette manière, doit continuer de même. Or, lorsque le fluide sort ainsi à plein tuyau, il est visible que les mouvemens naturels des particules M, N, sont altérés et deviennent moins obliques au plan de l'orifice MN; d'où il résulte que la colonne fluide qui sort, acquiert une plus grande base. A la vérité, sa vîtesse diminue, comme on le verra dans la suite, lorsque nous rapporterons les expériences relatives à l'élévation des jets d'eau; mais l'augmentation de la base fait plus que compenser la diminution de la vîtesse; et un tuyau additionnel donne plus d'eau qu'un orifice percé dans une mince paroi, l'orifice de sortie et la hauteur du réservoir étant les mêmes dans les deux cas.

537. Il y a plus : comme les mouvemens obliques des particules M, N sont altérés par la résistance de l'eau antérieure qui, ayant été forcée de changer sa direction primitive pour suivre les parois du tuyau, a nécessairement perdu quelque chose de sa vîtesse primitive, la résistance dont il s'agit doit nécessairement avoir une certaine intensité pour opérer son effet aussi complétement qu'il est possible. Le tuyau $MOPN$ ne doit donc pas être trop court; et il y a pour lui dans chaque cas,

une longueur propre à procurer un *maximum* d'écoulement; mais cette longueur ne peut pas être fort considérable, parce qu'à mesure que le tuyau devient plus long, le frottement contre l'intérieur de ses parois se fait sentir davantage, et diminue d'autant la dépense.

538. La manière dont nous avons imaginé (536) que le tuyau est bouché d'abord, est purement idéale. Mais on sent que l'écoulement se fera toujours de même, si par exemple l'entrée extérieure du tuyau étant bouchée avec un tampon, on ôte ensuite ce tampon pour permettre le cours à l'eau. Elle sera encore plus déterminée, en ce cas, à suivre les parois du tuyau, pour peu qu'il ait de longueur. Car dès le premier instant les particule M, N éprouveront de la résistance, ou de la part du tampon qui ne leur cédera pas, pour l'ordinaire, avec assez de vîtesse, ou de la part de l'eau comprise dans la cavité qui est entre la tête du tampon et l'orifice MN; résistance qui fait gonfler la veine et l'oblige de sortir à plein tuyau.

On appliquera sans peine les mêmes remarques, avec quelques changemens, aux tuyaux coniques adaptés horizontalement à des réservoirs.

539. Que l'eau sorte maintenant par un tuyau cylindrique vertical $MOPN$ (*Fig.* 13), placé au fond du réservoir $ADCB$. Si l'on imaginoit, comme dans l'article 536, que l'entrée MN, fermée d'abord, devint libre tout d'un coup, sans que par-

là le mouvement naturel des particules pût être altéré, la veine se contracteroit à l'ordinaire; et abstraction faite de toute résistance de l'air, il n'y auroit aucune raison pour qu'elle se gonflât et joignît les parois du tuyau. L'écoulement se feroit donc comme si la hauteur du tuyau étoit infiniment petite. Mais supposons que le tuyau proposé *MOPN* (*Fig.* 18), soit bouché en dehors par le moyen d'un tampon *T* qui atteint jusqu'en *XY*. Il est visible, comme ci-dessus, que les particules *m*, *n* éprouvant de la résistance de la part du tampon qui se meut moins vîte qu'elles, ou de la part de l'eau inférieure qui remplit la cavité du tuyau, et qu'elles chassent, elles profitent de la liberté qu'elles ont de rejaillir suivant les sens *mX*, *mY*; et que par conséquent la veine doit se gonfler et sortir à plein tuyau : elle continuera à sortir de même, pourvu qu'elle ait une certaine adhérence aux parois du tuyau, tant en vertu de sa viscosité naturelle, que de la force qui pousse à chaque instant les particules *m*, *n*. Or il suit de-là que l'obliquité naturelle du mouvement à l'entrée *MN* du tuyau est diminuée, ou que la base de la colonne fluide qui sort, est augmentée, sans que la vîtesse soit diminuée en même raison. Donc la dépense est plus forte que si l'eau sortoit par un orifice percé dans une mince paroi. Ajoutez que le poids particulier de l'eau contenue à chaque instant dans le tuyau *MQPN*, tend ici à favoriser l'écoulement.

540. Il est à propos de remarquer que l'adhérence

de l'eau aux parois du tuyau est souvent très-légère, et que la plus petite force suffit pour la rompre. Par exemple, l'eau étant entretenue dans un tonneau à la hauteur constante de 2 pieds au-dessus de l'orifice inférieur d'un tube vertical de 2 pouces de hauteur sur 6 lignes de diamètre, et l'eau sortant à plein tuyau, j'ai éprouvé plusieurs fois qu'en frappant légèrement le tuyau avec une clef, l'eau se détachoit de ses parois, et ne faisoit plus que glisser sur son bord supérieur, comme dans les écoulemens par des orifices percés dans de minces parois. On sent que les petits coups donnés au tuyau, rompent alors l'espèce d'engrénage par lequel les particules fluides tiennent à ses parois.

541. Ces principes servent à expliquer facilement pourquoi, dans l'hypothèse de l'article 516, l'eau suit ou ne suit pas les parois du tuyau, suivant la manière dont on le bouche et le débouche. Lorsqu'on emploie pour cela la perche R (*Fig.* 14), et qu'on la retire de manière qu'une certaine quantité d'eau commence à suivre les parois, ou en général lorsque la planche K change la direction naturelle des particules à l'entrée du tuyau, il pourra arriver que l'écoulement prenne et conserve son cours suivant les parois, et que par conséquent l'eau sorte à plein tuyau. Au-contraire, la veine se resserrera, si le mouvement oblique des particules à l'entrée du tuyau ne souffre pas une altération trop considérable. Il est évident que ce dernier cas auroit lieu encore, si le tuyau étant bouché par un tampon,

ce

tampon atteignoit presque *MN*, et qu'on pût l'ôter avec une vitesse tout au moins égale à celle de l'eau qui le suit.

542. On voit, par les mêmes principes, qu'en faisant sortir l'eau à plein tuyau, on ne doit pas pour cela obtenir une dépense effective égale à la dépense naturelle et théorique; car une partie de la force qui expulse l'eau en *MN*, est employée à faire gonfler la veine, et à l'obliger de suivre les parois du tuyau. Cela est également vrai, proportion gardée, pour les tuyaux coniques, et n'a d'exception que pour le seul tuyau dont il a été parlé dans l'article 534.

543. La propriété que les tuyaux additionnels ont de donner plus d'eau que les orifices percés dans de minces parois, est bien contraire aux idées vulgairement reçues sur cette matière. J'ai rencontré plusieurs praticiens, habiles à d'autres égards, qui croyoient que, pour se procurer la plus grande quantité d'eau qu'il est possible par un orifice donné, il faut que la lame dans laquelle cet orifice est percé, soit la plus mince qu'il est possible, parce que, disoient-ils, on diminue par-là le frottement. Mais ils donnoient beaucoup plus qu'il ne convient à cette résistance, et ne s'appercevoient pas que par-là on occasionne une contraction de la première espèce, qui diminue bien davantage la dépense.

544. Pour ne rien laisser à desirer sur ce sujet, relativement aux besoins de la pratique, je rappor-

terai encore ici quelques expériences qui ont pour objet de faire connoître directement le rapport des dépenses, par des tuyaux additionnels de différens diamètres, et sous différentes hauteurs de réservoir.

Dans ces expériences, j'ai employé pour réservoir, un tonneau $ADCB$ (*Fig.* 19), au fond DC duquel sont adaptés verticalement deux tuyaux cylindriques $QSTH$, $MOPN$, hauts chacun de 2 pouces, le premier ayant 6 lignes de diamètre, le second 10 lignes aussi de diamètre; les orifices supérieurs QH, MN sont de niveau avec la face supérieure et horizontale du fond DC; l'eau provisionnelle est fournie par un autre tonneau $IFEK$, qui la transmet au réservoir par le moyen du canal R.

En élevant plus ou moins le tampon V dont le bout G est conique, on laisse passer plus ou moins d'eau dans le canal.

On a eu soin de briser le choc de l'eau provisionnelle à son entrée dans le réservoir $ADCB$, de manière qu'elle n'y cause jamais d'ébranlement sensible.

EXPÉRIENCES V, VI, VII, VIII.

545. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'orifice de sortie = 3 pieds 10 pouces. Cet orifice de sortie est ST ou OP quand l'eau suit les parois du tuyau, et QH ou MN quand l'eau ne suit pas les parois du tuyau.

I. L'eau sortant par le tuyau $QSTH$ de 6 lignes de diamètre, et suivant ses parois, en une minute on a reçu 1689 pouces cubes d'eau.

II. L'eau sortant par le même tuyau, mais ne faisant que toucher le bord supérieur QH, sans suivre le reste des parois, en 80 secondes on a reçu 1724 pouces cubes d'eau.

III. L'eau sortant par le tuyau $MOPN$ de 10 lignes de diamètre, et suivant ses parois, en 24 secondes on a reçu 1881 pouces cubes d'eau.

IV. L'eau sortant par le même tuyau, mais ne faisant que toucher le bord supérieur MN, sans suivre le reste des parois, en 30 secondes on a reçu 1799 pouces cubes d'eau.

EXPÉRIENCES IX, X, XI, XII.

546. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'orifice de sortie = 2 pieds.

I. L'eau sortant par le tuyau $QSTH$ de 6 lignes de diamètre, et suivant ses parois, en 85 secondes on a reçu 1731 pouces cubes d'eau.

II. L'eau sortant par le même tuyau, mais ne faisant que toucher son bord supérieur QH, sans suivre le reste des parois, en 110 secondes on a reçu 1714 pouces cubes d'eau.

III. L'eau sortant par le tuyau $MOPN$ de 10 lignes de diamètre, et suivant ses parois, en 30 secondes on a reçu 1701 pouces cubes d'eau.

IV. L'eau sortant par le même tuyau, mais ne faisant que toucher son bord supérieur MN sans suivre le reste de ses parois, en 40 secondes on a reçu 1735 pouces cubes d'eau.

Table résultante de ces huit expériences.

547. *Hauteurs constantes de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'orifice de sortie, exprimées en lignes.*	*Diamètres des tuyaux, exprimés en lignes.*	*Pouces cubes d'eau dépensés en une minute.*
552	6 } L'eau sort à plein tuyau.	1689.
	10 } L'eau sort à plein tuyau.	4703.
	6 } L'eau ne suit pas les parois.	1293.
	10 } L'eau ne suit pas les parois.	3598.
288	6 } L'eau sort à plein tuyau.	1222.
	10 } L'eau sort à plein tuyau.	3402.
	6 } L'eau ne suit pas les parois.	935.
	10 } L'eau ne suit pas les parois.	2603.

RÉFLEXIONS.

548. On voit par cette table, que *les dépenses par différens tuyaux additionnels, sous une même hauteur d'eau dans le réservoir, sont sensiblement proportionnelles aux aires des orifices, ou aux quarrés de leurs diamètres.*

J'ai employé des tuyaux de même hauteur, afin que les circonstances du frottement fussent les mêmes autant qu'il est possible. Cependant le tuyau de 10 lignes de diamètre donne un peu plus à proportion que l'autre.

549. La même table fait voir que *les dépenses par des tuyaux additionnels de même diamètre, sous différentes hauteurs dans le réservoir, sont sensiblement proportionnelles aux racines quarrées des hauteurs des réservoirs.* Sur quoi il faut observer que les petites hauteurs dans le réservoir procurent un peu plus d'eau à proportion que les grandes; mais si les tuyaux étoient fort longs, le contraire arriveroit, à cause du frottement, comme on le verra dans la suite.

550. Des deux articles précédens, il suit qu'en général *les dépenses faites, pendant le même temps, par différens tuyaux additionnels, sous différentes hauteurs dans le réservoir, sont entr'elles, à peu de chose près, comme les produits des quarrés des diamètres des tuyaux par les racines quarrées des hauteurs des réservoirs.*

On voit par-là que les écoulemens par des tuyaux additionnels, suivent entr'eux les mêmes loix que ceux qui se font par des orifices percés dans de minces parois, et que par conséquent les remarques qu'on a faites sur ces derniers, s'appliquent aussi aux premiers, avec les changemens convenables.

551. Si l'on compare entr'elles les dépenses, lorsque l'eau sort à plein tuyau, et lorsqu'elle se détache des parois, sous une même hauteur de réservoir au-dessus de l'orifice de sortie, et qu'on les appelle Q et q respectivement, on aura (547) ces différentes proportions,

$$Q : q :: 1689 : 1293,$$

$$Q : q :: 4703 : 3598,$$
$$Q : q :: 1222 : 935,$$
$$Q : q :: 3402 : 2603.$$

Le second rapport de chacune de ces proportions approche fort de celui de 17 à 13, ou même de celui de 13 à 10; et dans la pratique, on peut supposer, sans craindre d'erreur sensible, qu'on ait, $Q : q ::$ 13 : 10.

552. Donc, lorsqu'on voudra qu'un tuyau additionnel et un orifice percé dans une mince paroi, sous une même hauteur de réservoir, donnent la même quantité d'eau dans le même temps, il faudra que leurs diamètres soient dans la raison de $\sqrt{10}$ à $\sqrt{13}$. Car supposons que, sous la même hauteur de réservoir, ont ait un tuyau additionnel dont l'eau suive les parois, et deux orifices percés dans une mince paroi; que la dépense du tuyau pendant le temps proposé, soit nommée Q, le diamètre de ce tuyau $= D$; que les dépenses des deux orifices, pendant le même temps, soient q et q', leurs diamètres D et d; on aura ces deux proportions,

$$Q : q :: 13 : 10 \ (551),$$
$$q : q' :: D^2 : d^2 \ (494).$$

Donc $Q = q \times \frac{13}{10}$, et $q' = q \times \frac{d^2}{D^2}$. Ainsi, pour qu'on ait $q' = Q$, il faut qu'on ait $q \times \frac{d^2}{D^2} = q \times \frac{13}{10}$, et par conséquent $D^2 : d^2 :: 10 : 13$; d'où il suit qu'on aura $D : d :: \sqrt{10} : \sqrt{13}$.

553. On observera, au sujet des dépenses de la dernière table, qu'elles sont un peu moindres qu'on

ne les trouveroit par les tables des articles 488, 490, 492. Je ne crois pas qu'il faille attribuer ces différences uniquement aux erreurs inévitables dans les mesures des orifices, des temps et des dépenses même : il me semble qu'elle doit être rejetée principalement sur la différence des fluidités des eaux. Toutes les expériences qui servent de fondement aux tables des trois articles cités, ont été faites dans la belle saison, avec une eau très-limpide et très-fluide ; mais les expériences relatives à la dernière table ont été faites avec une eau un peu trouble et imprégnée de corpuscules étrangers. D'ailleurs les deux tonneaux dont je me suis servi avoient été précédemment remplis d'huile ; il y avoit eu aussi de l'huile dans les tuyaux additionnels adaptés au tonneau qui servoit de réservoir. Or il est certain que ces sortes de matières grasses peuvent augmenter sensiblement l'adhérence des particules au fond et aux parois, et ralentir par conséquent la vitesse des écoulemens. Quoiqu'il en soit, on comprend assez que le plus ou le moins de fluidité des eaux ne change rien aux résultats des articles précédens, puisque les écoulemens des mêmes eaux doivent suivre les mêmes loix.

554. Voici une table comparative de la dépense théorique par un orifice de 1 pouce de diamètre, avec la dépense effective par un tuyau additionnel de même diamètre, sous différentes hauteurs de réservoir : elle est analogue à celle de l'article 513. Les dépenses effectives qui composent la troisième colonne de cette nouvelle table, sont aux dépenses naturelles qui

composent la seconde colonne, environ comme 13 est à 16. Ces calculs n'ont pas toute la précision qu'on auroit pu leur donner d'après les réflexions qui précèdent; mais ils sont suffisamment exacts pour les besoins de la pratique, qu'on a toujours en vue.

Il est facile (550) d'étendre l'usage de cette même table, et de trouver par son moyen la dépense que fera un tuyau additionnel quelconque, sous une hauteur donnée de réservoir.

Hauteurs constantes de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'orifice extérieur du tuyau, exprimées en pieds.	*Dépense théorique, en 1 minute, par un orifice de 1 pouce de diamètre, exprimée en pouces cubes.*	*Dépense effective pendant le même temps, par un tuyau cylindrique qui a un pouce de diamètre et deux pouces de longueur, exprimée aussi en pouces cubes.*
1	4381	3539
2	6196	5002
3	7589	6126
4	8763	7070
5	9797	7900
6	10732	8654
7	11592	9340
8	12392	9975
9	13144	10579
10	13855	11151
11	14530	11693
12	15180	12205
13	15797	12699
14	16393	13177
15	16968	13620

CHAPITRE IV.

Mouvement des Eaux qui sortent d'un vase qui se vide librement. Autres sujets analogues.

555. Les écoulemens des fluides à leur sortie d'un vase qui se vide librement, ou qui est plongé dans l'eau d'un autre vase, ou qui est traversé par des diaphragmes, suivent des loix qui ont entr'elles une liaison étroite : je vais donc les considérer ici successivement.

§. I.

Vases qui se vident librement.

556. Dans les écoulemens des vases entretenus constamment pleins, les dépenses par de petits orifices sont indépendantes de la figure de ces vases ; il n'entre dans leur expression que la grandeur même de l'orifice, le temps de l'écoulement, et la hauteur du fluide dans le réservoir. La loi n'est pas la même pour les écoulemens des vases qui se vident, sans recevoir de nouvelle eau ; la figure du vase est alors un élément essentiel de la dépense, comme nous l'avons déjà vu par la théorie. La question est maintenant de donner, à l'aide de la théorie et de l'expérience, la loi que suit réellement cette dépense.

557. Comme il faut nécessairement se borner, dans cette recherche, à l'examen de quelques cas particuliers, je ne considérerai ici que les écoulemens des vases prismatiques. Le réservoir dont je me servirai est celui qui a été décrit dans l'article 459, et qui est représenté par les *Fig.* 3, 4, 5, 6.

558. J'avois d'abord voulu déterminer le temps que ce réservoir, rempli au premier instant, à une certaine hauteur, met à se vider entièrement, du moins à peu de chose près, par des orifices percés à son fond, et j'avois même fait quelques expériences à ce sujet; mais j'ai reconnu qu'elles ne pouvoient pas être exactes. L'entonnoir qui se forme à la surface de l'eau, lorsqu'elle est encore à quelques pouces de distance du fond, et qui diminue le produit de l'orifice, met beaucoup d'incertitude dans la fin de l'écoulement. A mesure que cet entonnoir s'agrandit, l'air s'y loge et occupe la place de l'eau. La surface est encore à plus de 2 lignes du fond, que l'eau ne fait plus que tomber goutte à goutte; et on ne peut pas établir de règle générale sur la durée de cette espèce de pluie.

559. Examinons donc l'écoulement avant que l'entonnoir commence à le dénaturer. L'eau sort, dans les expériences suivantes, tantôt par un orifice d'un pouce de diamètre, tantôt par un orifice de 2 pouces de diamètre. Ils sont l'un et l'autre placés au fond du réservoir, et percés dans de minces plaques de cuivre, comme ci-dessus. La

hauteur primitive de l'eau dans le réservoir est toujours de 11 pieds 8 pouces, ou de 140 pouces. A 4 pieds et à 9 pieds au-dessous de la surface de l'eau, on a percé dans des plaques de cuivre adaptées aux parois, deux petits trous qu'on bouche avec des chevilles. Ces petits trous servent à faire connoître l'instant où la surface de l'eau en s'abaissant vient y répondre. Quand on juge à la vue simple qu'elle est prête à y toucher, on ôte la cheville; il se forme un petit jet qui détermine avec une grande précision l'instant desiré, qui est celui où l'on cesse de considérer chaque écoulement. On a donc ainsi le temps que cette surface a employé pour s'abaisser de 4 pieds, ou de 9 pieds dans le réservoir. On voit que la hauteur primitive de l'eau dans le réservoir étant toujours de 140 pouces, sa hauteur dernière, dans le premier cas, est de 140 pouces — 48 pouces = 92 pouces; et que sa hauteur dernière, dans le second cas, est de 140 pouces — 108 pouces = 32 pouces.

EXPÉRIENCES I, II, III, IV.

560. Hauteur primitive de l'eau dans le réservoir = 11 pieds 8 pouces.

I. L'eau sortant par un orifice circulaire de 1 pouce de diamètre, en 7 minutes 25 $\frac{1}{2}$ secondes, sa surface s'abaisse de 4 pieds.

II. L'eau sortant par un orifice circulaire de 2 pouces de diamètre, en 1 minute 52 secondes, sa surface s'abaisse de 4 pieds.

III. L'eau sortant par un orifice circulaire de 1 pouce de diamètre, en 20 minutes 24 $\frac{1}{2}$ secondes, sa surface s'abaisse de 9 pieds.

IV. L'eau sortant par un orifice de 2 pouces de diamètre, en 5 minutes 6 secondes, sa surface s'abaisse de 9 pieds.

RÉFLEXIONS.

561. Comparons la théorie avec l'expérience, par le moyen de la formule $t = \frac{\theta A(\sqrt{h} - \sqrt{b})}{K\sqrt{\alpha}}$ qu'on a trouvée (232), et dans laquelle t est le temps cherché de l'écoulement, θ le temps qu'un corps grave met à tomber de la hauteur donnée α, A la base ou la section horizontale du réservoir, K l'aire de l'orifice, h la hauteur primitive de l'eau dans le réservoir, b sa hauteur dernière; et rappelons-nous que l'aire K doit être diminuée dans le rapport de 8 à 5, parce qu'il y a contraction de la première espèce. Rappelons-nous aussi que l'aire A est un quarré qui a 3 pieds de côté. En appliquant cette formule à nos expériences, on trouve

dans la première, $t = 7'\ 22'',36$,
dans la seconde, $t = 1'\ 50'',59$,
dans la troisième, $t = 20'\ 16''$,
dans la quatrième, $t = 5'\ 4''$.

Ces temps devroient être égaux à ceux qu'on a trouvés par l'expérience, puisque, dans l'usage de la formule, nous avons tenu compte de l'effet de la contraction. Il s'en faut peu que cette égalité ait

lieu en effet; et eu égard à toutes les circonstances qui peuvent altérer les résultats des expériences, nous pouvons conclure en sureté que les écoulemens effectifs suivent entr'eux la même loi que les écoulemens théoriques, à peu-près.

562. Connoissant donc par l'expérience tout ce qui regarde l'écoulement d'un vase prismatique qui se vide, on déterminera tout ce qui regarde l'écoulement d'un autre vase prismatique qui se vide aussi, par le moyen de la proportion,

$$t : t' :: \frac{A(\sqrt{h}-\sqrt{b})}{K} : \frac{A'(\sqrt{h'}-\sqrt{b'})}{K'},$$

qu'on a trouvée (234).

Cette proportion n'a lieu, en rigueur, que pour les écoulemens qui se font par des orifices horizontaux. Mais on peut l'employer aussi pour les écoulemens qui se font par des orifices latéraux, en fixant dans ces derniers un point moyen, duquel on comptera les hauteurs de l'eau. Par exemple, dans les orifices circulaires, le centre peut être pris pour le point moyen dont il s'agit. En général, il est permis de supposer, dans la pratique, que ce même point se confond avec le centre de gravité d'un orifice quelconque, pourvu que la hauteur dernière de l'eau dépasse un peu le bord supérieur de cet orifice.

§. II.

Mouvement de l'eau dans un vase submergé.

563. On voit (*Fig.* 20) un tonneau *ADCB* qui

a 2 pieds de diamètre, et dans lequel est plongé un cylindre vertical *VMNT* de fer-blanc, qui a 1 pied de hauteur et 20 lignes de diamètre intérieur; ce cylindre est soutenu par un trépied qui s'applique à vis au fond du tonneau; sur sa surface convexe, on a gradué, en lignes, trois échelles verticales qui servent à déterminer la hauteur de l'eau, et à poser le cylindre bien à plomb; on a appliqué au fond différens orifices. Le tonneau étant d'abord vide, du moins jusqu'au-dessous de *MN*, on bouchoit l'orifice supérieur du cylindre, pour empêcher l'eau d'y entrer, à mesure qu'on emplissoit le tonneau; ensuite on débouchoit subitement le cylindre, et on y observoit le mouvement de l'eau, comme il suit.

EXPÉRIENCES I, II.

564. Le cylindre est enfoncé de 11 pouces dans l'eau du tonneau.

I. L'eau entrant dans le cylindre par un orifice *K* qui a 1 ligne de diamètre, elle s'y élève précisément au niveau de celle du tonneau, non au-dessus, en 119 secondes.

II. L'eau entrant dans le cylindre par un orifice de 3 lignes de diamètre, elle s'y élève au niveau de celle du tonneau, et ne monte pas au-dessus, en 15 secondes.

Pendant que l'eau monte dans le cylindre, elle s'abaisse un peu dans le tonneau. J'ai tenu compte de cet abaissement qui est très-petit, dans l'enfoncement que j'ai attribué au cylindre.

RÉFLEXIONS.

565. Il faut remarquer d'abord que l'orifice supérieur du cylindre étant bouché à mesure que l'eau monte dans le tonneau, l'air contenu dans le cylindre est comprimé par cette eau, et se réduit par conséquent en un moindre volume. Il est aisé de déterminer la hauteur qu'il occupera; car le jour de l'expérience, l'air dans son état naturel, selon le Baromètre, étoit comprimé avec une force sensiblement équivalente au poids d'une colonne d'eau de 32 pieds de hauteur. La hauteur de la colonne de compression est donc de 32 pieds 11 pouces, lorsque l'eau est élevée dans le tonneau, de 11 pouces au-dessus du point *M* ou *N*. Ainsi (67) la hauteur actuelle de l'air dans le cylindre sera à sa hauteur primitive et naturelle de 11 pouces, comme 32 pieds sont à 32 pieds 11 pouces, ou comme 10,66 est à 11. L'eau s'élevera donc dans le fond du cylindre, de 0,31 pouces, ou d'environ 3,72 lignes.

566. Cela posé, je cherche les durées de chacune des deux expériences qui précèdent, par la méthode théorique de l'article 440; et je trouve, en ayant égard à l'effet de la contraction qui diminue la dépense théorique, dans le rapport de 8 à 5, que la première expérience devroit durer 155,97 secondes; et l'autre, 17,33 secondes. Il s'en faut sensiblement que chaque durée théorique soit égale à la durée effective correspondante; mais la différence est moindre dans le second cas que dans le

premier. D'abord j'ai soupçonné quelque défaut dans les grandeurs absolue et comparative des deux orifices; mais les ayant vérifiés de nouveau, ils ont été trouvés très-exacts. De plus le fond du cylindre ayant à peine un quart de ligne d'épaisseur, la contraction doit être de la même espèce pour les deux orifices. Quelle peut donc être la raison de cette différence entre la théorie et l'observation? La voici.

567. Lorsqu'on débouche le bout supérieur du cylindre, l'eau qui entre par l'orifice K perce la tranche d'eau contenue dans le fond du cylindre, et y forme un véritable jet détaché qui dure jusqu'à ce que l'eau soit parvenue à une certaine hauteur; après quoi la surface se met de niveau sur toute la largeur du cylindre, et continue à conserver cette position en s'élevant. Or, dans les premiers instans, la vîtesse au passage de l'orifice est dûe à presque toute la hauteur HM de l'eau du tonneau au-dessus du point M ou N; elle ne diminue que peu-à-peu; et enfin après la cessation du jet elle est simplement dûe à l'excès de la hauteur de l'eau dans le tonneau sur celle de l'eau contenue dans le cylindre. Cela posé, il est évident, et le témoignage des yeux en fait foi, que plus l'orifice est petit, plus le jet d'eau doit durer. En effet, si l'on considère les cas extrêmes, celui où l'orifice K seroit infiniment petit par rapport au fond MN, et celui où K seroit égal à MN, on verra que, dans le premier cas, le jet d'eau dureroit

roit toujours, et qu'il n'y en auroit point dans le second. Donc le cylindre doit mettre moins de temps, proportion gardée, à s'emplir par l'orifice de 1 ligne de diamètre, que par celui de 3 lignes de diamètre. De plus, on voit que le temps effectif peut être moindre que le temps théorique, parce que l'eau qui entre dans le cylindre, pendant les premiers instans, a presque la même vitesse que si elle s'échappoit dans l'air. Ceci est confirmé par une expérience de Daniel Bernoulli, qui a trouvé plusieurs fois (*Hydrodyn. page* 129) qu'un cylindre se vide dans le même temps, soit que les eaux s'échappent dans l'air, soit que le fond du cylindre soit un peu plongé dans une eau stagnante.

568. Concluons encore de là que nous avons été fondés à dire (283) qu'on ne doit commencer à déterminer par la théorie le temps que le vase *AMNC* (*Fig.* 20, *Tome I.*) met à s'emplir, que quand le fluide a quelque hauteur dans le vase. Lorsque j'ajoute ensuite (282) que la hauteur *AK* ne peut pas différer beaucoup de *AM*, je suppose que l'orifice *M*, quoique petit, a une certaine grandeur. Car s'il étoit extrêmement petit, les deux hauteurs proposées pourroient différer sensiblement. Il est impossible de fixer en général leur rapport exact; la théorie n'offre pour cela presque aucun secours, et on ne peut guère espérer d'y parvenir que par des expériences très-multipliées.

EXPÉRIENCES III, IV, V.

569. I. L'eau entrant dans le cylindre $VMNT$ par un orifice de 1 pouce de diamètre, il faut que ce même cylindre soit enfoncé de 8 pouces 11 lignes dans l'eau du tonneau, pour que l'eau s'y élève jusqu'à son bord supérieur VT.

Cette expérience est un peu incertaine à cause des bulles d'air qui se mêlent avec l'eau et qui en troublent le mouvement; pour la bien faire, il faudroit employer un tuyau beaucoup plus long que celui dont je me suis servi.

II. Le fond MN étant tout-à-fait enlevé; par un enfoncement de 7 pouces 7 lignes dans l'eau du tonneau, l'eau s'élève dans le cylindre jusqu'au bord supérieur VT.

III. Ayant fait mettre autour de MN un large plateau de fer-blanc de 10 pouces de diamètre, qui servoit comme de fond au cylindre, et l'eau entrant toujours par l'ouverture entière MN, comme dans l'expérience précédente, il ne faut qu'un enfoncement de 6 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ pour que l'eau dans le cylindre s'élève au bord supérieur VT.

RÉFLEXIONS.

570. Nous voyons que si l'orifice K a une grandeur sensible par rapport au fond MN, le fluide qui entre dans le cylindre s'élève au-dessus du niveau du fluide environnant. Plus l'orifice K est grand par rapport à MN, plus le mouvement ascensionnel est grand : il est clair que ce mouve-

ment ne peut pas avoir sa plénitude théorique, et qu'il doit être altéré par la contraction qui resserre le passage de l'eau en *MN*, et par le frottement le long des parois du cylindre.

571. Lorsque le bout inférieur du tuyau est plongé librement dans l'eau, les mouvemens obliques des particules qui se dirigent vers *MN* sont moins dénaturés que lorsqu'ils sont gênés par un plateau au fond qui en diminue nécessairement l'obliquité; la contraction doit donc être plus grande dans le premier cas que dans le second. Or, à mesure que la contraction augmente, ou que le passage en *MN* est rétréci, le mouvement ascensionnel doit nécessairement diminuer; de là vient que, dans le premier des deux cas proposés, le mouvement ascensionnel est moindre que dans le second. M. Borda est le premier qui ait fait cette remarque intéressante, et qui l'ait confirmée par l'expérience (*Mémoires de l'Académie, année* 1766).

§. III.

Mouvement de l'eau dans un vase traversé de diaphragmes.

572. Lorsqu'un vase contient des diaphragmes percés de petites ouvertures, par lesquelles l'eau est obligée de passer, il peut arriver, comme nous l'avons observé (*Chap. VII de l'Hydraulique théorique*), que l'eau forme une masse continue, ou qu'elle se divise par parties qu'il faut regarder

alors comme des masses isolées. En voici la preuve par l'expérience.

La *Figure* 21 ou 22 représente un tuyau vertical de fer-blanc, dont le diamètre intérieur = 6 pouces, et la hauteur $AD = 3$ pieds. En EF est un diaphragme horizontal : la partie ED de la hauteur = 1 pied ; et par conséquent la partie restante $EA = 2$ pieds. Ce diaphragme est percé d'une petite ouverture G, de 6 lignes de diamètre, par où l'eau communique d'un compartiment à l'autre. On adapte successivement à la base inférieure du tuyau, des couvercles percés de différens orifices par lesquels l'eau tombe. En renversant le tuyau, DC qui étoit d'abord la base inférieure (*Fig.* 21) devient la base supérieure (*Fig.* 22). Sur toute la hauteur du cylindre, on a pratiqué une fente rectangulaire d'environ 18 lignes de largeur, laquelle est bouchée par une lame de verre, qui permet de voir tout ce qui se passe dans l'intérieur du vase. Tout auprès du diaphragme EF, et du côté du fond que l'on regarde comme l'inférieur, est percée perpendiculairement à la paroi du cylindre, une petite ouverture t que l'on bouche en dehors avec un peu de cire, et que l'on ouvre quand on veut, pour permettre à l'air d'entrer dans le compartiment inférieur. Il y a sur le côté du cylindre, une échelle graduée, pour mesurer les hauteurs.

EXPÉRIENCES I, II.

573. I. Le cylindre (*Fig.* 21) est rempli d'eau

sur toute sa hauteur; la distance *ED* du diaphragme au fond = 1 pied; le trou latéral *t* est fermé. Cela posé, en faisant sortir successivement l'eau par différens orifices *M*, dont le diamètre est de 6 lignes, de 12 lignes et de 21 lignes, on observe constamment que l'eau du compartiment inférieur abandonne le diaphragme, ou en d'autres termes, que l'eau se sépare, lorsque la hauteur *EH* de la surface de l'eau, dans le compartiment supérieur, au dessus du diaphragme, est de 6 à 7 lignes. Au premier moment de la séparation, on entend un sifflement, qui est produit par le passage de l'air du compartiment supérieur à l'inférieur.

II. En renversant le cylindre, ou en le posant sur son autre base (*Fig.* 22), et appliquant successivement à cette base les mêmes orifices que tout-à-l'heure, on obtient physiquement les mêmes résultats.

EXPÉRIENCES III, IV.

574. Le vase de la *Figure* 21, ou *ED* = 1 pied, étant successivement rempli d'eau, si l'on ouvre ensuite le trou latéral *t*, on observera :

I. Que l'eau sortant par un orifice *M* de 6 lignes de diamètre, la séparation a lieu lorsque la distance *EH* = 14 pouces environ.

II. Que le diamètre de l'orifice *M* étant de 4 lignes, la séparation a lieu lorsque la distance *EH* = 6 pouces environ.

RÉFLEXIONS.

575. Dans les expériences I et II, la pression de l'atmosphère qui agit contre le fluide de bas en haut, comme de haut en bas, tend d'abord à empêcher la séparation de l'eau; mais quand la surface de l'eau dans le compartiment supérieur, est arrivée à la distance de 6 à 7 lignes de l'orifice *G*, il s'y forme un entonnoir par où l'air s'insinue du compartiment supérieur à l'inférieur; ce qui produit nécessairement une séparation dans le fluide. Les expériences III et IV, où le trou *t* est ouvert pendant l'écoulement, font voir que la séparation a lieu quand l'orifice *G* ne peut plus fournir l'eau avec une abondance suffisante, pour remplacer la dépense qui se fait par l'orifice *M*. De-là, on peut apprécier la théorie du *Chapitre VII de l'Hydraulique* déjà cité, et fixer les modifications qu'il convient d'y apporter dans la pratique.

CHAPITRE V.

Applications des principes précédens à des problèmes d'utilité pratique.

576. PARMI les usages qu'on peut faire de ces principes, je me borne, pour le présent, à deux; on en trouvera d'autres dans la suite.

§ I.

Manière de déterminer les écoulemens par la seule voie de l'expérience.

577. Nous avons indiqué (500 et 524) la manière de déterminer les écoulemens par le moyen de la théorie combinée avec l'expérience. Mais si on ne veut rien emprunter de la théorie, on pourra parvenir au même but avec le seul secours de l'expérience. C'est ce que je me propose d'expliquer ici. Pour plus de clarté, je raisonnerai sur des exemples particuliers, et je supposerai que les orifices sont percés dans de minces parois. On appliquera sans peine les mêmes méthodes aux écoulemens par des tuyaux additionnels. Toutes les questions qu'on peut proposer sur ce sujet se réduisent aux suivantes qui sont analogues à celles de l'article 225.

578. Question I. *On suppose qu'un réservoir soit entretenu constamment plein, à la hauteur de* 11

pieds 6 pouces au-dessus d'un orifice de 16 lignes de diamètre ; et on demande la quantité d'eau que cet orifice donnera en 8 minutes ?

Les dépenses faites dans le même temps par différens orifices, sous différentes hauteurs de réservoirs, sont entr'elles (496) comme les produits de ces ouvertures par les racines des hauteurs des réservoirs, ou comme les produits des quarrés des diamètres des ouvertures par les racines des hauteurs des réservoirs. Or, (513) puisqu'en une minute, une ouverture de 12 lignes de diamètre, sous 11 pieds de hauteur dans le réservoir, donne 8990 pouces cubes d'eau ; il est clair qu'en faisant cette proportion, $144 \times \sqrt{}$(11 pieds) : $256 \times \sqrt{}$(11 pieds 6 pouces) :: 8990 pouces cubes d'eau : un quatrième terme, ce quatrième terme, 16341 pouces cubes, est la dépense que notre orifice de 16 lignes de diamètre fait en une minute. Multipliant cette quantité par 8, on aura 130728 pouces cubes pour la dépense qu'il fait en 8 minutes.

579. Question II. *On suppose qu'un réservoir soit entretenu constamment plein à la hauteur de 11 pieds 6 pouces au-dessus d'un orifice qui donne 245544 pouces cubes d'eau en 6 minutes ; et on demande le diamètre de cet orifice ?*

Puisque l'orifice donne 245544 pouces cubes en 6 minutes, il donnera 40924 pouces cubes en une minute. Donc, en nommant D son diamètre exprimé en lignes, nous aurons, par la même règle que nous venons d'employer, 144 lignes quarrées $\times \sqrt{}$(11 pieds) : $D^2 \times \sqrt{}$(11 pieds 6 pouces) :: 8990 : 40924 ;

et par conséquent $D^2 = 144$ lignes quarrées $\times \frac{40924}{8990} \times \frac{\sqrt{132}}{\sqrt{138}} = 641{,}1$ lignes quarrées. Donc $D = 25{,}32$ lignes. Le diamètre cherché est donc presque de 2 pouces 1 ligne et $\frac{1}{3}$ de ligne.

580. Question III. *On suppose qu'un réservoir entretenu constamment plein à la hauteur de* 16 *pieds, ait donné* 45678 *pouces cubes d'eau par un orifice de* 16 *lignes de diamètre, pendant un certain temps : on demande la durée de ce temps ?*

Je cherche d'abord, par la méthode de la question I, la dépense que notre orifice feroit en une minute ; et je trouve que cette dépense = 19276 pouces cubes. Ensuite j'observe que les dépenses faites par un même orifice, sous une même hauteur constante de réservoir, étant entr'elles comme les temps qu'elles durent, on aura la proportion, 19276 : 45678 :: 1 minute : au temps cherché qu'on trouvera = 2 minutes $22\frac{1}{6}$ secondes environ.

581. Question IV. *On suppose qu'un réservoir donne* 40000 *pouces cubes d'eau en* 4 *minutes, par un orifice de* 10 *lignes de diamètre : on demande la hauteur du réservoir ?*

Puisque le réservoir proposé donne 40000 pouces cubes d'eau en 4 minutes, il donnera 10000 pouces cubes en une minute. En nommant h la hauteur cherchée, exprimée en pieds, on aura toujours, par la règle générale de l'article 496, la proportion, $144 \times \sqrt{(11 \text{ pieds})} : 100 \times \sqrt{h} :: 8990 : 10000$.

Donc, $h = 11$ pieds $\times \frac{(144)^2 \times (\quad)^2}{(8990)^2} = 28{,}22$ pieds $= 28$ pieds 2 pouces 8 lignes environ.

Tous ces résultats ont autant de précision qu'il en faut ordinairement dans la pratique; mais si on croyoit nécessaire de pousser l'exactitude encore plus loin, on y parviendra facilement à l'aide des remarques que nous avons faites dans les articles 510 et 511.

§. II.

De la distribution des eaux.

582. Soit *MNOP* (*Fig.* 23) l'élévation d'un réservoir nourri par les eaux d'un aqueduc, d'une source, d'un ruisseau, ou de toute autre manière qu'on voudra imaginer. Il est question de percer la paroi *MNOP* de plusieurs ouvertures, par lesquelles prises ensemble, il sorte autant d'eau que le réservoir en reçoit, et dont les dépenses particulières soient entr'elles en raison donnée. Ce problème a plusieurs applications dans la pratique; il est surtout utile, lorsqu'on veut partager, entre les fontaines publiques ou particulières, les eaux amenées dans les différens quartiers d'une ville, et reçues d'abord dans des réservoirs, d'où elles passent ensuite à leurs destinations, par le moyen de différens tuyaux.

583. La première opération qu'on ait à faire ici, est de déterminer la quantité d'eau que le réservoir reçoit et donne pendant un certain temps. Pour cela,

on percera perpendiculairement à la face ou paroi $MNOP$, un trou de grandeur convenable, par lequel on laissera échapper l'eau. Lorsqu'après les mouvemens d'oscillation qui auront d'abord lieu, la surface de l'eau dans le réservoir demeurera calme, et se tiendra toujours au même point, sans monter ni descendre, on sera assuré que le trou proposé dépense précisément autant d'eau que le réservoir en reçoit. Alors on recevra l'eau qu'il donne, dans un baquet, pendant un temps connu; et ayant mesuré exactement cette quantité, soit par le moyen de la pinte, soit avec tout autre *étalon* bien jaugé, on connoîtra la recette et la dépense totales du réservoir. On pourra toujours faire ces évaluations en pouces cubes. Il est inutile, comme on voit, de s'embarrasser de la grandeur précise du trou, ni de la hauteur de l'eau dans le réservoir.

584. Cette opération préliminaire étant faite, et le trou qu'on y a employé étant maintenant bouché, voici comment on partagera l'eau du réservoir en plusieurs portions.

Ayant fixé les figures qu'on veut donner aux orifices de distribution, et leurs distances à la surface de l'eau dans le réservoir, que je suppose répondre toujours au même point de la paroi $MNOP$, du moins pendant un certain temps; si l'on nomme Q la dépense totale que le réservoir peut faire en un temps donné, et que nous venons de déterminer; et si l'on suppose que les dépenses partielles, correspondantes au même temps, soient entr'elles respec-

tivement comme les nombres quelconques $m, n, p,$ *etc.*: on aura ces différentes proportions :

$m + n + p +$ *etc.* : m :: Q : la première dépense partielle $= \frac{m\,Q}{m+n+p+\text{etc.}}$,

$m + n + p +$ *etc.* : n :: Q : la seconde dépense partielle $= \frac{n\,Q}{m+n+p+\text{etc.}}$,

$m + n + p +$ *etc.* : p :: Q : la troisième dépense partielle $= \frac{p\,Q}{m+n+p+\text{etc.}}$,

etc.

La question sera donc réduite à trouver la grandeur que doit avoir chaque orifice pour dépenser, en un temps donné, une quantité donnée d'eau, sous une hauteur donnée de réservoir.

585. Pour éclaircir cela par un exemple, supposons que l'eau s'écoule par les trois orifices circulaires A, B, C, percés dans une mince paroi qui donne lieu à la contraction de la première espèce; que leurs centres soient placés sur une même ligne horizontale DE distante de la surface QR de l'eau, de la quantité donnée CH; que la dépense totale Q soit de 3600 pouces cubes en 1 minute; et que les dépenses particulières des orifices A, B, C, pendant le même temps, soient entr'elles comme les nombres, 6, 3, 1. On aura les proportions,

10 : 6 :: 3600 pouces cubes : dépense de A = 2160 pouces cubes.

10 : 3 :: 3600 pouces cubes : dépense de B = 1080 pouces cubes.

10 : 1 :: 3600 pouces cubes : dépense de C = 360 pouces cubes.

Maintenant, connoissant la hauteur CH qu'on peut toujours prendre, sans craindre d'erreur sensible, pour la hauteur moyenne de l'eau au-dessus des trois orifices, il ne s'agit plus que de trouver les diamètres que les orifices A, B, C, doivent avoir pour donner les trois quantités d'eau que nous venons de déterminer. Supposons, par exemple, CH = 6 pouces, et nommons D, d, δ les diamètres des trois orifices proposés, exprimés en lignes; en prenant pour base, d'après l'article 513, qu'un orifice circulaire de 1 pouce de diamètre, sous 1 pied ou 12 pouces de hauteur de réservoir, donne 2722 pouces cubes d'eau en 1 minute, on aura (496) ces proportions :

2722 : 2160 :: 1 × 144 lignes quarrées : $D\,D \times \sqrt{\frac{1}{2}}$,
2722 : 1080 :: 1 × 144 lignes quarrées : $d\,d \times \sqrt{\frac{1}{2}}$,
2722 : 360 :: 1 × 144 lignes quarrées : $\delta\,\delta \times \sqrt{\frac{1}{2}}$,

lesquelles donnent D = 12,71 lignes, d = 9 lignes, $\delta = 5\frac{1}{5}$ lignes.

586. Il auroit été également facile de trouver les grandeurs des orifices, si leurs centres n'avoient pas été placés sur une même ligne horizontale. Toutes les dispositions de centre sont également admissibles dans la théorie, le niveau de l'eau demeurant le même. Mais, dans la pratique, il faut considérer que, comme l'eau provisionnelle qui nourrit le ré-

servoir, diminue par les temps de sécheresse, la surface de l'eau pourra s'abaisser, par exemple, en *DE* ou *FG*. Alors les orifices *A*, *B*, *C*, ne donneront pas de l'eau dans la raison convenable. L'orifice *C* n'en donne point du tout, lorsque le niveau de l'eau est en *FG*. Le même inconvénient a lieu, dans un autre sens, pour les trois orifices *V*, *T*, *S*. Lorsque le niveau de l'eau est en *IK*, l'orifice *S* donne plus à proportion que les deux autres. Quelqu'arrangement qu'on donne aux orifices lorsqu'ils sont fort inégaux, il y aura toujours des temps où les uns donneront plus à proportion que les autres.

587. De-là Mariotte a conclu qu'il falloit abandonner les orifices circulaires. Il leur substitue des orifices rectangulaires verticaux qui ont tous même hauteur, et dont les bases sont sur une même ligne horizontale. Par-là, soit que le niveau de l'eau hausse ou baisse, les dépenses demeurent toujours entr'elles dans la même raison. Cependant cette idée n'a pas été adoptée. Les ouvertures rectangulaires sont très-difficiles à faire avec précision; elles sont sujettes à beaucoup de frottement, sur-tout quand elles sont petites; elles sont souvent exposées à être bouchées par le limon et les autres ordures que l'eau charie avec elle. On a donc conservé les orifices circulaires, dont la construction est facile, et l'usage commode.

588. Il est aisé d'éviter en grande partie les in-

convéniens auxquels nous avons vu que ces ouvertures sont sujettes. Pour cela, il n'y a qu'à mettre tous les centres dans une même ligne horizontale et diviser une grande ouverture en plusieurs autres plus petites, qui prises ensemble fournissent la même quantité d'eau, et la transmettent à un même tuyau. En donnant ainsi à toutes les ouvertures à peu-près la même grandeur, on fera non-seulement en sorte que leurs dépenses conservent toujours entr'elles à peu-près le même rapport; mais on évitera que les grandes ouvertures ne donnent plus à proportion que les petites; ce qui ne manqueroit pas d'arriver si les ouvertures étoient fort inégales.

589. Dans nos calculs nous avons toujours évalué les quantités d'eau dépensées, en pouces cubes; mais les Fontainiers ne se servent pas de cette mesure. Ils emploient le *pouce d'eau*, la *ligne d'eau*, etc. Voici ce qu'ils entendent par-là.

Mariotte a trouvé qu'en 1 minute une ouverture circulaire et verticale, de 1 pouce de diamètre, dont le centre est distant de 7 lignes de la surface de l'eau, dépense près de 14 pintes de Paris, le pied cube étant supposé contenir 36 pintes. Cette dépense a été appelée *pouce d'eau* par lui et par les auteurs qui l'ont suivi. La ligne d'eau est la $\frac{1}{144}$ partie du pouce d'eau; elle est par conséquent fournie en 1 minute par un orifice de 1 ligne de diamètre, dont le centre est distant de 7 lignes de la surface de l'eau, etc.

De-là on dit en général qu'un orifice quelconque donne, ou *un pouce d'eau*, ou *une ligne d'eau*, lorsqu'en 1 minute il donne, ou 14 pintes, ou la $\frac{1}{144}$ parties de 14 pintes, etc.

Il est assurément très-permis d'employer les mots qu'on définit; mais plusieurs Fontainiers ignorans ont abusé de l'expression de Mariotte, et se sont persuadé que le pouce d'eau étoit en général la dépense faite en 1 minute par une ouverture circulaire et verticale de 1 pouce de diamètre, sans s'embarrasser de la hauteur de l'eau dans le réservoir au-dessus du trou; ce qui est absurde, car la hauteur du réservoir est un des élémens essentiels de la dépense. Toutes les mesures sont arbitraires; la commodité et la facilité qu'elles offrent dans l'usage, sont les seules raisons qui doivent déterminer au choix qu'on adopte. Il n'y auroit point d'équivoque ni d'autre inconvénient à craindre, si l'on évaluoit les dépenses en pouces cubes, ou du moins en mesures qui continssent un nombre connu de pouces cubes. Je crois qu'en cela on est d'autant plus fondé à s'éloigner de Mariotte, qu'il attribue une dépense un peu trop forte à une ouverture verticale et circulaire, de 1 pouce de diamètre, sous 7 lignes de charge.

590. Il sera toujours facile de trouver par le moyen du poids le nombre de pouces cubes contenus dans un vase ou étalon quelconque, en se souvenant que le pied cube d'eau douce pèse 70 livres à peu de chose près.

Si

Si l'on prend pour étalon la pinte de Paris, et qu'on la mesure juste, il en faudra 36 pour faire le pied cube; elle contient par conséquent 48 pouces cubes.

Lorsque l'eau dépasse les bords de la mesure, comme il peut se faire sans qu'elle se répande, il ne faudra que 35 pintes pour faire le pied cube; et alors chacune de ces pintes vaudra 49 $\frac{15}{35}$ pouces cubes.

Le muid de Paris contient 8 pieds cubes, ou 288 des premières pintes, et 280 des dernières. Ainsi, tout orifice qui donne 14 des premières pintes en une minute, donnera 2 $\frac{11}{12}$ muids en une heure, ou 70 muids en 24 heures; et un orifice qui donne 14 des secondes pintes en une minute, donnera 3 muids en une heure, ou 72 muids en 24 heures.

CHAPITRE VI.

Principes généraux du mouvement des eaux jaillissantes.

591. ON appelle en général *eaux jaillissantes*, des eaux qui, au sortir d'un orifice quelconque, forment un jet; mais on donne plus particulièrement ce nom aux eaux qui montent, ou qui sont lancées par un orifice latéral à une certaine distance. L'ouverture *O* (*Fig.* 24) par laquelle le jet sort, se nomme ordinairement *ajutage*.

592. Les eaux qui doivent fournir à la dépense du jet, s'assemblent dans un réservoir *ADCB*, d'où elles sont amenées au point *O* par un tuyau *GEO* qu'on appelle *tuyau de conduite* ou simplement la *conduite*; l'extrémité *MO* de ce tuyau se nomme *souche*, par allusion sans doute à la souche d'un arbre aux branches duquel on compare le jet. Quelquefois la souche est plus large que le reste du tuyau, et on ne la fait pas de la même matière que lui; elle est pour l'ordinaire de plomb.

593. Quelle que soit la direction d'un jet, la dépense qu'il fait est toujours la même, pourvu que l'ajutage *O* et la hauteur *RO* du réservoir au-dessus de l'ajutage, soient les mêmes; cela est une suite nécessaire de la pression égale des fluides en tous sens. Cette dépense se déterminera donc dans tous les cas par les méthodes précédentes.

594. Suivant la théorie (220) l'eau, au sortir d'un ajutage quelconque très-petit, a une vitesse capable de la faire remonter à la hauteur de la surface de l'eau dans le réservoir; ainsi les jets dirigés de bas en haut suivant la verticale, s'élèveroient, si rien ne les en empêchoit, à la hauteur entière de leurs réservoirs.

595. Lorsque l'ajutage est posé obliquement à l'horizon, les gouttes d'eau, qui sortent toujours perpendiculairement au plan de l'ajutage, peuvent être considérées, au moins sensiblement, comme des projectiles isolés, qui sont lancés successivement,

suivant une direction quelconque. Voici donc la courbe qu'elles doivent décrire, dans cette hypothèse, en vertu de la force de projection combinée avec la pesanteur, et abstraction faite de la résistance de l'air..

596. Soit GEO (*Fig.* 25) un tuyau de conduite, qui tire l'eau du réservoir $ADCB$, et qui la laisse échapper par l'ajutage O, suivant une direction quelconque OK oblique à l'horizon. Chaque goutte, immédiatement à sa sortie de l'ajutage, a une vîtesse dûe à la hauteur RO de la surface de l'eau du réservoir, au-dessus de l'ajutage (218). Ainsi, par la théorie de la chute des graves (*Voyez mon Traité de Mécanique*), si cette vîtesse étoit continuée uniformément, suivant la direction OK, la goutte parcourroit un espace OK double de OR, dans le même temps qu'un corps grave met à tomber de la hauteur RO. Des points O et K soient menées les horizontales OH, KI, dont la seconde rencontre en I la verticale OR, prolongée lorsqu'il est nécessaire. Je partage l'espace OK en une infinité d'élémens égaux $O\alpha$, ab, bc, *etc.*, et j'abaisse les verticales ad, bf, cg, *etc.*, qui déterminent les élémens correspondans Od, df, fg, *etc.*, de la courbe OSH. Sur Od, df, fg, *etc.*, comme diagonales, je construis les parallélogrammes $Oadh$, $dlfm$, $fngp$, *etc.*, qui ont chacun un côté parallèle à OK, et un côté vertical; ensuite je prolonge les droites fm, gp, *etc.*, jusqu'à la verticale ON. Maintenant, considérons à chaque instant, le

mouvement que la goutte proposée a réellement, suivant les côtés Od, df, fg, *etc.*, de la courbe, comme composé de deux autres, l'un parallèle à OK, provenant de l'impulsion initiale, l'autre vertical, produit par la pesanteur. Ces mouvemens sont Oa et Oh pour le premier côté; dl ou ab et dm ou hi pour le second; fn ou bc et fp ou ik pour le troisième, etc. En raisonnant toujours de même jusqu'à ce que la somme des élémens Oa, ab, bc, *etc.*, compose la droite finie OL, et que la somme des élémens Oh, hi, ik, *etc.*, compose la verticale correspondante ON ou LM, on verra que la goutte décrit la courbe OSH, avec cette loi, que dans le temps où elle décriroit uniformément l'espace quelconque OL avec sa vîtesse en O, elle décriroit la verticale ON ou LM correspondante, en vertu de la seule pesanteur, et sa vîtesse étant zéro au premier instant. Or si l'on nomme θ le temps qu'un corps grave met à tomber d'une hauteur donnée α, le temps qu'il mettra à tomber de la hauteur LM sera exprimé par $\frac{\theta}{\sqrt{\alpha}} \times \sqrt{LM}$, et le temps qu'il mettra à tomber de la hauteur RO sera exprimé par $\frac{\theta}{\sqrt{\alpha}} \times \sqrt{RO}$. Le temps employé à parcourir uniformément OK avec la vîtesse de la goutte en O sera donc aussi $\frac{\theta}{\sqrt{\alpha}} \times \sqrt{RO}$; et pour avoir celui qui est employé à parcourir uniformément OL avec cette vîtesse, il faut faire la proportion, OK ou $2\,RO : OL ::$

$\frac{\theta}{\sqrt{\alpha}} \times \sqrt{RO}$: au temps cherché $= \frac{\theta}{\sqrt{\alpha}} \times \frac{OL}{2\sqrt{RO}}$. On aura donc l'équation $\frac{\theta}{\sqrt{\alpha}} \times \sqrt{LM} = \frac{\theta}{\sqrt{\alpha}} \times \frac{OL}{2\sqrt{RO}}$; ou bien, $4\,LM \times RO = (OL)^2$, qui caractérise la courbe OSH, et qui est celle d'une parabole, dont ON est un diamètre; MN, une ordonnée quelconque à ce diamètre; et $4\,OR$, le paramètre de ce même diamètre. De-là, les propriétés de la parabole (*Voyez ma Géométrie*) fournissent cette construction.

597. Du point O, centre de l'ajutage, (*Fig.* 26), menez OF qui fasse avec la direction OK du jet, l'angle FOK égal à l'angle donné KOR, que fait la direction du jet avec la verticale; prenez $OF = OR$: le point F sera le foyer de la parabole. Par ce point F, menez la verticale FA, qui rencontre OK en A; abaissez du point O la perpendiculaire OT sur AF; divisez AT en deux parties égales au point S: ce point sera le sommet de la parabole; SFE, son axe; le quadruple de SF, son paramètre.

598. Pour trouver les expressions des lignes OT, ST, SF, je nomme h chacune des lignes égales et données OR, OF, AF; 1, le sinus total; p chacun des angles égaux et donnés AOR, FAO, FOA: on aura $OT = h$ sinus $(180^d - 2p) = h$ sin. $2p = 2h$ sin. p. cos. p; $FT = h$ cos. $(180^d - 2p) = -h$ cos. $2.p$; $AT = AF - FT = h + h$

cos. $2p$; $ST = \frac{h(1+\cos. 2p)}{2} = h(\cos. p)^2$;

$SF = ST + TF = h\frac{(1-\cos. 2p)}{2} = h(\sin. p)^2$.

Ces expressions donnent une nouvelle construction qui est fort simple.

599. Sur la hauteur OR du réservoir, comme diamètre, décrivez le demi-cercle OLR qui rencontre en L la direction du jet; menez l'ordonnée horizontale LZ que vous prolongerez vers S, de la quantité $LS = ZL$: le point S sera le sommet de la parabole; de sorte qu'abaissant la verticale ST, menant l'ordonnée OT, on aura $OT = 2h \sin. p . \cos. p$; $ST = h(\cos. p)^2$; et la ligne SF (distance du sommet au foyer, laquelle est le quart du paramètre), aura pour expression $\frac{(OT)^2}{4ST} = h(\sin. p)^2$. En effet, $OL = OR \times \sin. ORL = h \cos. p$; et par conséquent $OT = 2\,LZ = 2\,OL \times \sin. p = 2h \sin. p. \cos. p$; $ST = ZO = OL \times \cos. p = h(\cos. p)^2$; $SF = \frac{(OT)^2}{4ST} = h \times (\sin. p)^2$.

600. On voit, par cette construction, que si l'on prend $Rz = OZ$ (ce qui donne $lz = LZ$, $zs = 2zl$), et qu'on décrive la parabole OsH suivant la même loi que la parabole OSH; ces deux paraboles auront leurs sommets sur la même verticale TA, et se rencontreront en H. Il en sera de

même de toutes les autres paires de paraboles, qu'on pourra décrire de la même manière.

601. Si le terrain n'étoit pas horizontal, mais qu'il formât avec l'horizontale OH l'angle donné VOH; connoissant cet angle, on trouveroit sans peine le point V où la parabole OSH rencontre le terrain. Car ayant mené la verticale VY, et l'horizontale VP, supposons les quantités données $OT = a$; $TX = c$; le paramètre de la parabole $= m$; l'inconnue $VY = x$; on trouvera TY ou $VP = \frac{a(x-c)}{c}$; $SP = ST - VY = \frac{a^2}{m} - x$; $SP \times m = (VP)^2$; ou $\left(\frac{a^2}{m} - x\right) m = \frac{a^2(x-c)^2}{c^2}$; et par conséquent $x = 2c - \frac{c^2 m}{a^2}$; $SP = \frac{a^2}{m} + \frac{c^2 m}{a^2} - 2c$.

602. Lorsque l'orifice est vertical, comme dans la *Figure* 27, la parabole OM décrite par le jet, a pour paramètre le quadruple de la hauteur BO du réservoir, et l'ordonnée $PM = 2\sqrt{(OP \times OB)}$.

603. Il suit de ces formules que si l'on a un tuyau qui contienne de l'eau dont on ne connoisse pas la hauteur au-dessus d'un endroit proposé, on la trouvera par l'amplitude de la parabole que décrira le jet formé en cet endroit. Par exemple, si dans le cas de la *Figure* 27, on ne connoissoit pas la hauteur OB du réservoir, on la trouveroit par l'équation $PM = 2\sqrt{(OP \times OB)}$, qui donne $OB = \frac{(PM)^2}{4\,OP}$.

Le problème n'a pas plus de difficulté dans l'hypothèse générale de l'article 596.

604. Soit $ADCB$ un vase prismatique vertical; et qu'il sorte un jet par l'ajutage latéral O. Si l'on prend $OH = OB$, et qu'on mène l'ordonnée HQ de la parabole OQM, la droite BQ touchera cette courbe en Q. Or, puisqu'on a par la propriété de la même courbe OQM, $(HQ)^2 = OH \times 4\,OB$, on aura évidemment $HQ = HB$, et par conséquent l'angle HBQ sera de 45 degrés. D'où l'on voit que si dans tous les points de la hauteur BC il y a des ajutages O, tous les jets qui en sortiront, seront touchés par la droite BD qui forme avec BC un angle de 45 degrés.

CHAPITRE VII.

Continuation du même sujet. Usage de l'expérience et de la théorie pour l'établissement des jets d'eau.

605. JE commence par rapporter les expériences que j'ai faites, pour comparer la hauteur ou l'amplitude que les jets d'eau ont réellement avec la hauteur ou l'amplitude qu'ils devroient avoir suivant la théorie; de-là je passerai successivement aux autres questions qui appartiennent à ce sujet.

606. Au grand réservoir $ADCB$ (*Fig.* 28 *et* 29)

qui a été décrit dans l'article 459, on a adapté horizontalement deux tuyaux *OE* de fer-blanc, fermés l'un et l'autre par le bout *E*, et ouverts du côté du réservoir; ils ont chacun 6 pieds de longueur : le diamètre du premier est de 3 pouces 8 lignes; celui du second, de 9 à 10 lignes. En *F* est un ajutage de 2 lignes de diamètre; en *G*, un ajutage de 4 lignes de diamètre; en *H*, un ajutage de 8 lignes de diamètre. De plus, il y a (*Fig.* 28) en *K*, un tuyau conique *KM* dont la hauteur est de 5 pouces 10 lignes, le diamètre de la base inférieure de 9 lignes, celui de la base supérieure de 4 lignes; en *I* un tuyau cylindrique *IN* haut de 5 pouces 10 lignes, et dont le diamètre est de 4 lignes. Pour abréger, j'appellerai *gros tuyau* le tuyau *OE* (*Fig.* 28); et *petit tuyau* le tuyau *OE* (*Fig.* 29).

J'ai fait souder en dehors, autour de chacun des ajutages, des bouts de tuyau de fer-blanc, d'un diamètre plus grand que celui de l'ajutage, pour pouvoir arrêter, quand on veut, l'écoulement, au moyen de bouchons de liége qui entrent dans ces bouts de tuyau.

EXPÉRIENCES I, II, III, IV, V.

607. L'eau est entretenue dans le réservoir à la hauteur constante de 11 pieds au-dessus de la paroi supérieure *OF* du gros tuyau (*Fig.* 28). Je compte la hauteur de chaque jet depuis cette même paroi.

I. Le jet vertical, par l'ajutage *F* de 2 lignes de diamètre, s'élève à 10 pieds 10 lignes. La colonne

forme une belle gerbe. En inclinant un peu le jet, il s'élève à 10 pieds 4 pouces 6 lignes.

II. Le jet vertical, par l'ajutage *G* de 4 lignes de diamètre, s'élève à 10 pieds 5 pouces 10 lignes. La colonne ne s'élargit pas beaucoup par en haut; elle forme une belle gerbe. En inclinant un peu le jet, il s'élève à 10 pieds 7 pouces 6 lignes.

III. Le jet vertical, par l'ajutage *H* de 8 lignes de diamètre, s'élève à 10 pieds 6 pouces 6 lignes. Dans tous les jets, l'eau fait des bonds qui ne sont pas de la même hauteur. Ils sont plus sensibles ici que dans les deux exemples précédens. La colonne s'élargit beaucoup par en haut. En inclinant un peu le jet, il s'élève presque à la hauteur de 10 pieds 8 pouces, et la colonne se déforme moins que quand il est exactement vertical.

IV. Le jet vertical, par le tuyau conique *K M*, s'élève à 9 pieds 6 pouces 4 lignes. La colonne est fort belle. En inclinant un peu le jet, il s'élève à 9 pieds 8 pouces 6 lignes.

V. Le jet vertical, par le tuyau cylindrique *I N*, s'élève à 7 pieds 1 pouce 6 lignes. La colonne est fort belle. En inclinant un peu le jet, il s'élève à 7 pieds 3 pouces 6 lignes.

EXPÉRIENCES VI, VII, VIII.

608. L'eau est entretenue dans le réservoir à la hauteur constante de 11 pieds au-dessus de la paroi supérieure *OF* du petit tuyau (*Fig.* 29). Je compte toujours la hauteur du jet depuis cette paroi.

I. Le jet vertical, par l'ajutage *F* de 2 lignes de diamètre, s'élève à 9 pieds 11 pouces. La colonne est belle.

II. Le jet vertical, par l'ajutage *G* de 4 lignes de diamètre, s'élève à 9 pieds 7 pouces 10 lignes. La colonne se déforme beaucoup, et la gerbe en-haut est fort élargie.

III. Le jet vertical, par l'ajutage *H* de 8 lignes de diamètre, ne s'élève guère qu'à 7 pieds 10 pouces. La colonne s'éparpille extrêmement, et n'est formée, pour ainsi dire, que de jets détachés qui se succèdent les uns aux autres.

EXPÉRIENCE IX, X.

609. Le jet sortant, dans ces deux expériences (*Fig.* 27), par un ajutage vertical *O* de 6 lignes de diamètre :

I. Lorsque la hauteur *OB* du réservoir est de 9 pieds, à une abscisse verticale *OP* de 4 pieds 3 pouces 7 lignes, répond une ordonnée horizontale *PM* de 12 pieds 3 pouces 3 lignes.

II. Lorsque la hauteur *OB* du réservoir est de 4 pieds, à une abscisse verticale *OP* de 4 pieds 3 pouces 7 lignes, répond une ordonnée horizontale *PM* de 8 pieds 2 pouces 8 lignes.

RÉFLEXIONS.

610. Plusieurs causes concourent à diminuer l'élévation des jets verticaux. Il s'en présente d'abord deux : le frottement contre le circuit de l'orifice,

et la résistance que l'air oppose au mouvement de la colonne. L'effet du frottement n'est pas bien considérable, du moins pour les jets qui sortent par des orifices percés dans de minces parois : la résistance de l'air diminue beaucoup plus l'élévation des jets, sur-tout pour de grandes hauteurs de réservoirs.

611. A ces deux causes s'en joint une autre dont on parviendra ainsi à connoître l'effet. Imaginons (*Fig.* 30) plusieurs files de globules a, b, c, d, e, etc., qui se touchent et qui n'aient pas de pesanteur; concevons qu'en un même instant ils soient tous lancés suivant la direction AM par une force donnée; concevons de plus que chacun d'eux éprouve l'action d'une force retardatrice qui agit dans le sens opposé MA, et qui est telle que lorsqu'ils arrivent en MN, leur vitesse initiale est totalement éteinte. Il est évident que si, lorsque chaque première file est parvenue en MN, elle est anéantie tout-à-coup pour permettre à la file suivante de prendre la même position, tous les globules (quel que soit le nombre des files qui se succèdent) conserveront entr'eux la même position, et que la colonne $AMNB$ demeurera cylindrique. Mais si les premières files ne disparoissent pas pour laisser la place libre aux files suivantes, de proche en proche l'espace $AMNB$ se remplira; alors les globules qui partent sans cesse de AB, choquent ceux qui sont répandus sur leur chemin; ces chocs, dont la plupart se font obliquement, obligent la colonne $AMNB$ à s'élargir, et lui font perdre une

partie de sa vîtesse. Il en est exactement de même d'un jet d'eau : les particules qui sortent sans cesse de l'ajutage, et qui s'élèvent, sont retardées par la pesanteur ; et comme l'espace compris entre l'ajutage et le point où finit leur vîtesse initiale, est rempli de molécules, ces molécules sont choquées par l'eau qui succède ; la colonne s'élargit nécessairement en s'éloignant de l'ajutage, et perd par cette raison une partie de sa vîtesse. De plus, lorsque le jet est bien vertical, les particules, après s'être élevées aussi haut qu'elles peuvent, retombent sur elles-mêmes par la pesanteur ; ce qui doit diminuer encore la vîtesse des nouvelles particules ascendantes ; aussi on observe qu'en inclinant un peu le jet, il s'élève un peu plus haut que quand il est exactement vertical.

612. Les gros jets s'élèvent plus haut que les petits, parce que de deux jets qui sortent avec des vîtesses égales de leurs ajutages, le plus gros a plus de masse, et par conséquent plus de force pour vaincre les obstacles opposés, que n'en a le petit. Je parle ici des jets qui s'élèvent à une hauteur un peu considérable ; car pour les jets qui n'excèdent pas deux ou trois pieds de hauteur, et dont les ajutages ne sont pas au-dessous de 1 ligne de diamètre, les petits s'élèvent sensiblement à la même hauteur que les gros. Mais dans le cas même où les gros jets s'élèvent plus haut que les petits, ils ne dépensent pas par cette raison plus d'eau à proportion que ces derniers ; car la dépense est comme le pro-

duit de l'ajutage par la vitesse au sortir de l'ajutage; et cette vitesse est sensiblement la même dans les deux cas, abstraction faite du frottement.

613. Quand je dis que les gros jets s'élèvent plus haut que les petits, je suppose que le tuyau de conduite fournisse les eaux avec une abondance suffisante : en ce cas, la proposition est confirmée par les trois premières expériences. Mais si le tuyau de conduite est fort étroit, les expériences VI, VII, VIII, font voir que les petits jets s'élèvent plus haut que les gros. Il faut donc que le diamètre de la conduite ait une certaine grandeur par rapport à celui de l'ajutage, pour que le jet s'élève à toute la hauteur qu'il est possible; nous déterminerons dans la suite cette grandeur.

614. Souvent on fait les ajutages en forme de cônes ou de cylindres saillans, d'une certaine hauteur au-dessus de la souche. Cet usage est très-vicieux; car les jets, par ces sortes d'ajutages (Exp. IV et V), ne s'élèvent pas si haut que les jets par des ajutages percés immédiatement dans la paroi du tuyau. Les ajutages cylindriques sont les plus mauvais de tous. Les ajutages qui procurent le plus d'élévation à l'eau, sont ceux qui sont percés dans la platine horizontale qui ferme l'extrémité du tuyau. Il faut que cette platine soit bien polie, mince, d'une épaisseur uniforme, et percée perpendiculairement. Ceci confirme l'article 527.

615. Il résulte de la comparaison de plusieurs

expériences que Mariotte a faites sur les jets d'eau, et de la comparaison des miennes avec celles du même auteur, que *les différences des hauteurs des jets verticaux, aux hauteurs de leurs réservoirs, sont entr'elles sensiblement comme les quarrés des hauteurs des jets.* Lorsqu'on connoîtra donc par une expérience la quantité dont il s'en faut qu'un jet s'élève à la hauteur de son réservoir, on trouvera par une simple proportion la quantité dont il s'en faudra que tout autre jet de hauteur donnée s'élève à la hauteur de son réservoir. On aura la hauteur du réservoir, en ajoutant à la hauteur du jet la quantité trouvée par la proportion qu'on vient d'indiquer.

616. Si la hauteur du réservoir du second jet dont il s'agit étoit donnée, et qu'il fallût déterminer celle du jet, ce problême demanderoit la résolution d'une équation du second degré. En effet, soient a la hauteur du réservoir du jet de l'expérience; b la hauteur du même jet; c la hauteur du réservoir du jet proposé; x la hauteur de ce même jet : on aura la proportion, $a - b : c - x :: b\,b : x\,x$; d'où l'on tire $x\,x = \frac{b\,b(c-x)}{a-b}$, et $x = \frac{-b\,b + b\sqrt{[4\,a\,c - 4\,b\,c + b\,b]}}{2(a-b)}$.

617. Les jets qui se détournent un peu de la direction verticale, s'élèvent un peu plus haut que les jets rigoureusement verticaux, comme on le voit par les cinq premières expériences. Nous en avons

donné la raison physique (611) Il y a donc quelque chose à gagner du côté de l'élévation du jet, en lui donnant une petite inclinaison; mais, d'un autre côté, il ne produit pas un effet aussi agréable aux yeux, que lorsque la gerbe retombe perpendiculairement sur elle-même.

618. On trouve par les expériences IX et X, que dans les jets obliques, les amplitudes effectives sont un peu moindres que les amplitudes théoriques; mais les premières, comme les dernières, sont entr'elles (du moins sensiblement), comme les racines des hauteurs des réservoirs. Connoissant donc, par l'expérience, une amplitude effective, on trouvera les autres par de simples proportions. Mais ces déterminations ne peuvent être exactes, à moins que les hauteurs des réservoirs ne soient médiocres. Car pour des hauteurs considérables, on ne peut supposer ni que les jets décrivent sensiblement des paraboles, ni que leurs amplitudes soient proportionnelles aux racines des hauteurs des réservoirs. Les vraies courbes qu'ils décrivent alors sont comme indéterminables par la théorie; et il faudroit un très-grand nombre d'expériences pour parvenir à les connoître par approximation.

619. Nous n'avons pas besoin d'insister sur l'usage des jets d'eau en général, pour l'embellissement des jardins et des édifices. L'art de les varier et de les produire sous différentes figures propres à flatter la vue, a été poussé très-loin. Tantôt ils s'élèvent en belles

belles gerbes ou colonnes d'eau qui retombent sur elles-mêmes; quelquefois ils forment des espèces d'arbres, de champignons, de nappes, etc. Tous ces effets s'opèrent par différens tuyaux et par différens ajutages auxquels on donne la hauteur de réservoir, l'inclinaison et la situation convenables. Mon objet n'est pas d'expliquer ici en détail ce méchanisme, qui est plutôt une affaire de goût et d'Architecture que d'Hydraulique. Ceux qui seront à portée de voir le Parc de Versailles, les Jardins de Marly, de Saint-Cloud, de Chantilly, etc., apprendront sur ce sujet des choses dont il n'est guère possible de donner des idées bien claires dans un livre. On peut consulter néanmoins ce que Belidor en a dit (*Architect. Hydraul. tome II, pag.* 389 *et suiv.*)

620. Quelquefois l'eau qui sort par un ajutage saillit beaucoup plus haut que ne le demande la hauteur du réservoir. Ce phénomène, qui n'est que momentané, est produit par l'air que l'eau entraîne avec elle dans la conduite. Voici comment.

Supposons que l'orifice O (*Fig.* 24) étant bouché, l'air que l'eau entraîne avec elle se soit cantonné, du moins en grande partie, dans le petit espace $mnub$, extrémité de la souche. Lorsqu'on ouvre l'ajutage O, cet air s'échappe; l'eau qui le suit tombe dans l'espace qu'il laisse vide, et acquiert par cette petite chute dans le tuyau une certaine vîtesse qui augmente, au passage de l'orifice, dans le rapport de l'aire du même orifice à l'aire de la section perpendiculaire du tuyau. Car soit Ee le

petit espace que la liqueur parcourt dans le tuyau pendant un instant; il doit sortir, durant le même instant, par l'ajutage O, un volume égal au petit cylindre $EHhe$. D'où il suit évidemment que la vitesse en O est à la vitesse en EH, comme la section EH est à l'orifice O. La vitesse en O peut donc, dans les premiers instans, être très-considérable; lorsque l'ajutage O est fort petit par rapport à la section EH. Mais bientôt elle diminue, parce que le mouvement produit par la chute de l'eau dans l'espace vide $mnub$, s'anéantit lorsque cet espace est entièrement rempli d'eau. Alors la simple pression du fluide supérieur à l'orifice, devient la seule cause permanente qui produise l'écoulement; et la vitesse n'est plus dûe qu'à la hauteur RO du réservoir.

On voit par-là que ces jets subits et extraordinaires, ne sont pas produits par le ressort de l'air qui suit l'eau à son passage par l'orifice, comme quelques auteurs l'ont pensé. Car il est évident que cet air se meut avec l'eau contiguë, comme feroit celle dont il occupe la place, et qu'il ne peut pas donner d'impulsion à l'eau qui le précède. C'est au contraire l'air antérieur et contigu à l'ajutage, qui en procurant une chute à l'eau, fait augmenter d'abord considérablement la hauteur du jet.

621. On a déjà remarqué (613) que le tuyau de conduite doit avoir une certaine grosseur, pour fournir à la dépense de l'ajutage, sans quoi le jet ne s'élève pas à toute la hauteur qu'il pourroit avoir.

Cherchons le plus petit diamètre qu'on puisse donner à la conduite, relativement à celui d'un ajutage proposé. Tout ce que nous allons dire sur ce sujet s'appliquera aussi aux tuyaux qui doivent fournir à la dépense des jets obliques, puisque, sous même hauteur de réservoir, et pour un même orifice, la dépense est la même, quelle que soit la position de l'ajutage.

622. Il est clair, comme tout-à-l'heure, que la vîtesse au sortir de l'ajutage est à la vîtesse le long du tuyau, comme la section perpendiculaire du tuyau est à l'ajutage, ou comme le quarré du diamètre du tuyau, est au quarré du diamètre de l'ajutage. Donc, en nommant D le diamètre du tuyau; d celui de l'ajutage; h la hauteur RO du réservoir; u la vîtesse le long du tuyau; et considérant que la vîtesse permanente du fluide au sortir de l'ajutage, la seule dont il s'agisse ici, peut s'exprimer par $\sqrt{h}$: on aura la proportion, $\sqrt{h} : u :: DD : dd$, et par conséquent $u = \frac{dd}{DD}\sqrt{h}$.

Par la même raison, si l'on a un second tuyau et un second ajutage, et qu'on désigne les quantités analogues à D, d, u, h, par les mêmes lettres accentuées, on aura l'équation $u' = \frac{d'd'}{D'D'}\sqrt{h'}$.

Maintenant, je prends pour hypothèse (ce qui donne des résultats assez conformes à l'expérience, comme on le verra bientôt), que deux jets s'élèvent chacun à toute la hauteur possible, lorsque les

vîtesses des eaux, dans les deux tuyaux de conduite, sont égales. Je fais donc, $u = u'$; ou, $\frac{d\,d}{D\,D}\sqrt{h} = \frac{d'\,d'}{D'\,D'}\sqrt{h'}$; d'où l'on tire la proportion, $DD : D'\,D' :: d\,d\sqrt{h} : d'\,d'\sqrt{h'}$, c'est-à-dire, que *les quarrés des diamètres des tuyaux de conduite doivent être entr'eux en raison composée des quarrés des diamètres des ajutages et des racines quarrées des hauteurs des réservoirs.*

Ainsi, connoissant, par une expérience immédiate, le diamètre que doit avoir un tuyau pour fournir à la dépense d'un ajutage donné, sous une hauteur donnée de réservoir, on déterminera le diamètre de tout autre tuyau, pour fournir à un ajutage donné, sous une hauteur donnée de réservoir. En conséquence j'ai fait l'expérience suivante.

EXPÉRIENCE XI.

623. La *Figure* 31 représente un tuyau de fer-blanc, de 1 pouce de diamètre, garni d'un grand entonnoir ACB, pour recevoir l'eau qui doit fournir à la dépense de l'ajutage. La souche MO est de plomb, et son diamètre est d'un peu plus de 1 pouce; on a mis successivement en O des ajutages depuis une ligne de diamètre, jusqu'à 7 lignes. La hauteur RO du réservoir a été constamment de 3 pieds 2 pouces 11 lignes; et les jets se sont élevés, comme il est exprimé ici.

Diamètre de l'ajutage.	*Hauteur du jet.*		
lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
1	3	1	6
2	3	1	8
3	3	2	0
4	3	1	7
5	3	1	5
6	3	0	4
7	2	10	6

RÉFLEXIONS.

624. On voit qu'un très-petit ajutage fait perdre quelque chose à la hauteur du jet, par la raison que nous en avons donnée (612). Mais la grandeur de l'ajutage a sa limite, et nous pouvons établir que, pour une hauteur de 3 pieds 2 pouces 11 lignes de réservoir, et une conduite qui a 1 pouce de diamètre, l'ajutage peut avoir environ $3\frac{5}{4}$ lignes de diamètre. Si l'on cherche, d'après cette règle, quel doit être le diamètre de la conduite, pour 52 pieds de hauteur de réservoir, et un ajutage de 6 lignes de diamètre, on trouvera que ce diamètre doit être d'environ 38 lignes. Mariotte trouve, par l'expérience, 36 lignes. Pour la facilité des calculs, nous supposerons (toujours d'après la même règle) que, pour une hauteur de 16 pieds et un ajutage de 6 lignes de diamètre, il faut que la conduite ait environ $28\frac{1}{2}$ lignes de diamètre. Il ne peut y avoir qu'à gagner du côté de la hauteur du jet, en faisant

les tuyaux de conduite plus gros que ne le demandent ces calculs; mais on ne doit pas les faire plus étroits, si l'on veut que le jet s'élève à toute la hauteur qu'on peut espérer.

Dans tous ces calculs, je ne parle point de la contraction de la veine, parce que cet élément entre de la même manière dans les rapports que nous considérons.

625. Nous avons avancé (497) que les vîtesses au sortir d'un réservoir par différens orifices, étoient sensiblement les mêmes (abstraction faite de tout obstacle) par les grands et par les petits orifices, pourvu néanmoins que la largeur du réservoir fût toujours beaucoup plus grande que le plus grand orifice. Ici l'on peut regarder la conduite comme le réservoir, l'ajutage comme l'orifice. Alors, en considérant qu'une plus grande hauteur du jet indique une plus grande vîtesse au sortir de l'orifice, et supposant que dans tous les cas l'eau soit fournie avec une abondance suffisante, on pourra se former une idée de la limite du rapport qui doit exister dans chaque cas, entre la largeur du réservoir et l'aire de l'orifice, pour que l'orifice par sa grandeur ne fasse rien perdre à la vîtesse.

626. Le tuyau *CMO* (*Fig.* 32) m'a donné occasion de faire une autre expérience qui peut servir d'éclaircissement à l'article 227.

Ayant fait enlever la souche, j'ai fait mettre successivement en *O* plusieurs ajutages de différentes

grandeurs; puis, ayant fait remplir le tuyau jusqu'en *C*, je lui ai permis de se vider par ces ajutages, sans lui fournir de nouvelle eau provisionnelle. Les jets alloient frapper une planche horizontale *TP*. Lorsque le diamètre de l'ajutage excédoit 4 lignes, le jet alloit au premier instant en *Z*, ensuite il augmentoit jusqu'en *S*, après quoi il diminuoit sans cesse; de sorte que la plus grande amplitude du jet n'est pas alors celle qui répond à la plus grande hauteur *OX*, mais à une autre hauteur *OY*. Quant aux jets par de très-petits ajutages, la plus grande amplitude est celle qui répond à la plus grande hauteur d'eau dans le réservoir. On voit donc que lorsqu'un vase se vide, la vîtesse au sortir de l'orifice, ne peut être dûe à la hauteur correspondante de l'eau, que pour de petits orifices, comme nous l'avons supposé dans l'article cité.

627. Revenons à notre sujet. Après avoir fixé le diamètre du tuyau qui doit fournir à la dépense du jet, il faut prendre garde de ne pas diminuer la grosseur de ce tuyau par les robinets destinés à arrêter, quand on le veut, le cours de l'eau, ou à laisser échapper l'air que l'eau entraîne avec elle. Souvent il arrive que le passage par la crapaudine qui transmet l'eau du réservoir au tuyau, étant plus étroit que le tuyau, l'eau n'est pas fournie avec assez d'abondance, et il s'en faut beaucoup que le jet ne s'élève à la hauteur convenable. Il arrive souvent aussi que les tuyaux s'engorgent par les matières étrangères que l'eau entraîne avec elle. Nous n'avons

pas besoin de faire observer combien les étranglemens de toute espèce dans les tuyaux de conduite, nuisent à la hauteur et à la dépense des jets. Il est donc à propos de faire les diamètres de ces tuyaux plus grands dans la pratique, que ne le demande la théorie.

628. Il faut éviter qu'il ne se trouve d'angle rectilignes un peu grands dans les tuyaux qu'on est obligé de couder; car le choc du courant contre ces sortes d'angles détruit une grande partie de sa vitesse, et fatigue extrêmement la conduite. Lorsqu'on est obligé de courber les tuyaux, il faut distribuer la courbure sur toute la longueur, ou du moins sur un espace bien étendu.

629. Si une même conduite doit fournir à la dépense de plusieurs ajutages, il faut chercher un ajutage dont l'aire soit égale à la somme des aires de tous les ajutages proposés, et déterminer la grosseur du tuyau comme s'il avoit à fournir à la dépense de l'ajutage trouvé.

630. Il y a plusieurs autres remarques à faire sur les tuyaux de conduite; mais je les réserve pour les quatre chapitres suivans, dans lesquels je traiterai expressément du mouvement des eaux dans ces sortes de tuyaux. Les choses que je viens de dire sur ce sujet sont spécialement relatives aux tuyaux de conduite destinés à fournir à la dépense des jets d'eau.

631. J'ajoute encore ici une table pour faciliter l'application des principes que je viens d'établir.

On trouve dans les deux premières colonnes les hauteurs des jets et les hauteurs correspondantes des réservoirs. Ainsi, par exemple, on voit que, pour se procurer un jet de 5 pieds de hauteur, il faut que la surface de l'eau, dans le réservoir, soit élevée de 5 pieds 1 pouce au-dessus de l'ajutage. Ces deux colonnes sont les mêmes que dans l'ouvrage de Mariotte. Les hauteurs des jets et des réservoirs qui ne sont pas comprises dans la table, se trouvent par le moyen de cette même table combinée avec les articles 615 et 616.

La troisième colonne contient, en pintes de Paris, dont 36 forment le pied cube, les dépenses en 1 minute par un ajutage de 6 lignes de diamètre, relativement aux hauteurs de la seconde colonne. Ces dépenses ont été déterminées par le moyen des expériences du Chapitre II. Lorsqu'il se trouve des fractions de pintes au-dessous de $\frac{1}{2}$, je les néglige; mais si ces fractions valent $\frac{1}{2}$ ou plus de $\frac{1}{2}$, j'écris 1 à leur place. Connoissant les dépenses par un ajutage de 6 lignes de diamètre, une simple proportion fera connoître les dépenses par tout autre ajutage, sous même hauteur dans le réservoir, puisqu'il a été démontré (494) que les dépenses sont alors entr'elles comme les aires des ajutages, ou comme les quarrés des diamètres ou des rayons des mêmes ajutages.

Dans la quatrième colonne, on trouve les diamètres que doivent avoir les tuyaux de conduite

pour un ajutage de 6 lignes de diamètre, relativement aux hauteurs de la seconde colonne. J'en ai usé ici pour les fractions de lignes, comme dans la colonne précédente, pour les fractions de pintes. Lorsqu'on voudra avoir les diamètres des tuyaux pour d'autres ajutages, et des hauteurs quelconques de réservoir, on les déterminera par notre table combinée avec l'article 622.

Cette quatrième colonne a été calculée d'après l'hypothèse (624) que, pour un ajutage de 6 lignes de diamètre, sous 16 pieds de hauteur de réservoir, il faut que la conduite ait 28 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre; et d'après le principe (622) que les quarrés des diamètres des tuyaux de conduite, sont comme les quarrés des diamètres des ajutages, multipliés par les racines des hauteurs des réservoirs.

Il manque une cinquième colonne pour déterminer les épaisseurs des conduites. Ces épaisseurs dépendent de la qualité des matières dont les tuyaux sont formés.

On a donné dans l'*Hydrostatique* (*Chap. IV*), la méthode pour déterminer les épaisseurs des tuyaux, lorsque ces tuyaux sont composés, ou peuvent être regardés, au moins sensiblement, comme composés de filets flexibles, et lorsque de plus le fluide qui y est enfermé, est stagnant.

Dans le cas où le fluide est en mouvement dans le tuyau, la pression qui résulte contre les parois de ce tuyau, est toujours déterminable par les loix générales de l'Hydrostatique, comme nous l'avons

déjà expliqué (262), et comme on le verra encore ci-dessous (*Chap. XI*). Ainsi on trouve également alors l'épaisseur que le tuyau doit avoir, en le supposant composé de filets flexibles, comme tout-à-l'heure.

Hauteurs des jets, exprimées en pieds.	*Hauteurs des réservoirs, exprimées en pieds et pouces.*		*Dépense en une minute, par un ajutage de six lignes de diamètre, exprimée en pintes de Paris.*	*Diamètres des tuyaux de conduite relatifs aux deux colonnes précédentes, exprimés en lignes.*
5	5	1	32	21
10	10	4	45	26
15	15	9	56	28
20	21	4	65	31
25	27	1	73	33
30	33	0	81	34
35	39	1	88	36
40	45	4	95	37
45	51	9	101	38
50	58	4	108	39
55	65	1	114	40
60	72	0	120	41
65	79	1	125	42
70	86	4	131	43
75	93	9	136	44
80	101	4	142	45
85	109	1	147	46
90	117	0	152	47
95	125	1	158	48
100	133	4	163	49

632. *Scholie général.* Quoique l'application des règles précédentes à la pratique ne paroisse présenter aucune difficulté, je ferai néanmoins cette application à deux exemples.

633. Exemple I. *On veut avoir un jet vertical de* 44 *pieds de hauteur par un ajutage de* 1 pouce *de diamètre; et l'on demande,* 1°. *la hauteur du réservoir,* 2°. *la dépense du jet;* 3°. *le diamètre du tuyau de conduite?*

1°. Puisque les différences des hauteurs des jets verticaux aux hauteurs des réservoirs, sont entr'elles comme les quarrés des hauteurs des jets (615), et qu'un jet de 45 pieds demande une hauteur de réservoir de 51 pieds 9 pouces (631); en faisant cette proportion $(45)^2 : (44)^2 :: 6$ pieds 9 pouces : un quatrième terme qui est de 6 pieds 7 pouces; ajoutant cette quantité à 44 pieds, la somme 50 pieds 7 pouces sera la hauteur du réservoir.

2°. En faisant la proportion, $\sqrt{}$ [51 pieds 9 pouces] : $\sqrt{}$ [50 pieds 7 pouces] :: 101 pintes : un quatrième terme, ce terme qui est d'environ 100 pintes, sera la dépense en 1 minute par un ajutage de 6 lignes de diamètre, pour la hauteur 50 pieds 7 pouces de réservoir. Multipliant cette dépense par 4, puisque l'ajutage proposé a 1 pouce de diamètre, le produit 400 pintes sera la dépense demandée.

3°. Les quarrés des diamètres des tuyaux sont en raison composée des quarrés des diamètres des ajutages et des racines quarrées des hauteurs des

réservoirs ; et par conséquent les diamètres des tuyaux sont comme les produits des diamètres des ajutages par les racines quatrièmes des hauteurs des réservoirs. On aura donc la proportion, $6 \times \sqrt[4]{[51 \text{ pieds } 9 \text{ pouces}]} : 12 \sqrt[4]{[50 \text{ pieds } 7 \text{ pouces}]} :: 38$ lignes : au diamètre demandé qu'on trouve d'environ 6 pouces 3 lignes.

634. Exemple II. *On a une pièce d'eau qu'on ne peut remplir que par intervalles. Cette pièce a 4 pieds de profondeur, et elle contient 20 toises cubes d'eau. Elle est élevée d'environ 38 pieds au-dessus d'un jardin dans lequel on veut former un jet, au moyen de l'eau qu'elle peut fournir, sans rien recevoir d'ailleurs : il s'agit de déterminer toutes les choses relatives à l'établissement de ce jet d'eau ?*

Le premier objet qu'on doit se proposer pour résoudre cette question, est de chercher le temps que la pièce d'eau mettra à se vider entièrement par un ajutage pris à volonté, car c'est là-dessus qu'on se réglera pour déterminer l'ajutage qu'il convient d'employer, et les autres choses relatives à l'établissement du jet. Le problème de l'article 273 pourroit être appliqué ici ; mais je crois que dans la pratique on préférera la méthode suivante, qui est suffisamment exacte pour l'objet qu'on a en vue.

Je suppose que la hauteur moyenne de l'eau au-dessus de la platine horizontale dans laquelle l'ajutage doit être percé, soit de 36 pieds. On peut

prendre pour cette hauteur, sans craindre beaucoup d'erreur, la somme faite de la moitié de la hauteur de l'eau dans le réservoir, et de la hauteur du fond du réservoir au-dessus de l'ajutage. Alors je change le problème en un autre qui a été résolu (580), et qui consiste à *trouver le temps dans lequel* 20 *toises cubes d'eau s'écouleront, par exemple, par un ajutage de* 1 *pouce de diamètre, en supposant que le vase demeure constamment plein à la hauteur de* 36 *pieds au-dessus de l'orifice.* Il est clair que le temps ainsi déterminé ne peut guère différer du temps demandé. Or en opérant, comme dans l'article cité 580, je trouve que ce temps est d'environ 613 minutes, ou de 10 heures 13 minutes. Le jet pourra donc être fourni pendant 10 heures 13 minutes, en supposant l'ajutage de 1 pouce de diamètre. Si l'on veut que le jet dure quatre fois plus de temps, il faudra employer un ajutage quatre fois plus petit, et dont le diamètre soit par conséquent de 6 lignes, etc. On réglera ainsi le diamètre de l'ajutage sur le temps qu'on voudra que la pièce d'eau fournisse au jet.

Le diamètre de l'ajutage étant donné avec la hauteur du réservoir, le reste de la solution s'achève comme dans l'exemple précédent.

CHAPITRE VIII.

Du mouvement des eaux dans les tuyaux de conduite.

635. Lorsqu'on a de l'eau à conduire d'un réservoir à un endroit éloigné, on doit commencer par s'assurer, au moyen du nivellement, si le point d'où l'eau doit partir est plus élevé que celui où elle doit arriver; l'écoulement ne pouvant pas avoir lieu sans cette condition. Mais quand on connoîtra ainsi la hauteur du premier point au-dessus du second, et qu'il sera question d'amener l'eau dans un long tuyau, on s'exposeroit à commettre des erreurs très-considérables, si pour déterminer la quantité d'eau qui doit sortir par l'orifice d'arrivée, on se contentoit de combiner cet orifice avec la hauteur du réservoir, suivant les procédés du *Chapitre III*; car, les tuyaux additionnels, que l'on a considérés dans ce chapitre, avoient peu de longueur, et la résistance du frottement y étoit peu sensible; au lieu que dans les longs tuyaux, tels que ceux dont nous nous occupons maintenant, le frottement de l'eau contre leurs parois, ralentit considérablement la vitesse, comme on va le voir par l'expérience. Je commence par l'examen du mouvement de l'eau dans des tuyaux rectilignes.

636. Sur une éminence voisine de la prise d'eau

des fontaines de la ville de Mézières, on a creusé dans la terre deux réservoirs *FEDG*, *HKLM* (*Fig.* 33), dont le premier qui doit fournir à la dépense, peut contenir 25 ou 30 toises cubes d'eau; le second beaucoup moins grand, dans lequel l'eau est entretenue à une hauteur constante au-dessus de l'axe du tuyau, ne contient guère que 6 toises cubes d'eau, lorsqu'il est rempli à sa plus grande hauteur qui est d'environ $4\frac{1}{2}$ pieds. Un tuyau horizontal *O* de fer-blanc, d'environ 8 à 9 pouces de diamètre, communique par l'un de ses bouts avec le réservoir *HKLM*, et porte à l'autre bout une caisse quarrée *X* de fer-blanc, qui a un pied de hauteur sur chaque face, et qui est fermée de tous côtés. A l'une des faces verticales de cette caisse, sont adaptés perpendiculairement en *A* et *B*, deux tuyaux rectilignes de fer-blanc, l'un ayant 16 lignes de diamètre intérieur, l'autre 2 pouces de diamètre aussi intérieur. On a porté leurs longueurs jusqu'à 180 pieds. La *Figure* 33 fait voir toutes ces choses en profil; la *Figure* 34 les montre en plan. Le rectangle *efgd* est la section horizontale du réservoir provisionnel; *hmk* est le réservoir nourricier des tuyaux; *o* le tuyau de communication de ce réservoir avec la caisse quarrée *X*; *at* et *bu* les deux tuyaux qui s'emboîtent à la caisse *X*.

Il est évident que la caisse *X* étant fermée de tous côtés, la hauteur de l'eau au-dessus de l'axe de chaque tuyau, dans chaque expérience, est une ligne verticale comprise entre cet axe; et le plan horizontal

zontal qui rase la surface de l'eau dans le réservoir *HKLM*. On a alongé successivement les deux tuyaux de 30 pieds, jusqu'à 180; et on a mesuré la dépense de chacun d'eux, l'autre étant bouché. A l'entrée du tuyau *O*, dans le réservoir *HKLM*, est un tambour de 1 pied de diamètre et de hauteur, criblé de petits trous pour laisser passer l'eau, et arrêter en même temps les ordures qui pourroient engorger les tuyaux, et troubler le mouvement de l'eau.

De distance en distance, on a fait des petits trous aux parois de chaque tuyau, pour faciliter la sortie de l'air intérieur. On bouche ensuite ces trous avec un peu de cire appliquée par dessus.

EXPÉRIENCES I, II, III, ... VI.

637. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'axe du tuyau = 1 pied; et le diamètre du tuyau = 16 lignes.

I. A 30 pieds de la caisse *X*, en 45 secondes on reçoit 2084 pouces cubes d'eau.

II. A 60 pieds de la caisse, en 45 secondes on reçoit 1468 pouces cubes d'eau.

III. A 90 pieds de la caisse, en 45 secondes on reçoit 1190 pouces cubes d'eau.

IV. A 120 pieds de la caisse, en 50 secondes on reçoit 1126 pouces cubes d'eau.

V. A 150 pieds de la caisse, en 50 secondes on reçoit 982 pouces cubes d'eau.

VI. A 180 pieds de la caisse, en 50 secondes on reçoit 877 pouces cubes d'eau.

EXPÉRIENCES VII, VIII, IX,... XII.

638. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'axe du tuyau = 2 pieds; et le diamètre du tuyau est toujours de 16 lignes.

I. A 30 pieds de la caisse, en 50 secondes on reçoit 3388 pouces cubes d'eau.

II. A 60 pieds de la caisse en 50 secondes on reçoit 2407 pouces cubes d'eau.

III. A 90 pieds de la caisse, en 50 secondes on reçoit 1960 pouces cubes d'eau.

IV. A 120 pieds de la caisse, en 1 minute on reçoit 2011 pouces cubes d'eau.

V. A 150 pieds de la caisse, en 1 minute on reçoit 1762 pouces cubes d'eau.

VI. A 180 pieds de la caisse, en 1 minute on reçoit 1583 pouces cubes d'eau.

EXPÉRIENCES XIII, XIV, XV,.... XVIII.

639. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'axe du tuyau = 1 pied; et le diamètre du tuyau = 2 pouces.

I. A 30 pieds de la caisse, en 70 secondes on reçoit 8960 pouces cubes d'eau.

II. A 60 pieds de la caisse, en 70 secondes on reçoit 6492 pouces cubes d'eau.

III. A 90 pieds de la caisse, en 70 secondes on reçoit 5290 pouces cubes d'eau.

IV. A 120 pieds de la caisse, en 75 secondes on reçoit 4930 pouces cubes d'eau.

V. A 150 pieds de la caisse, en 75 secondes on reçoit 4358 pouces cubes d'eau.

VI. A 180 pieds de la caisse, en 75 secondes on reçoit 3899 pouces cubes d'eau.

EXPÉRIENCES XIX, XX, XXI,..... XXIV.

640. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'axe du tuyau = 2 pieds; et le diamètre du tuyau est toujours de 2 pouces.

I. A 30 pieds de la caisse, en 1 minute on reçoit 11219 pouces cubes d'eau.

II. A 60 pieds de la caisse, en 1 minute on reçoit 8190 pouces cubes d'eau.

III. A 90 pieds de la caisse, en 1 minute on reçoit 6812 pouces cubes d'eau.

IV. A 120 pieds de la caisse, en 65 secondes on reçoit 5375 pouces cubes d'eau.

V. A 150 pieds de la caisse, en 65 secondes on reçoit 5668 pouces cubes d'eau.

VI. A 180 pieds de la caisse, en 65 secondes on reçoit 5103 pouces cubes d'eau.

Table résultante de toutes ces expériences.

641. *Hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'axe du tuyau, exprimée en pieds.*	*Distances des points où l'on a reçu l'eau, à la caisse quarrée, exprimées en pieds.*	*Nombre de pouc. cubes d'eau, fournis en une minute par le tuyau de 16 lig. de diamètre.*	*Nombre de pouc. cubes d'eau, fournis en une minute par le tuyau de 2 pouc. de diamètre.*
1	30	2778	7680
1	60	1957	5564
1	90	1587	4534
1	120	1351	3944
1	150	1178	3486
1	180	1052	3119
2	30	4066	11219
2	60	2888	8190
2	90	2352	6812
2	120	2011	5885
2	150	1762	5232
2	180	1583	4710

RÉFLEXIONS.

642. Si l'on cherche par le moyen de l'article 554, les dépenses de deux bouts de tuyaux additionnels de 16 lignes et de 2 pouces de diamètre, dont l'eau suive les parois, on trouvera qu'en 1 minute que nous prenons toujours pour la mesure commune du temps :

1°. La hauteur du réservoir étant de 1 pied, le tuyau de 16 lignes de diamètre donneroit 6330 pouces cubes d'eau.

2°. La hauteur du réservoir étant de 2 pieds, le même tuyau donneroit 8939 pouces cubes d'eau.

3°. La hauteur du réservoir étant de 1 pied, le tuyau de 2 pouces de diamètre donneroit 14243 pouces cubes d'eau.

4°. La hauteur du réservoir étant de 2 pieds, le même tuyau donneroit 20112 pouces cubes d'eau.

On voit que ces dépenses sont beaucoup plus grandes que leurs correspondantes dans la table qui précède; et que la dépense de chaque tuyau diminue d'autant plus, que ce tuyau s'alonge davantage.

643. Pour nous faire d'abord une idée générale de la raison suivant laquelle la dépense d'un même tuyau décroît à mesure que sa longueur croît, nous prendrons le nombre 100 pour représenter dans tous les cas la dépense à l'origine; et alors les dépenses à 30 pieds, à 60 pieds, à 90 pieds, etc., seront les quatrièmes termes de chacune des proportions suivantes.

1°. Le tuyau de 16 lignes de diamètre, sous 1 pied de hauteur d'eau dans le réservoir, donne

6330 : 2778 : : 100 : 43,89
6330 : 1957 : : 100 : 30,91
6330 : 1587 : : 100 : 25,07
6330 : 1351 : : 100 : 21,34
6330 : 1178 : : 100 : 18,61
6330 : 1052 : : 100 : 16,62.

2°. Le même tuyau, sous 2 pieds de hauteur de réservoir, donne

8939 : 4066 : : 100 : 45,48
8939 : 2888 : : 100 : 32,31
8939 : 2352 : : 100 : 26,31
8939 : 2011 : : 100 : 22,50
8939 : 1762 : : 100 : 19,71
8939 : 1583 : : 100 : 17,70.

3°. Le tuyau de 2 pouces de diamètre, sous 1 pied de hauteur de réservoir, donne

14243 : 7680 : : 100 : 53,92
14243 : 5564 : : 100 : 39,06
14243 : 4534 : : 100 : 31,83
14243 : 3944 : : 100 : 27,69
14243 : 3486 : : 100 : 24,48
14243 : 3119 : : 100 : 21,90.

4°. Enfin le même tuyau, sous 2 pieds de hauteur de réservoir, donne

20112 : 11219 : : 100 : 55,78
20112 : 8190 : : 100 : 40,72
20112 : 6812 : : 100 : 33,87
20112 : 5885 : : 100 : 29,26
20112 : 5232 : : 100 : 26,01
20112 : 4710 : : 100 : 23,41.

644. Ces calculs font voir que la dépense d'un tuyau d'une certaine longueur est considérablement moindre qu'elle ne seroit, si l'eau ne trouvoit aucun obstacle sur son chemin, et conservoit toute sa vitesse initiale. En effet, les pointes dont les parois du tuyau (quelque polies qu'on les suppose) sont toujours hérissées, doivent nécessairement ralentir la vitesse du courant. Il est clair que pour un même tuyau et une même hauteur de réservoir, la dépense doit d'autant plus diminuer, que le tuyau

s'alonge davantage. La colonne fluide peut être regardée comme composée d'une infinité de filets : or, de tous ces filets, ceux qui touchent les parois, et qu'on peut appeler *filets latéraux*, sont les seuls qui soient sujets au frottement immédiat contre les parois. Ce frottement, en se faisant sentir de proche en proche aux filets contigus, diminue nécessairement de la circonférence au centre; ainsi, quelle que soit la loi du frottement contre les parois, les filets latéraux et les filets centraux ne sont pas retardés de la même manière. A mesure que la longueur du tuyau augmente, la vîtesse des premiers diminue; et en vertu de cette diminution de vîtesse, ils retardent de moins en moins les seconds. Donc, la force qui pousse l'eau à l'entrée du tuyau, étant constamment la même, les dépenses doivent diminuer de moins en moins en s'éloignant de l'origine du tuyau. Ce raisonnement est confirmé par nos expériences. L'excès d'une dépense sur la dépense consécutive va toujours en décroissant.

645. Ces mêmes expériences peuvent servir à trouver, du moins à-peu-près, le rapport suivant lequel les dépenses diminuent. En effet, ayant pris la droite AG (*Fig.* 35) pour représenter l'un de nos tuyaux, et l'ayant partagée en six parties égales AB, BC, CD, DE, EF, FG, qui expriment les divisions du même tuyau, imaginons que les dépenses à l'origine A, et aux points suivans B, C, D, *etc.*, sont exprimées par les perpendiculaires AH, BI, CK, *etc.*, et faisons passer par les

points H, I, K, *etc.*, la courbe $HIKLMNO$. Les dépenses étant liées entr'elles par la loi de continuité qui a lieu dans toute la nature, l'ordonnée quelconque PQ, prise en-deçà ou en-delà du point G, exprimera la dépense correspondante au point P du tuyau. Nous ne connoissons pas *à priori* la nature de la courbe proposée; et par conséquent nous ne pouvons pas la tracer en rigueur. Mais on peut lui en substituer une autre connue, qui passe par les points H, I, K, L, M, N, O, et qui n'en différera pas sensiblement.

646. Supposons l'abscisse indéterminée $AP = x$, l'ordonnée correspondante $PQ = y$; et prenons $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6$, pour l'équation de la nouvelle courbe dont il s'agit. Dans cette équation, les coëfficiens a, b, c, d, e, f, g, sont indéterminés; mais on les connoîtra, en observant que $x = o$ donne $y = AH$; $x = AB$, donne $y = BI$; $x = AC$, donne $y = CK$; $x = AD$, donne $y = DL$; $x = AE$, donne $y = EM$; $x = AF$, donne $y = FN$; $x = AG$, donne $y = GO$.

Par exemple, soient AH, BI, CK, *etc.*, les dépenses que fait le tuyau de 16 lignes de diamètre, sous 1 pied de hauteur de réservoir, dépenses qu'il faut prendre dans les articles 641 et 642. Je supprimerai dans ces dépenses la dénomination *pouces cubes*, pour abréger. De plus, je nommerai 1 chacune des parties égales AB, BC, CD, *etc.*, de l'axe; ce qui rend $AC = 2$, $AD = 3$, $AE = 4$, *etc.* Lorsqu'on voudra faire des applications

de ces calculs, on se souviendra qu'on a pris ainsi 36 pieds pour l'unité de mesure de la longueur du tuyau. Cela posé, on aura ces sept équations du premier degré :

$$(I).\ 6330 = a.$$

$$(II).\ 2778 = a + b + c + d + e + f + g.$$

$$(III).\ 1957 = a + 2b + 4c + 8d + 16e + 32f + 64g.$$

$$(IV).\ 1587 = a + 3b + 9c + 27d + 81e + 243f + 729g.$$

$$(V)\ 1351 = a + 4b + 16c + 64d + 256e + 1024f + 4096g.$$

$$(VI.\ 1178 = a + 5b + + 25c + 125d + 625e + 3125f + 15625g.$$

$$(VII).\ 1052 = a + 6b + 36c + 216d + 1296e + 7776f + 46656g.$$

D'où l'on tirera facilement les sept inconnues a, b, c, d, e, f, g, par des soustractions successives d'équations, etc. Ayant déterminé ces inconnues et substitué leurs valeurs dans l'équation générale $y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6$, on pourra employer cette même équation à trouver une dépense quelconque y.

Il ne seroit pas plus difficile de trouver x en y, soit par la méthode du retour des suites, soit en construisant une courbe qui eût les y pour abscisses, et les x pour ordonnées.

Feu M. Charles, de l'Académie des Sciences, a donné, dans la *Nouvelle Encyclopédie méthodique*, au mot *interpolation*, une savante méthode

d'interpolation qu'il a appliquée aux expériences précédentes. Ce même sujet a été traité d'une autre manière, plus élémentaire et plus facile à employer dans la pratique, par M. Lallemant, Professeur de Mathématiques aux Ecoles de Reims, dans un Mémoire présenté à l'Académie des Sciences, et qui devoit être imprimé dans le Recueil des *Savans étrangers*.

647. Comme on ne sauroit trop chercher à généraliser et à simplifier les résultats des expériences, je vais aussi examiner, par une méthode semblable à celle que j'ai employée ailleurs (71), si, pour une même hauteur de réservoir, et un même tuyau horizontal, l'on ne peut pas supposer qu'à mesure que ce tuyau s'alonge, les dépenses d'eau qu'il fait, suivent, au moins sensiblement, une certaine puissance des distances à l'origine.

Soit donc AZ (*Fig.* 35), l'axe du tuyau; A l'origine; B un point donné où l'on est censé connoître la dépense, par une expérience immédiate; P un point quelconque : supposons $AB = a$; $AP = x$; la dépense en B, pour une minute $= Q$; la dépense en $P = q$, aussi pour une minute. Je feins qu'on ait la proportion $Q : q :: a^n : x^n$, (n étant un exposant qu'il faut déterminer). Cette proportion donne, $Q.x^n = q.a^n$; et $n = \frac{\log. q - \log. Q}{\log. x - \log. a}$; ou $n = \frac{-(\log. Q - \log. q)}{\log. x - \log. a}$.

Cela posé. 1°. pour déterminer n, au moyen des expériences relatives à notre premier tuyau, qui a

16 lignes de diamètre, supposons d'abord que la hauteur constante du réservoir = 1 pied. En faisant $AB = a = 30$ pieds, on aura (641), $Q = 2778$ pouces cubes; et en faisant successivement $x = 2a$, $x = 3a$, $x = 4a$, $x = 5a$, $x = 6a$, on aura (toujours en pouces cubes), $q = 1957$, $q = 1587$, $q = 1351$, $q = 1178$, $q = 1052$. Or, ces différentes suppositions donnent, $n = -(0,50+)$*; $n = -(0,51-)$; $n = -(0,52+)$; $n = -(0,53-)$; $n = -(0,54-)$. D'où l'on voit que la valeur de n est $-\frac{1}{2}$, à peu de chose près.

Si, pour le même tuyau, on suppose la hauteur du réservoir = 2 pieds, on trouvera, par des calculs semblables aux précédens, $n = -(0,49+)$; $n = -(0,50-)$; $n = -(0,50+)$; $n = -(0,51+)$; $n = -(0,52+)$. La valeur de n est encore $-\frac{1}{2}$, à peu de chose près.

2°. Pour déterminer n, au moyen des expériences relatives à notre second tuyau, qui a 2 pouces de diamètre, faisons d'abord la hauteur constante du réservoir = 1 pied : nous trouverons, $n = -(0,47-)$; $n = -(0,48-)$; $n = -(0,48+)$; $n = -(0,49+)$; $n = -(0,50+)$. La valeur de n ne s'écarte guère de $-\frac{1}{2}$.

Si pour le même tuyau, on suppose la hauteur du réservoir = 2 pieds, on trouvera, $n = -(0,45+)$; $n = -(0,46-)$; $n = -(0,46+)$;

* Le signe + ou —, écrit après un nombre, indique que ce nombre est un peu trop foible ou un peu trop fort.

$n = -(0,47+)$; $n = -(0,48+)$. La valeur de n est un peu au dessous de $-\frac{1}{2}$.

648. Il résulte de tous ces calculs, que dans la pratique, ou l'on n'a pas besoin d'une si grande précision, on peut prendre pour règle, que *les dépenses faites, en temps égaux, par un même tuyau horizontal, sous une même hauteur de réservoir, et pour différentes longueurs, sont entr'elles en raison inverse des racines quarrées de ces longueurs;* pourvu néamoins que les limites *finies* de ces mêmes longueurs ne soient pas extrêmement éloignées l'une de l'autre.

Connoissant donc, par l'expérience, la dépense pour une distance donnée, on trouvera la dépense pour toute autre distance. Suivant les articles 641 et 642, la dépense, à 30 pieds de distance à l'origine, est à-peu-près la moitié de la dépense à l'origine; et cette dernière dépense se trouve en général par les méthodes du *Chapitre III:* on a donc alors toutes les données nécessaires pour résoudre le problème.

649. Ces déterminations peuvent être rectifiées et perfectionnées par quelques remarques qui doivent trouver place ici.

Des deux tuyaux que nous avons employés dans les expériences précédentes, celui de 16 lignes de diamètre dépense un peu moins à proportion, que celui de 2 pouces de diamètre, sous une même hauteur de réservoir, et une même longueur. La rai-

son en est que relativement à la surface de l'orifice par lequel l'eau s'écoule, il y a plus de frottement dans le premier tuyau que dans le second. Il est bon cependant d'être prévenu que notre gros tuyau a un peu plus de 2 pouces de diamètre : j'ai évalué l'excès à $\frac{1}{8}$ de ligne ; mais cet excès est trop petit pour infirmer la remarque que nous venons de faire. Nous avons observé la même chose (504) pour le frottement des orifices percés en de minces parois.

650. Plus la hauteur de l'eau dans le réservoir, au dessus de l'axe du tuyau, est grande, plus la diminution de la dépense est petite, proportion gardée. Nous en avons donné d'avance la raison dans l'article 508. On y a vu que le frottement étant supposé proportionnel à la vitesse, ou à la racine quarrée de la hauteur du réservoir, il se fait d'autant moins sentir que cette hauteur est plus grande.

651. On conçoit que la longueur d'un tuyau peut être telle que l'eau qui le parcourt, ait à peine la force nécessaire pour vaincre le frottement; ou que du moins l'écoulement ne se fasse que dans un temps très-long, et pour ainsi dire, goutte à goutte. J'en ai fait l'expérience avec nos deux tuyaux. A 180 pieds de la caisse, l'écoulement par chacun d'eux se réduit à un filet, et les gouttes se succèdent presque comme si elles étoient des corps isolés, lorsque la hauteur de l'eau dans le réservoir au-dessus des parois inférieures, n'est que de 16 lignes. Il faut

donc, pour produire un écoulement sensible et continu dans ces tuyaux, une hauteur de réservoir, ou une pente d'environ 20 lignes sur 180 pieds, ou de $\frac{2}{3}$ ligne sur 1 toise. Mais, lorsqu'une eau courante a un volume un peu considérable, elle n'a pas besoin d'une si grande pente. Je reviendrai sur cet objet, en parlant du cours des rivières.

652. Lorsqu'un tuyau est vertical ou incliné, la pesanteur tend à accélérer la vîtesse dans le tuyau même. De la combinaison de cette force avec la pression de l'eau du réservoir et avec le frottement, il résulte des effets qu'il s'agit d'examiner ici.

Soit donc *MQRN* (*Fig*, 36) un long tuyau cylindrique vertical, adapté au fond du réservoir *ADCB* entretenu constamment plein à la hauteur *HM*. Je fais d'abord abstraction de la résistance produite par le frottement le long des parois de ce tuyau. Il est évident que la vîtesse du fluide à l'instant où il est prêt à passer en *MN*, étant dûe à la hauteur *HM*, si chaque particule devenoit ensuite un corps isolé et libre, soumis seulement à l'action de la pesanteur, ce corps parvenu en un point quelconque *Q* de la verticale *MQ*, auroit une vîtesse dûe à la hauteur *HQ*. Mais toutes les particules tiennent les unes aux autres, et ne se séparent mutuellement que quand elles y sont forcées par une puissance supérieure à leur viscosité naturelle. Tant qu'elles forment, en vertu de cette dernière force, une même colonne qui remplit entièrement le tuyau *MQRN*, sans y laisser aucun vide, elles

se meuvent nécessairement toutes avec la même vitesse le long de l'espace *MQ*. Or, comme la vitesse produite par la pression de l'eau contenue dans le réservoir *ADCB*, sur l'orifice *MN*, est toujours la même, et que d'un autre côté chaque particule reçoit d'autant plus de coups de la pesanteur, qu'elle s'éloigne davantage de *MN*, il est clair que les particules inférieures doivent accélérer de proche en proche les supérieures, afin que toutes ensemble prennent la même vitesse. La plupart des auteurs d'Hydraulique prétendent que cette accélération se fait, de manière que la vitesse ou la dépense en un point quelconque *Q* ou *O*, est toujours comme la racine de la hauteur correspondante *HQ* ou *HO*. Cela est sensiblement vrai pour des tuyaux qui ont peu de longueur; car nous avons vu (526) que la dépense faite par un court tuyau *MOPN* (*Fig.* 13), sous la hauteur *HO*, est à la dépense qu'il fait, lorsqu'il est coupé au point *S*, comme la racine de la hauteur *HO* est à la racine de la hauteur *HS*. La raison en est qu'alors l'engrénage des parties de la colonne *MOPN* ou *MSTN* est assez fort pour que la pesanteur puisse exercer sensiblement toute son action sur l'eau qui compose chacune de ces colonnes; et que de plus cette action est exercée à peu-près de la même manière dans les deux cas. Mais il n'en doit pas être ainsi, pour de longs tuyaux, pareils à celui de la *Figure* 36. L'adhérence réciproque des particules, qui donne lieu à l'accélération dont nous avons parlé, a ses bornes,

comme nous l'avons déjà dit; et le tuyau peut devenir si long que les particules inférieures se détachent des supérieures, ou que la colonne finisse par s'amincir vers son bout inférieur, et par ne former plus qu'un filet auquel il est indifférent que le tuyau soit prolongé davantage ou non. L'assertion que la vîtesse ou la dépense par un tuyau vertical adapté au fond d'un réservoir, est comme la racine de la hauteur correspondante, n'est donc pas exacte en général. Nous verrons tout-à-l'heure qu'en ayant égard au frottement, elle s'éloigne entièrement de la vérité.

653. Il en est du mouvement de l'eau dans un tuyau incliné *MNQR* (*Fig.* 37), comme de celui dans un tuyau vertical. Sous même hauteur de réservoir *ADCB*, la vîtesse initiale à l'orifice *MN* est la même dans les deux cas. De plus, lorsque le tuyau est incliné, la pesanteur relative, qui agit dans le sens de sa longueur, est à la pesanteur absolue, comme la hauteur du plan incliné est à sa longueur; rapport qui est constant sur toute la longueur du tuyau. La vîtesse produite par la pesanteur relative, le long du plan incliné *MI*, est donc la même que la vîtesse produite par la pesanteur absolue le long de la verticale *EI*. Ainsi pour un petit tuyau incliné *MIFN* (le reste *IFQR* du tuyau *MNQR* étant supprimé), la dépense en *I* doit être sensiblement proportionnelle à la racine de la hauteur correspondante *KI* de réservoir. Mais les mêmes causes qui empêchent que cette loi n'ait lieu

lieu pour de longs tuyaux verticaux, empêchent également qu'elle n'ait lieu pour de longs tuyaux inclinés.

654. Comme il seroit trop embarrassant de faire des expériences avec de longs tuyaux verticaux, je ne considérerai ici que des tuyaux inclinés. Celui dont je me suis déjà servi, et qui a 16 lignes de diamètre, a été incliné suivant une direction bien rectiligne *MR*. En cet état il forme l'hypothénuse d'un triangle rectangle *MOR*, laquelle est à la hauteur *OR*, comme 2124 est à 241. Il est divisé en trois parties égales *MI*, *IG*, *GR*, chacune de 59 pieds; et on a mesuré les dépenses à 177 pieds, 118 pieds, et 59 pieds du réservoir, comme il suit.

EXPÉRIENCES XXV, XXVI, XXVII.

655. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus du centre de l'orifice supérieur du tuyau = 10 pouces.

I. A 177 pieds de la caisse, en 45 secondes le tuyau a donné 4346 pouces cubes d'eau. Cette dépense revient à 5795 pouces cubes en 1 minute.

II. A 118 pieds de la caisse, en 45 secondes le tuyau a donné 4351 pouces cubes d'eau. Cette dépense revient à 5801 pouces cubes en 1 minute.

III. A 59 pieds de la caisse, en 45 secondes le tuyau a donné 4356 pouces cubes d'eau. Cette dépense revient à 5808 pouces cubes en 1 minute.

RÉFLEXIONS.

656. Si notre tuyau n'avoit qu'environ 2 pouces

de longueur, ou qu'il fît la fonction de ces bouts de tuyaux additionnels dont nous avons tant parlé dans le chapitre III, il donneroit en vertu de la pression de l'eau contenue dans le réservoir, environ 5779 pouces cubes en 1 minute. Or, suivant nos expériences, à chaque division il donne un peu plus; les dépenses paroissent diminuer un peu, à mesure que le tuyau devient plus long : on voit par-là qu'il s'en faut beaucoup que ces dépenses suivent la raison des racines des hauteurs LR, HG, KI.

657. En diminuant un peu l'angle d'inclinaison RMO du tuyau, les dépenses en R, G, I approcheroient davantage de la dépense à l'origine. De là suit une remarque qui peut être utile dans la pratique; quelle que soit la longueur d'un tuyau pareil au nôtre, il donne à peu de chose près la même quantité d'eau qu'il donneroit à son origine, lorsque sa pente OR est la huit ou neuvième partie de la longueur MR, ou lorsque l'angle RMO est d'environ 6 degrés 31 minutes. On voit donc qu'alors le frottement détruit à-peu-près la vîtesse qui provient de la pesanteur relative de l'eau contenue, à chaque instant, dans le tuyau. Cette loi n'a peut-être pas lieu pour toutes sortes de tuyaux et pour toutes sortes de hauteurs de réservoir; mais on peut du moins se faire par-là quelqu'idée de la pente qu'il convient de donner à un tuyau, lorsqu'on veut compenser par ce moyen le déchet que le frottement occasionne dans la dépense.

658. Ajoutons au sujet du même tuyau *MNQR*, une observation qui vient à l'appui de l'article précédent. L'ouverture *QR* étant parfaitement bouchée, il se forme par les petits trous n, p, q destinés à laisser échapper l'air intérieur, des jets d'eau qui s'élèvent aux points y, x, s, conformément aux lois expliquées dans les chapitres VI et VII; mais si on débouche l'ouverture *QR*, sans boucher les trous n, p, q, les jets cessent, et au bout de quelques secondes, l'écoulement devient régulier et permanent. D'où l'on voit que l'eau cesse alors de presser, au moins sensiblement, la paroi supérieure du tuyau, et que la vîtesse instantanée produite par la pesanteur relative de la colonne *MNQR* est égale, au moins, à la vîtesse détruite à chaque instant par la résistance du frottement.

CHAPITRE IX.

Continuation du même sujet : mouvement des eaux dans des tuyaux curvilignes.

659. Ici mon premier objet étant de comparer les dépenses par des tuyaux curvilignes, avec les dépenses par des tuyaux rectilignes, j'ai commencé par faire construire avec du plomb laminé, un tuyau *ON* (*Fig.* 38), de 50 pieds de longueur, et de 1 pouce de diamètre intérieur très-bien calibré; il

à 1 ligne d'épaisseur. A l'origine O est soudé un autre tuyau M d'environ 2 pouces de diamètre intérieur, qui communique avec le plus petit des deux réservoirs dont il a été parlé dans l'article 636. Ce tuyau additionnel est garni d'un robinet R percé intérieurement d'un trou de plus de 18 lignes de diamètre réduit, par le moyen duquel on permet ou on empêche l'écoulement. Le tuyau ON est percé de plusieurs petits trous E, F, G, destinés à laisser échapper l'air que l'eau entraîne avec elle.

EXPÉRIENCE XXVIII.

660. Le tuyau rectiligne ON ayant été mis dans une position horizontale, et l'eau étant entretenue dans le réservoir à la hauteur de 4 pouces au-dessus de son axe TV, en 2 minutes on a reçu par le bout N, 1152 pouces cubes d'eau. Cette dépense revient à 576 pouces cubes en 1 minute.

EXPÉRIENCE XXIX.

661. Le tuyau étant toujours le même et dans la même position, et l'eau étant entretenue dans le réservoir à la hauteur constante de 1 pied au-dessus de l'axe TV, en 1 minute on a reçu par le bout N, 1050 pouces cubes d'eau.

EXPÉRIENCE XXX.

662. Le même tuyau ayant été courbé, comme il est exprimé dans les *Figures* 39 *et* 40; et ce tuyau étant fixé bien solidement sur un plancher mobile, d'abord j'ai fait mettre le plancher dans une position

horizontale (*Fig.* 39), en sorte que la courbe *OQSZXYN* doit être regardée comme tracée sur un plan horizontal. Le point *N* est placé dans le prolongement de la ligne horizontale *TV* qui représente l'axe du tuyau à l'origine *O*.

Cela posé, en entretenant l'eau dans le réservoir à la hauteur constante de 4 pouces au-dessus de la ligne *TV*, en 2 minutes on a reçu en *N*, 1080 pouces cubes d'eau. Cette dépense revient à 540 pouces cubes en 1 minute.

EXPÉRIENCE XXXI.

663. Tout étant le même que dans l'expérience précédente, avec cette différence que l'eau est maintenant entretenue dans le réservoir à la hauteur de 1 pied au-dessus de la ligne *TV*, en 1 minute on a reçu en *N*, 1030 pouces cubes d'eau.

EXPÉRIENCE XXXII.

664. Le plan du tuyau curviligne *OQSZXYN* a été mis dans une position verticale (*Fig.* 40.) L'extrémité *N* est dans la ligne horizontale *TV*, et aucun des coudes du tuyau ne s'élève au-dessus de cette ligne.

Cela posé, l'eau ayant été mise à la hauteur de 4 pouces dans le réservoir, et les évens destinés à laisser échapper l'air, étant bouchés, l'air enfermé dans la conduite empêchoit le mouvement de l'eau ; elle n'a commencé à paroître en *N* qu'après qu'on a eu fait de petites ouvertures aux coudes supérieurs du tuyau. Lorsque le cours a été bien établi, en 2 minu-

tes on a reçu en N, 1040 pouces cubes d'eau. Cette dépense revient à 520 pouces cubes en 1 minute.

EXPÉRIENCE XXXIII.

665. Tout étant le même que dans l'expérience précédente, avec cette différence que l'eau est maintenant entretenue dans le réservoir à la hauteur de 1 pied au-dessus de l'axe TV, en 1 minute on a reçu en N, 1028 pouces cubes d'eau.

RÉFLEXIONS.

666. Les expériences XXVIII et XXIX comparées ensemble font voir qu'à mesure que la hauteur de l'eau dans le réservoir augmente, le déchet de la dépense diminue; ce qui confirme l'article 656.

667. Par la comparaison de l'expérience XXX avec l'expérience XXVIII, et de l'expérience XXXI, avec l'expérience XXIX, on voit que les sinuosités horizontales d'un tuyau diminuent la dépense que fait ce même tuyau lorsqu'il est rectiligne. Le frottement doit être sensiblement le même dans les deux cas. Le choc de l'eau contre les angles du tuyau fait perdre une partie de la vîtesse, et diminue par conséquent la dépense. S'il n'y avoit pas de saut dans la courbure, c'est-à-dire, si chaque angle formé par deux côtés consécutifs de la courbe, approchoit infiniment de 180 degrés, comme dans une courbe sans rebroussement, la dépense n'éprouveroit point de diminution. Car soit $OQSZN$ (*Fig.* 41) un tuyau quelconque curviligne et horizontal qu'un

corps parcourt en vertu d'une force impulsive qu'il a reçue en *O*. Supposons que ce corps, étant arrivé au point quelconque *Q*, parcoure en un instant l'élément Qq de la courbe, et soit prolongé Qq d'une quantité $qr = Qq$: il est évident que si lorsque le corps est arrivé en q, il pouvoit librement se mouvoir suivant la direction Qq, il parcourroit qr dans le même temps qu'il a parcouru Qq. Représentons la vitesse en q, par l'espace Qq ou qr parcouru en un instant, c'est-à-dire, par le rapport (fini) de l'élément de l'espace à l'élément du temps ; et décomposons la vitesse qr en deux autres qf, qh, l'une perpendiculaire à la courbe, l'autre dirigée suivant la courbe. De ces deux vitesses, la première est détruite par la résistance du tuyau ; la seconde est la seule qui reste au mobile. Du point q comme centre, avec le rayon qh, soit décrit le petit arc ht pour déterminer la différence tr des deux vitesses qr, qh. Cela posé, lorsque l'angle Qqh est infiniment obtus, et que par conséquent l'angle hqr est infiniment petit, 1°. le triangle qth peut être regardé comme un triangle rectiligne rectangle en t, et on a la proportion $qt : th :: th : tr$; 2°. la ligne th est infiniment petite par rapport à qt, puisque th est à qt comme le sinus d'un angle infiniment petit est au sinus d'un angle qui diffère infiniment peu d'un angle droit. De-là il résulte que tr est infiniment petite par rapport à ht, puisque tr est troisième proportionnelle aux lignes qt, th; donc à plus forte raison tr est infiniment petite par rapport à qr. Ainsi le mobile

ne perd en q qu'une partie infiniment petite du second ordre de sa vîtesse ; il en est de même pour tous les autres points de la courbe. Donc, en parcourant l'espace fini $OQSZN$, le mobile ne peut perdre qu'une infinité de parties infiniment petites du second ordre de sa vîtesse, ou, ce qui revient au même, qu'une partie infiniment petite du premier ordre. Donc, sa vitesse, qui est finie, ne peut pas être altérée par cette perte, et la dépense en N doit être la même que si le tuyau étoit rectiligne. Concluons donc que si en effet les dépenses ne sont pas les mêmes dans les deux cas, la perte de vîtesse que fait le mobile en q n'est pas infiniment petite du second ordre, et que par conséquent l'angle hqr n'est pas infiniment petit. Malgré tous les soins qu'on peut prendre dans la pratique, de bien adoucir les coudes d'un tuyau, on ne peut guère parvenir à une courbure rigoureuse, et il doit se perdre une partie finie de la vîtesse par le choc contre les côtés du polygone.

On peut objecter qu'en courbant le tuyau on a fait diminuer son diamètre ; mais cette diminution n'est pas assez grande pour produire toute celle de la dépense.

668. En comparant l'expérience XXXII avec l'expérience XXVIII, et l'expérience XXXIII avec l'expérience XXIX, on voit que les sinuosités verticales d'un tuyau font diminuer la dépense. Cela vient encore de la perte de vîtesse que l'eau fait en frappant contre les coudes de la conduite. En effet, les

colonnes OQ et SQ (*Fig.* 40), SZ et XZ, XY et NY, se font équilibre deux à deux par la pesanteur (19); d'où il suit, qu'abstraction faite de toute résistance, l'eau se mouvroit dans le tuyau curviligne $OQSZXYN$ de la même manière que s'il étoit rectiligne. Mais dans le premier cas le choc de l'eau contre les coudes de la conduite se joint au frottement, et la dépense doit être moindre que dans le second.

669. Il nous reste encore à comparer l'expérience XXXII avec l'expérience XXX, et l'expérience XXXIII avec l'expérience XXXI, pour savoir si l'eau est également retardée par les sinuosités horizontales et par les sinuosités verticales. Or cette comparaison fait voir que les premières sinuosités sont un peu moins nuisibles au mouvement de l'eau que les secondes. Cette différence s'explique, en considérant que dans le cas des sinuosités verticales le mouvement de l'eau est composé de deux autres mouvemens, l'un horizontal qui provient de l'impulsion initiale que l'eau a reçue en O; l'autre vertical, provenant de la pesanteur, lequel est accéléré dans les parties OQ, SZ, XY, et retardé dans les parties SQ, XZ, NY. Or on conçoit que de la combinaison de ces mouvemens avec le frottement et avec le choc contre les coudes de la conduite, il peut résulter un mouvement un peu différent de celui qui a lieu, lorsque les sinuosités du tuyau sont horizontales, et où il n'y a par conséquent qu'une impulsion horizontale combinée avec le frottement, et avec le choc

contre les coudes de la conduite. La figure du tuyau doit aussi influer pour quelque chose dans le même effet.

670. De-là suit la réponse à une question de pratique. On a de l'eau à conduire d'un point à un autre qui en est séparé par des montagnes et des vallées : on demande quel est le meilleur parti, ou de franchir directement les montagnes et les vallées, ou de les contourner, en supposant que le développement de l'espace parcouru par l'eau, soit le même dans les deux cas ? Pour un tuyau à peu-près pareil au nôtre, le second parti est plus avantageux que le premier, lorsque la charge d'eau est peu considérable, comme on le voit par la comparaison des expériences XXX et XXXII. Mais lorsque la charge d'eau n'est pas fort au-dessous de 1 pied, l'avantage dont il s'agit s'évanouit presque entièrement, comme on le voit par la comparaison des expériences XXXI et XXXIII.

671. Dans une longue conduite qui a des pentes et des contrepentes, l'air mêlé avec l'eau peut, en s'accumulant dans les parties éminentes, ralentir ou même arrêter tout-à-fait le cours de l'eau. Soit, par exemple, le tuyau $OMNQK$ (*Fig.* 42), dont le plan est vertical, et dans lequel l'eau coule en allant de O vers K. Il peut se faire qu'au bout d'un certain temps l'espace DEN se remplisse d'air, et que cet air ferme en partie ou en totalité le passage à l'eau. Il y a même des cas où l'on tenteroit vainement, en comprimant cet air, de faciliter le passage à l'eau :

le volume auquel l'air est réduit, peut être si petit, eu égard à sa masse, qu'il fallut, pour le comprimer, une force très-supérieure à celle que le tuyau peut supporter, d'où résulteroit nécessairement alors la rupture du tuyau. Pour prévenir ces inconvéniens, il faut placer aux parties éminentes *N*, *K*, *etc.*, des *ventouses* qui donnent issue à l'air. Ces ventouses sont des petits tuyaux de plomb, de 8 à 9 pouces de hauteur, qu'on soude à la conduite, et dont le bout supérieur se ferme par le moyen d'une soupape renversée, qui laisse sortir l'air jusqu'à ce que l'eau la soulève, et la tienne ensuite fermée lorsque les vents sont sortis. Quelquefois, au lieu d'une soupape, on met au sommet des ventouses, des robinets qu'on ne ferme qu'après que l'air est entièrement sorti, et que le cours de l'eau est bien établi.

672. Couplet le fils a donné dans les Mémoires de l'Académie, pour l'année 1732, *des recherches sur le mouvement des eaux dans les tuyaux de conduite.* Cet ouvrage contenant plusieurs expériences fort en grand et très-propres à éclaircir de plus en plus le sujet que nous traitons, je crois devoir en donner une idée à mes lecteurs.

I.

L'Auteur commence par fixer la mesure de l'étalon qui lui a servi à faire ses expériences. Il observe que Mariotte a fait le pouce d'eau trop grand, en disant qu'il est d'environ 14 pintes de Paris, et que cette quantité d'eau est fournie en 1 minute par une

ouverture circulaire et verticale, de 1 pouce de diamètre, sous 7 lignes de charge. Il conclut d'après des expériences faites autrefois par son père et par Picard, Roëmer, Villiard, que l'ouverture proposée ne donne, en 1 minute, que $13\frac{1}{5}$ pintes, dont 36 font le pied cube; et c'est cette valeur qu'il prend pour la mesure du pouce d'eau.

Le vaisseau dont il se sert dans ses expériences pour recevoir les eaux, est de 12 pintes, mesure de Saint-Denys; ou, ce qui revient au même, de $18\frac{2}{5}$ pintes, mesure de Paris, la pinte de Paris étant à celle de Saint-Denys, dans le rapport de 9 à 14. Ce même vaisseau ou étalon contient donc 896 pouces cubes. Notre auteur détermine, avec un pendule à $\frac{1}{2}$ seconde, le temps que son étalon emploie à se remplir. Il paroît qu'il n'a rien oublié pour mettre toute l'exactitude possible dans ses expériences. Elles ont été faites à Versailles, sur plusieurs conduites différentes, et sous différentes hauteurs de réservoir.

II.

La première conduite qui a 4 pouces de diamètre, menoit autrefois l'eau du réservoir de la place Dauphine, appelé *le réservoir des bonnes eaux*, dans celui des petites Écuries à Versailles. Le réservoir de la place Dauphine est un parallélipipède, dont la hauteur est de 2 pieds 8 pouces, et ayant pour base un quarré d'environ 2 pieds de côté. Il tire ses eaux du regard quarré près Saint-Antoine. A son

fond est une soupape qui a 6 pouces de diamètre, et à laquelle s'abouche un tuyau vertical de plomb, et du même diamètre de 6 pouces dans la longueur seulement d'environ 6 pieds; après quoi ce tuyau s'abouche avec un second tuyau vertical, aussi de plomb, de 4 pouces de diamètre et de 17 pieds 4 pouces de longueur. Au bout de ce second tuyau, est soudé, presque en retour d'équerre, un tuyau de fer de 4 pouces de diamètre, qui s'élève en serpentant, et qui forme le reste de la conduite, à cela près que vers son extrémité il y a un tuyau de plomb ascendant, de 4 pouces de diamètre et d'environ 6 pieds 3 pouces de longueur, par lequel l'eau sort à gueulebée dans le réservoir des petites Écuries.

Le développement total de cette conduite, depuis le réservoir de la place Dauphine jusqu'à celui des petites Ecuries, est de 296 toises 5 pieds 4 pouces. Elle a plusieurs sinuosités horizontales et verticales. Les différences qui se trouvent entre les lignes de niveau et les lignes de conduite, sont assez petites pour pouvoir être négligées par rapport au frottement.

Ici et dans la suite, on doit toujours entendre par charge d'eau la différence de niveau entre la surface de l'eau dans le réservoir de départ, et le bout de la conduite, par lequel l'eau est versée librement à gueulebée dans le réservoir de décharge.

Cela posé, 1°. sous 9 pouces de charge d'eau,

la dépense que fait la conduite revient à 2 pouces d'eau 63 lignes *.

2°. Sous 21 pouces de charge d'eau, la dépense de la conduite est de 4 pouces d'eau.

3°. Sous 31 pouces de charge d'eau, la dépense de la conduite est de 5 pouces d'eau 60 lignes.

III.

A la place de la conduite précédente, on en a mis une autre qui a 6 pouces de diamètre, et qui mène actuellement (1732) l'eau du réservoir de la place Dauphine aux petites Ecuries de Versailles. Elle est d'abord composée d'un tuyau vertical de plomb, de 6 pouces de diamètre et de 23 pieds 4 pouces de longueur, adapté au fond du réservoir de la place Dauphine; ce tuyau est courbé vers son extrémité inférieure, et s'abouche avec un tuyau de fer qui a par-tout 6 pouces de diamètre, et qui finit par s'aboucher avec un tuyau de plomb de 6 pouces

* Comme dans tout ceci j'extrais Couplet, j'emploie sa manière d'évaluer les dépenses Mais si on veut convertir les pouces d'eau, lignes d'eau, etc., en pouces *cubes* et parties de pouces cubes, il faut se souvenir que, selon lui, le pouce d'eau contient 13 $\frac{1}{5}$ pintes de Paris, dont 36 font le pied cube; et que par conséquent le pouce d'eau vaut 640 pouces cubes, la ligne d'eau vaut $\frac{640}{144}$ pouces cubes $= 4\frac{4}{9}$ pouces cubes $=$ 4 pouces cubes $+$ 768 lignes cubes, etc. Selon nos expériences (493), le pouce d'eau ne vaut que 628 pouces cubes, en supposant qu'on entende, par cette expression, la dépense que fait en 1 minute une ouverture circulaire de 1 pouce de diamètre sous 7 lignes de charge d'eau.

de diamètre, et de 9 pieds 2 pouces 6 lignes de longueur, arrondi en cet endroit, et adapté verticalement par son extrémité supérieure au fond du réservoir des petites Écuries. Il y a dans cette conduite quelques sinuosités, mais moins nombreuses et moins brusques que dans la précédente; elle a 285 toises 2 pieds 9 pouces 6 lignes de développement depuis le fond du réservoir de la place Dauphine jusqu'au fond de celui des petites Écuries.

Cela posé, 1°. Sous une charge de 3 pouces, la dépense de cette conduite est de 7 pouces d'eau 44 lignes.

2°. Sous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$, la dépense de la conduite est de 10 $\frac{1}{2}$ pouces d'eau.

IV.

La troisième conduite, partie grès, partie plomb, a 5 pouces de diamètre, et apporte les eaux du regard quarré près Saint-Antoine dans le réservoir de distribution de la place Dauphine. Cette conduite est de grès dans son commencement, sur la longueur d'environ 50 toises; tout le reste est en plomb. Son développement total est de 1170 toises 1 pied 7 pouces. Celui des lignes de niveau qui répondent à chacune de ses parties, est de 1164 toises environ. Elle a plusieurs sinuosités.

Cela posé, 1°. sous 25 pouces de charge d'eau, la dépense de cette conduite est de 9 pouces 115 lignes.

2°. Sous 5 pouces 7 lignes de charge d'eau, la dépense est de 3 pouces 101 lignes.

3°. Sous 11 pouces $\frac{1}{3}$ de charge d'eau, la dépense est de 5 pouces 116 lignes.

4°. Sous 16 pouces 9 lignes de charge d'eau, la dépense est de 7 pouces 86 lignes.

5°. Sous 21 pouces 1 ligne de charge d'eau, la dépense est de 8 pouces 122 lignes.

6°. Sous 24 pouces de charge d'eau, la dépense est de 9 pouces 86 lignes.

V.

Les eaux du quarré des deux réservoirs de la butte de Montboron, située au-dessus de Versailles, et sur la gauche du chemin de Versailles à Paris, sont amenées au réservoir du château-d'eau, situé dans la rue des Bons-enfans, contre le corps-de-garde Suisse, par cinq conduites de fer, dont deux ont 18 pouces de diamètre, et les trois autres, 1 pied de diamètre. Ces conduites ont même profil, même développement qui est d'environ 600 toises. Elles ne sont pas entièrement de fer; leur extrémité du côté du château-d'eau de la rue des Bons-enfans, est de plomb, sur 53 pieds 10 pouces 9 lignes de longueur. Elles ont plusieurs sinuosités, mais les coudes en sont assez bien adoucis. Couplet a trouvé,

1°. Que sous une charge de 12 pieds 1 pouce 1 ligne, chaque conduite de 18 pouces de diamètre, dépense 934 pouces 30 lignes.

2°. Que sous la même charge de 12 pieds 1 pouce 1 ligne, chaque conduite de 1 pied de diamètre, dépense 249 pouces 17 lignes.

VI.

Enfin, notre auteur détermine la dépense d'une conduite qui ayant d'abord 18 pouces de diamètre, mène l'eau du quarré des réservoirs du Parc-aux-cerfs à celui du bout de l'aile, et qui ensuite n'ayant plus que 1 pied de diamètre, mène l'eau au réservoir de Roquencour.

Au fond du quarré qui reçoit l'eau des réservoirs du Parc-aux-cerf, est une soupape de 2 pieds de diamètre, à laquelle s'abouche une conduite de fer qui a 18 pouces de diamètre. Sur l'extrémité de cette conduite, s'élève verticalement un tuyau de plomb de 18 pouces de diamètre, et de 31 pieds 6 pouces de hauteur, lequel conduit et jette à gueulebée l'eau dans le réservoir du bout de l'aile. En-delà de ce tuyau, la conduite se prolonge, mais n'a plus que 1 pied de diamètre; elle mène l'eau au réservoir de Roquencour. On permet ou on empêche ce nouvel écoulement, au moyen d'un robinet qui a un pied d'ouverture comme sa conduite à l'origine de laquelle il est placé.

Le développement de la conduite, depuis le quarré des réservoirs du Parc-aux-cerfs jusqu'à la gueulebée dans le réservoir du bout de l'aile, est de 790 toises environ; et depuis le même quarré, jusqu'à la gueulebée dans le réservoir de Roquencour, de 2340 toises environ.

Cela posé, 1°. sous 4 pieds 7 $\frac{1}{2}$ pouces de charge d'eau, et le robinet dont on a parlé étant fermé, la dépense de la conduite de 18 pouces de diamètre,

par sa gueulebée dans le réservoir du bout de l'aile, est de 345 pouces 108 lignes.

2°. Sous 20 pieds 3 pouces de charge d'eau, et le robinet proposé étant ouvert, la dépense de la conduite de 1 pied de diamètre par sa gueulebée dans le réservoir de Roquencour, est de 168 pouces.

Dans ce second cas, l'eau regorge par la gueulebée du tuyau montant dans le réservoir du bout de l'aile, quoique cette gueulebée soit élevée de 14 pieds $\frac{1}{4}$ au-dessus de celle qui jette l'eau dans le réservoir de Roquencour.

VII.

Telles sont les expériences de Couplet. Je les ai rapportées de suite, et dépouillées de toutes réflexions, pour plus de clarté.

L'auteur, à la suite des expériences relatives à chaque conduite, cherche la dépense qu'on auroit dû avoir d'après le principe, que les dépenses, durant un même temps, sont en raison composée des orifices et des racines quarrées des hauteurs des charges ; et d'après l'expérience de Mariotte, qu'une ouverture de 3 lignes de diamètre, sous une hauteur de 13 pieds de charge, donne 1 pouce d'eau. Il trouve 1°. que les dépenses mesurées ne sont point entr'elles dans le rapport que demanderoit le principe cité ; 2°. que les mêmes dépenses mesurées sont fort au-dessous des dépenses calculées d'après l'expérience de Mariotte. Il attribue ces différences et ces déchets aux pertes de vîtesse que l'eau fait à cause du frottement le long des parois de chaque

conduite. Il remarque aussi que l'air cantonné dans les coudes d'une conduite, oppose un grand obstacle au mouvement de l'eau. L'usage des ventouses est indispensable. L'auteur cite à ce sujet une expérience qu'il a faite sur une conduite de plomb de 8 pouces de diamètre et de 1900 toises de longueur, qui amène les eaux de Roquencour au château de Versailles, dans les réservoirs du dessous de la rampe de la Chapelle, sous une pente ou charge de 2 pieds 6 pouces. Cette conduite n'a jamais fourni par sa gueulebée, que 22 ou 23 pouces d'eau, d'environ 30 qui se présentent à son embouchure. Lorsqu'on lâchoit autrefois l'eau à l'embouchure de cette conduite, il se passoit environ 10 jours avant qu'il en parût une goutte à son bout de sortie; et cela, parce que le long de cette conduite il y avoit beaucoup de coudes élevés, dans lesquels l'air se cantonnoit, et d'où il ne sortoit qu'avec beaucoup de peine. C'est pour cela qu'on prit le parti d'adoucir quelques coudes, et de mettre des ventouses aux endroits les plus élevés, où elles sont encore; et alors, au bout de 12 heures, on vit sortir quelques filets d'eau, au lieu de 10 à 12 jours qu'il falloit auparavant; et 5 à 6 heures après il sortit 22 à 23 pouces d'eau, qui est toute la quantité qu'on peut avoir par cette conduite. Dans cet intervalle de 5 à 6 heures qu'on attendit avant d'avoir l'écoulement dans sa plénitude, il sortit des bouffées de vent, des flocons d'air et d'eau, et des filets d'eau, qui tantôt couloient et tantôt ne couloient plus. Cela fait voir clairement

la résistance que l'air oppose aux mouvemens des eaux dans les conduites, et la nécessité d'y mettre des ventouses ou des *évents*.

VIII.

Les réflexions de Couplet sont justes en général. Cependant je crois devoir remarquer,

1°. Que la manière dont il détermine les dépenses que les conduites proposées devroient faire, au moyen du principe d'Hydraulique énoncé ci-dessus, et de l'expérience de Mariotte, est erronée, en ce qu'il n'a pas connu, non plus que Mariotte, le déchet que la contraction de la veine fluide occasionne dans la dépense. Il auroit dû multiplier les dépenses ainsi calculées, par la fraction $\frac{5}{10}$, parce que l'eau sortoit à plein orifice dans les conduites; au lieu que dans l'expérience de Mariotte, l'eau sort par un orifice percé dans une mince paroi, ce qui donne lieu à une contraction de la première espèce et diminue la dépense, comme nous l'avons expliqué. Alors les différences des dépenses calculées aux dépenses effectives, auroient été encore plus considérables que Couplet ne les a trouvées.

2°. L'hypothèse, que les dépenses par un même tuyau devroient être proportionnelles aux racines quarrées des charges, abstraction faite de la résistance des obstacles, n'a lieu que pour des tuyaux qui ont peu de longueur (520). Elle n'est pas admissible pour de longs tuyaux (652 et 653).

3°. Il me semble que parmi les obstacles qui

s'opposent au mouvement de l'eau, Couplet ne compte pas assez la perte de vîtesse occasionnée par le choc contre les angles rectilignes des tuyaux qu'il a employés. Dans la conduite de sa première *Figure*, il y a, vers l'origine, à l'abouchement du tuyau de plomb avec celui de fer, un angle qui doit détruire en grande partie la vitesse du courant; elle a plusieurs autres coudes qui ne sont pas assez adoucis. On a corrigé la plupart de ces défauts dans la seconde conduite. La troisième et la cinquième ont quelques sauts assez brusques dans leur courbure. La quatrième est moins défectueuse à cet égard. Il est certain que les coudes sont très-nuisibles au mouvement de l'eau; et on doit en diminuer le nombre, ou du moins les adoucir le plus qu'il est possible.

4°. Couplet ne dit point si dans l'étendue des conduites qu'il a considérées, il n'y avoit pas quelqu'étranglement qui altérât le cours de l'eau. Il se forme souvent de tels étranglemens par le limon dont l'eau est chargée, et par les ordures, comme les brins d'herbes ou de paille, etc. qu'elle charie: ces matières s'assemblent, s'unissent entre elles, et composent une espèce d'enduit qui s'attache aux parois de la conduite, et bouche en partie le passage à l'eau. Le silence de l'auteur sur cet article important, doit faire présumer qu'il avoit pris le soin de s'assurer qu'il n'y avoit pas en effet de semblables obstructions dans ses conduites.

Ces remarques que je fais en faveur des com-

mençans, ne regardent, pour ainsi dire, que la partie théorique du Mémoire de Couplet, et ne portent aucune atteinte à ses expériences qui sont précieuses, comme ayant été faites fort en grand, et sur des conduites qui ont différentes sinuosités.

673. En combinant nos expériences avec celles de Couplet, on se formera une idée générale et suffisante dans la pratique, de la perte de vîtesse que l'eau fait dans les tuyaux de conduite, soit rectilignes, soit curvilignes. Par-là, on se mettra en état de déterminer, à peu-près, le diamètre qu'il convient de donner à une conduite, relativement à sa longueur, à la quantité d'eau qu'elle doit porter, et à la charge d'eau. Pour faciliter encore davantage ce travail, j'ajoute ici une table qui contient les résultats de toutes les expériences dont il s'agit.

La première colonne fait connoître les diamètres des conduites, leurs longueurs, leurs pentes, leurs sinuosités. La longueur de chaque conduite est toujours prise dans le sens de son développement, et comprend par conséquent les sinuosités lorsqu'il s'y en trouve.

La seconde exprime les charges d'eau, c'est-à-dire, les hauteurs des réservoirs au-dessus de la gueulebée par laquelle se fait la décharge.

Dans la troisième, chaque fraction exprime le rapport de la dépense effective à la dépense qui auroit réellement lieu si l'eau n'éprouvoit aucune résistance dans son chemin, et se mouvoit comme

dans les tuyaux additionnels dont il est parlé (*Chap. III.*). Ainsi cette seconde dépense est le quatrième terme d'une proportion dont les trois premiers sont l'unité, le dénominateur de la fraction proposée, et la dépense effective qui est donnée par les expériences précédentes.

Diamètres et longueurs des conduites.	*Charges d'eau, ou hauteurs des réservoirs, exprimées en pieds, pouces et lignes.*	*Rapport de la dépense effective à la dépense dépouillée de l'effet des résistances.*
Conduite de plomb, rectiligne et horizontale, qui a un pouce de diamètre, et 50 pieds de longueur.	0. 4. 0.	$\frac{1}{3,55}$
	1. 0. 0.	$\frac{1}{3,18}$
Même conduite, avec plusieurs sinuosités horizontales.	0. 4. 0.	$\frac{1}{3,78}$
	1. 0. 0.	$\frac{1}{3,43}$
Même conduite, même sinuosités, mais posées verticalement.	0. 4. 0.	$\frac{1}{3,93}$
	1. 0. 0.	$\frac{1}{3,44}$
Conduite de fer-blanc, rectiligne et horizontale, qui a 16 lignes de diamètre, et 180 pieds de longueur.	1. 0. 0.	$\frac{1}{6,01}$
	2. 0. 0.	$\frac{1}{5,64}$

DIAMÈTRES et longueurs des conduites.	*Charges d'eau, ou hauteurs des réservoirs, exprimées en pieds, pouces et lignes.*	*Rapport de la dépense effective à la dépense dépouillée de l'effet des résistances.*
Conduite de fer-blanc, rectiligne et horizontale, qui a 2 pouces de diamètre, et 180 pieds de longueur.	1. 0. 0. 2. 0. 0.	$\frac{1}{4,57}$ $\frac{1}{4,27}$
Conduite de fer-blanc rectiligne, ayant 16 lignes de diamètre, 177 pieds de longueur, et inclinée sous une pente qui est la $\frac{911}{3121}$ partie de sa longueur	20. 11. 0.	$\frac{1}{5}$
Même conduite, mais n'ayant que 118 pieds de longueur.	13. 4. 8.	$\frac{1}{4}$
Même conduite, mais n'ayant que 59 pieds de longueur.	6. 8. 4.	$\frac{1}{2,82}$
Conduite presqu'entièrement de fer, qui a 4 pouces de diamètre, et environ 297 toises de longueur, avec plusieurs sinuosités horizontales et verticales.	0. 9. 0. 1. 9. 0. 2. 7. 0.	$\frac{1}{28,5}$ $\frac{1}{26,53}$ $\frac{1}{25,79}$

DIAMETRES et longueurs des conduites.	*Charges d'eau, ou hauteurs des réservoirs, exprimées en pieds, pouces et lignes.*	*Rapport de la dépense effective à la dépense dépouillée de l'effet des résistances.*
Conduite presqu'entièrement de fer, qui a 6 pouces de diamètre, et environ 285 toises de développement avec plusieurs sinuosités horizontales et verticales.	0. 3. 0.	$\frac{1}{12,55}$
	0. 5. 3.	$\frac{1}{11,57}$
Conduite, partie grès, partie plomb, qui a 5 pouces de diamètre, et environ 1170 toises de longueur, avec plusieurs sinuosités horizontales et verticales.	0. 5. 7.	$\frac{1}{23,10}$
	0. 11. 4.	$\frac{1}{20,98}$
	1. 4. 9.	$\frac{1}{19,49}$
	1. 9. 1.	$\frac{1}{18,78}$
	2. 1. 0.	$\frac{1}{18,46}$
Conduite de fer qui a 1 pied de diamètre, et environ 600 toises de longueur, avec des sinuosités horizontales et verticales.	12. 1. 3.	$\frac{1}{10,08}$
Conduite de fer qui a 18 pouces de diamètre, et environ 600 toises de longueur, avec plusieurs sinuosités horizontales et verticales.	12. 1. 3.	$\frac{1}{6,05}$

Diamètres et longueurs des conduites.	*Charges d'eau, ou hauteurs des réservoirs, exprimées en pieds, pouces et lignes.*	*Rapport de la dépense effective à la dépense dépouillée de l'effet des résistances.*
Conduite de fer qui a 18 pouces de diamètre, et environ 790 toises de longueur, avec plusieurs sinuosités horizontales et verticales.	4. 7. 6.	$\frac{1}{10,11}$
Conduite de fer qui a 1 pied de diamètre, et environ 2340 toises de longueur, avec plusieurs sinuosités horizontales et verticales.	20. 3. 0.	$\frac{1}{19,34}$

674. Cette table offre plusieurs termes de comparaison entre les dépenses effectives et les dépenses dépouillées des effets de résistance, selon les différens rapports qu'il y a entre les diamètres des conduites, leurs longueurs, et les charge d'eau. Lorsqu'on voudra amener de l'eau d'un réservoir à un point éloigné et placé plus bas, on choisira dans cette même table le cas le plus analogue à celui qu'on veut traiter; et on parviendra ainsi à connoître, du moins à peu-près, les dimensions qu'il convient de donner à la conduite. Éclaircissons cela par un exemple.

675. Soit *ADCB* (*Fig.* 43) un amas d'eau formé

de la réunion de plusieurs sources dans un même réservoir. On s'est assuré par la méthode de l'article 583, ou par quelqu'autre voie équivalente, que cette quantité d'eau ainsi recueillie, est de 40000 pouces cubes en 1 minute; et il s'agit de la conduire au point *O* par le moyen du tuyau *GEKO*. Je suppose qu'on ait reconnu par le nivellement, que la plus grande hauteur *AH* ou *RO* qu'on puisse donner au réservoir *ADCB* au-dessus de la gueulebée *O*, est de 4 pieds. De plus, je suppose qu'eu égard à toutes les circonstances du terrain, la conduite doive avoir 400 toises de développement; et qu'on aura soin d'en bien adoucir les sinuosités.

Ces opérations préliminaires posées, on demande le diamètre qu'il faut donner à cette conduite, pour qu'elle prenne et amène toute l'eau que le réservoir *ADCB* peut lui fournir?

Puisque les dépenses faites par deux tuyaux additionnels, de quelques pouces de longueur, sous une même charge d'eau, sont comme les quarrés des diamètres de ces tuyaux (548); et que la dépense faite par un tuyau additionnel, de 1 pouce de diamètre, sous 4 pieds de hauteur de réservoir, est de 7070 pouces cubes, en 1 minute (554); si l'on fait la proportion, $\sqrt{7070} : \sqrt{40000} ::$ 1 pouce ou 12 lignes : un quatrième terme, ce quatrième terme qu'on trouve de 28,54 lignes, est le diamètre qu'il faudroit donner à un tuyau additionnel pour dépenser en 1 minute les 40000 pouces cubes d'eau que le réservoir proposé peut fournir. Mais comme le tuyau

$GEKO$ doit avoir 400 toises de longueur, on voit par notre table que si on ne lui donnoit pas un plus grand diamètre, il ne prendroit qu'environ la huit ou neuvième partie de l'eau, et qu'il refuseroit le surplus. Supposons, pour nous arrêter à quelque chose de fixe, qu'il prît alors 5000 pouces cubes d'eau seulement. J'imagine que la charge totale AH ou RO est composée de deux parties AN, NH, dont la première feroit passer 5000 pouces cubes d'eau en 1 minute par un tuyau de 28,54 lignes de diamètre et exempt de frottement, et dont la seconde NH ou QO est destinée à vaincre le frottement. Ensuite je cherche le diamètre D qu'il faudroit donner à un second tuyau exempt aussi de frottement pour que la première charge AN ou RQ y fît passer 40000 pouces cubes d'eau en 1 minute; et je trouve ce diamètre par la proportion (548), $\sqrt{5000} : \sqrt{40000} :: 28,54$ lignes : $D =$ 80,73 lignes $=$ 6 pouces 8 $\frac{7}{10}$ lignes environ. D'où l'on voit que si la résistance du frottement pour deux tuyaux de même longueur, et dont l'un a 28,54 lignes de diamètre, l'autre 80,73 lignes de diamètre, étoit exprimée par la charge NH, la conduite proposée $GEKO$ devroit avoir 80,73 lignes de diamètre. Mais on a vu (649) que le frottement est un peu moindre dans un gros tuyau que dans un petit. La différence ne doit pas être ici fort sensible, et je crois qu'on ne peut guère se tromper en donnant 6 pouces 8 lignes environ de diamètre à notre conduite pour amener au point O, malgré la résistance

du frottement, les 40000 pouces d'eau que le réservoir *A D C B* peut fournir en 1 minute.

Pour se ménager une certaine latitude dans ces sortes de calculs, il est à propos d'employer pour hauteur du réservoir, une hauteur un peu moindre que celle qu'on peut réellement se procurer. La raison en est que si par les calculs qu'on vient d'indiquer, le diamètre de la conduite se trouve un peu trop petit, l'eau s'élèvera dans le réservoir un peu plus haut qu'on ne l'a supposé, en quoi il n'y a point d'inconvénient; et que si au contraire le diamètre de la conduite se trouve un peu trop grand, l'eau s'abaissera un peu dans le réservoir.

Tous ces calculs, je le repète, ne doivent pas être regardés comme extrêmement exacts, parce qu'ils sont fondés sur des élémens qu'on ne connoît pas avec assez de précision; mais ils sont admissibles dans la pratique, et ils serviront du moins à éviter, en grande partie, le hasard de faire une conduite trop étroite relativement au volume d'eau qu'elle doit porter, ou de la faire trop grosse, et de se jeter par-là dans une dépense inutile.

CHAPITRE X.

Même sujet : dépenses par des orifices adaptés aux extrémités de longues conduites. Diverses remarques sur l'établissement des conduites pour des fontaines.

676. LES tuyaux qui fournissent l'eau à gueulebée, en donnent une plus grande quantité que s'ils étoient garnis d'ajutages à leurs extrémités par où se fait la décharge ; car la partie de la gueulebée, qui est bouchée dans le second cas, est un obstacle analogue au frottement, et doit faire diminuer la dépense. Malgré cette diminution, l'eau sortant par un ajutage moindre que la gueulebée, doit s'élever plus haut que par la gueulebée, parce qu'étant resserrée par l'ajutage, elle doit acquérir plus de vîtesse, sans que néanmoins la compensation soit complète relativement à la dépense. Nous avons déterminé (624) le diamètre que doit avoir la conduite pour qu'un jet d'eau, sortant par un ajutage *donné*, sous une hauteur *donnée* de réservoir, s'élève à toute la hauteur possible. Dans cette détermination, nous avons comparé les diamètres de deux ajutages à ceux de leurs conduites, et nous n'y avons pas fait entrer les effets du frottement, ou du moins nous avons supposé tacitement qu'ils y entroient de la même ma-

nière. Cette supposition et les conséquences que nous en avons tirées, sont suffisamment exactes dans la pratique, pour les conduites qui n'ont pas des longueurs et des sinuosités considérables; mais lorsqu'une conduite doit mener l'eau un peu loin, par des pentes et des contre-pentes, le mouvement naturel de l'eau dans la conduite, et la vîtesse au sortir de l'ajutage, sont tellement altérés, qu'on a besoin de nouvelles expériences pour s'en faire des idées qui aient la justesse desirable.

677. Il en est de même, soit pour les tuyaux qui amènent les eaux de la campagne à un réservoir d'où elles doivent être ensuite distribuées entre les fontaines d'une ville, soit pour les tuyaux de distribution. Les dimensions de tous ces tuyaux doivent être réglées sur la charge d'eau ou sur la différence de niveau du point de départ au point d'arrivée, sur les quantités d'eau qu'ils ont à conduire, sur leurs longueurs et sur les sinuosités auxquelles la nature du terrain les assujettit.

678. Le 8 et le 9 octobre 1779, je fis à Mézières plusieurs expériences sur les écoulemens de différentes fontaines publiques et particulières, expériences qui peuvent éclaircir toute cette matière, et qui n'ayant pas encore été publiées, trouvent ici leur place naturelle.

On venoit alors de construire tout récemment, sur la place d'armes de cette ville, un *château-d'eau* qui contient un vaste réservoir de plomb, où les

eaux sont amenées d'une montagne voisine par un tuyau principal, et d'où elles sont ensuite distribuées à la ville. De ce réservoir *A* (*Fig.* 44) partent immédiatement des tuyaux qui portent les eaux à un grand nombre de fontaines publiques et particulières : il en part aussi un tuyau *C* qui alimente un réservoir *B*, situé dans l'un des faubourgs de la ville, lequel réservoir fournit à la dépense de trois fontaines.

Je n'ai fait des expériences que sur les écoulemens dont j'ai pu connoître les élémens avec une exactitude suffisante. Ces élémens sont, 1°. les charges d'eau; elles ont été déterminées par le nivellement : 2°. les dimensions des ajutages; elles ont été prises au compas : 3°. les diamètres des conduites; on en a mesuré les calibres : 4°. les longueurs des conduites : ces longueurs, qu'il faut toujours prendre suivant leur développement, tant pour les sinuosités horizontales que pour les suites verticales, ne sont pas ici déterminées avec la dernière précision; mais on sent qu'une erreur de quelques pieds sur cet objet ne peut être d'aucune conséquence.

Les fontaines dont il s'agit ont des noms particuliers; mais comme ces noms sont sujets à changer, sur-tout pour les maisons particulières, je désignerai les fontaines sur lesquelles j'ai opéré, par la suite des nombres 1, 2, 3, etc.

Toutes les mesures d'eau ont été prises à la pinte, dont la *contenance* est de 48 pouces cubes; j'ai réduit

duit ces mesures en pouces cubes, écrivant 1 pour les fractions qui valent $\frac{1}{2}$ ou plus de $\frac{1}{2}$, et négligeant les fractions plus petites : la durée de chaque expérience est exactement de 1 minute. Ainsi, par la dépense d'une fontaine, j'entendrai le nombre de pouces cubes d'eau que cette fontaine fournit en 1 minute.

Les charges d'eau sont évaluées en pouces, qu'on a toujours exprimés en nombres ronds, ce qui ne peut produire aucune erreur sensible ; les longueurs des conduites sont estimées en pieds.

EXPÉRIENCES I, II, ... VII.

679. Dans ces sept expériences, chaque fontaine est alimentée par une conduite particulière.

I. Fontaine (1). Charge d'eau = 295 pouces ; diamètre de l'ajutage = $7\frac{1}{2}$ lignes ; dépense = 242 pouces cubes ; diamètre de la conduite = 1 pouce ; sa longueur = 161 pieds.

II. Fontaine (2). Charge d'eau = 285 pouces ; diamètre de l'ajutage = $5\frac{3}{4}$ lignes ; dépense = 230 pouces cubes ; diamètre de la conduite = 1 pouce ; sa longueur = 192 pieds.

III. Fontaine (3). Charge d'eau = 231 pouces ; diamètre de l'ajutage = $6\frac{1}{4}$ lignes ; dépense = 222 pouces cubes ; diamètre de la conduite = 1 pouce ; sa longueur = 193 pieds.

IV. Fontaine (4). Charge d'eau = 237 pouces ; diamètre de l'ajutage = $6\frac{1}{2}$ lignes ; dépense = 218

pouces cubes; diamètre de la conduite = 1 pouce; sa longueur = 188 pieds.

V. Fontaine (5). Charge d'eau = 238 pouces; ajutage rectangulaire de 2 $\frac{1}{2}$ lignes sur 7 lignes; dépense = 168 pouces cubes; diamètre de la conduite = 1 pouce; sa longueur 146 pieds.

VI. Fontaine (6). Charge d'eau = 349 pouces; ajutage rectangulaire de 7 $\frac{1}{2}$ lignes sur 5 $\frac{1}{2}$ lignes; dépense = 588 pouces cubes; diamètre de la conduite = 15 lignes; sa longueur = 187 pieds.

VII. Fontaine (7). Charge d'eau = 96 pouces; deux ajutages ayant chacun 6 lignes de diamètre; dépense par les deux ajutages = 1686 pouces cubes; diamètre de la conduite = 18 lignes; sa longueur = 1069 pieds.

EXPÉRIENCES VIII, IX.

680. Dans ces deux expériences, les fontaines sont alimentées par un même tuyau de 15 lignes de diamètre, auquel s'implante un court tuyau de dérivation pour la première.

I. Fontaine (8). Charge d'eau = 295 pouces; diamètre de l'ajutage = 3 $\frac{1}{2}$ lignes; dépense = 458 pouces cubes; longueur de la conduite = 278 pieds.

II. Fontaine (9). Charge d'eau = 391 pouces; deux ajutages ayant chacun 5 lignes de diamètre; dépense = 1232 pouces cubes; longueur de la conduite = 314 pieds.

EXPÉRIENCE X, ... XIII.

681. Dans ces quatre expériences, les fontaines sont alimentées par un même tuyau de 18 lignes de diamètre, auquel s'implantent de courts tuyaux de dérivation d'un diamètre un peu moindre.

I. Fontaine (10). Charge d'eau = 365 pouces; ajutage rectangulaire de 2 lignes sur 6 $\frac{1}{2}$ lignes; dépense = 636 pouces cubes; longueur de la conduite = 446 pieds.

II. Fontaine (11). Charge d'eau = 315 pouces; diamètre de l'ajutage = 4 lignes; dépense = 696 pouces cubes; longueur de la conduite = 506 pieds.

III. Fontaine (12). Charge d'eau = 324 pouces; diamètre de l'ajutage = 5 $\frac{1}{2}$ lignes; dépense = 900 pouces cubes; longueur de la conduite = 668 pieds.

IV. Fontaine (13). Charge d'eau = 360 pouces; diamètre de l'ajutage = 11 lignes; dépense = 600 pouces cubes; longueur de la conduite = 812 pieds.

EXPÉRIENCES XIV, XV, XVI.

682. Les tuyaux de conduite partent ici du réservoir B, et chaque fontaine a son tuyau particulier.

I. Fontaine (14). Charge d'eau = 125 pouces; diamètre de l'ajutage = 5 lignes; dépense = 576 pouces cubes; diamètre de la conduite = 1 pouce; sa longueur = 194 pieds.

II. Fontaine (15). Charge d'eau = 131 pouces;

diamètre de l'ajutage = 5 $\frac{1}{2}$ lignes; dépense = 576 pouces cubes; diamètre de la conduite = 1 pouce; sa longueur = 462 pieds.

III. Fontaine (16). Charge d'eau = 120 pouces; diamètre de l'ajutage = 7 lignes; dépense = 480 pouces cubes; diamètre de la conduite = 15 lignes; sa longueur = 420 pieds.

Résultat de toutes ces expériences.

683. Si l'on nomme E la longueur de la conduite, ou l'espace parcouru par l'eau; n le rapport de la dépense effective à la dépense théorique correspondante; p le rapport de la hauteur dûe à la vîtesse de chaque écoulement, à la charge d'eau qui a eu lieu réellement dans chacune des expériences précédentes; qu'ensuite on cherche (224) n et p pour chaque expérience : on aura

I. E = 161 pieds; n = 0,045; p = 0,002.
II. E = 192 pieds; n = 0,075; p = 0,006.
III. E = 193 pieds; n = 0,068; p = 0,005.
IV. E = 188 pieds; n = 0,061; p = 0,004.
V. E = 146 pieds; n = 0,089; p = 0,008.
VI. E = 187 pieds; n = 0,105; p = 0,011.
VII. E = 1069 pieds; n = 0,435; p = 0,189.
VIII. E = 278 pieds; n = 0,396; p = 0,157.
IX. E = 314 pieds; n = 0,227; p = 0,052.
X. E = 446 pieds; n = 0,037; p = 0,001.
XI. E = 506 pieds; n = 0,447; p = 0,200.
XII. E = 668 pieds; n = 0,301; p = 0,091.
XIII. E = 812 pieds; n = 0,048; p = 0,002.
XIV. E = 194 pieds; n = 0,377; p = 0,139.
XV. E = 462 pieds; n = 0,332; p = 0,109.
XVI. E = 420 pieds; n = 0,163; p = 0,028.

RÉFLEXIONS.

684. Toutes ces expériences font voir unanimement que la dépense effective est considérablement moindre que la dépense théorique correspondante. Ce *déficit* doit être attribué, soit au frottement de l'eau dans la conduite, soit aux étranglemens ou obstructions qui s'y forment par de petits atterrissemens, soit à l'insuffisance du calibre intérieur de la conduite, relativement à sa longueur et au volume d'eau qu'elle doit fournir. Dans l'expérience VIII, l'une de celles où la dépense effective approche le plus de la dépense théorique, le déficit vient du frottement et de ce que la conduite est un peu trop étroite : on est sûr que la conduite n'avoit pas alors d'étranglement, parce qu'elle venoit d'être faite ou réparée à neuf. La fontaine (11) est celle de toutes où la dépense effective s'éloigne le moins de la dépense théorique ; et comme cette fontaine tire l'eau de la même conduite que les fontaines (10), (12), (13), dans chacune desquelles le déficit est considérable, on doit conclure qu'il y avoit des étranglemens aux tuyaux d'embranchement de ces trois dernières fontaines avec la conduite commune : les différences des distances de ces quatre fontaines au réservoir *A*, n'ont pas pu produire l'effet dont il s'agit.

685. On voit, par la même table de l'article 683, combien les élévations des jets d'eau fournis par de longues conduites, peuvent différer des hauteurs

auxquelles ils devroient naturellement s'élever. De-là résulte la nécessité d'éviter ou de détruire les obstructions qui peuvent avoir lieu à la sortie des jets, ou qui peuvent se former dans l'étendue de la conduite. Si la quantité d'eau dont on peut disposer et le diamètre de l'ajutage sont donnés, on se réglera sur les expériences précédentes pour donner à la conduite un diamètre convenable; il doit toujours être le plus grand qu'il est possible, sans se jeter néanmoins dans des dépenses superflues. Si la conduite est établie, on choisira, en tâtonnant, parmi plusieurs ajutages celui qui donne la plus grande élévation de jet.

686. Je passe à quelques observations générales sur l'établissement des conduites qui doivent alimenter les fontaines d'une ville. Elles sont extraites en partie d'un mémoire manuscrit de M. le Cloustier, mort en 1756, chevalier de l'ordre de Saint-Louis, et ingénieur en chef à Dieppe. Cet officier, savant dans l'hydraulique, avoit conduit l'établissement des dernières fontaines du Havre; et quand il mourut, il étoit encore chargé de celles de Rochefort.

687. Lorsqu'il s'agit d'amener les eaux d'un point A à un autre B, la première chose qu'on doit faire est de constater la possibilité du projet, ou de reconnoître si, et de combien, le point A est plus élevé que le point B. Il faut donc commencer par niveler exactement le terrein: plus le point de départ sera haut par rapport à celui d'arrivée, plus

l'eau aura de vîtesse pour couler. Mais comme il est à propos de placer le château-d'eau d'une ville dans l'endroit le plus élevé, afin que les eaux puissent être envoyées à tous les quartiers, il pourra se faire que la pente depuis la source jusqu'au château-d'eau soit peu considérable; quelquefois même on sera obligé d'abaisser le château-d'eau. Nous dirons dans un moment la pente qui est nécessaire pour l'écoulement suffisant des eaux.

688. Une autre recherche qui doit encore précéder l'exécution du projet, c'est la mesure de la quantité d'eau que la source peut fournir. Or, on déterminera cette quantité par un moyen semblable à celui qui a été expliqué (582), en rassemblant les eaux de la source dans un réservoir et en mesurant le nombre de pintes qui sortiront en une minute, par des ouvertures percées dans des planches que l'on aura adaptées aux parois de ce réservoir.

689. On a observé qu'un tuyau de conduite de 6 pouces de diamètre, mène facilement 20 pouces d'eau sur une pente de 3 pouces pour 100 toises, la distance de la source à la ville étant de 2 ou 3000 toises. Il passeroit une quantité d'eau beaucoup plus grande, si l'espace à parcourir étoit moins long, et si les nœuds qui assemblent les parties de la conduite n'y formoient pas quelquefois des rétrécissemens qui gênent le mouvement du fluide.

De-là les praticiens ont tiré cette règle : le quarré

du diamètre de la conduite, mesuré en pouces, doit être double du nombre de pouces d'eau que la conduite doit mener sur une pente de 3 pouces pour 100 toises.

690. Il convient de distribuer le plus uniformément qu'il est possible la pente entière depuis la source jusqu'à la ville. Lorsque dans cet intervalle il se trouve des parties rectilignes d'une certaine longueur, alors, au lieu d'y employer des tuyaux, on y emploie souvent des aqueducs ou canaux ouverts. Si on vouloit continuer ces aqueducs dans les endroits où il y a des vallées à franchir, il faudroit les soutenir par des arcades, comme faisoient les Romains, et comme il en existe parmi nous plusieurs exemples; mais alors les frais de construction sont très-considérables. On préfère donc ordinairement, en ce cas, l'usage des tuyaux, en observant que la hauteur du point de départ de l'eau dans le tuyau, au-dessus du point d'arrivée, soit assez grande pour donner à l'eau l'impulsion dont elle a besoin pour parcourir le tuyau malgré ses sinuosités.

691. L'eau qui coule dans un aqueduc ne demande pas une si grande pente que celle qui coule dans un tuyau. L'aqueduc d'Arcueil a 3 pouces de pente pour 100 toises; il en est à-peu-près de même du canal de l'étang de Trappes, et quand on y lâche les eaux, elles parcourent 4000 toises en 4 heures. L'aqueduc de Roquencourt n'a guère que 2

pouces de pente pour 100 toises : à mesure que le volume des eaux est plus considérable, l'aqueduc a besoin d'une moindre pente. Par exemple, la pente moyenne de la rivière de Seine n'est que de 12 pouces pour 1000 toises.

692. Il faut éviter, autant qu'il est possible, dans le cours d'une conduite, les pentes et les contre-pentes : souvent il vaut mieux contourner une montagne en suivant une pente douce et un chemin plus long, que d'aller directement au but par de hautes-pentes et contre-pentes.

693. Nous avons déjà fait sentir (671) la nécessité de placer des ventouses ou des évents aux sommets des pentes et des contre-pentes d'un tuyau de conduite. Ajoutons que l'air enfermé dans ces endroits est sujet aux variations du chaud et du froid : il s'enfle par le chaud et se condense par le froid ; dans le premier cas, il ferme plus le passage à l'eau que dans le second : aussi voit-on des tuyaux de conduite qui, par cette cause, donnent moins d'eau par les temps chauds que par les temps froids.

694. Lorsqu'un aqueduc a une longueur considérable, on doit avoir soin d'y établir, de distance en distance, des réservoirs, espèces de cuves rondes ou quarrées dans lesquelles l'eau vient déposer les vases et autres ordures, pour reprendre ensuite un nouveau cours. Les conduites en tuyaux ont encore plus besoin de ces cuves de décharge, non-seulement pour la dépuration des eaux, mais encore pour

prévenir un inconvénient considérable dont nous parlerons bientôt.

695. Si vous voulez donc qu'une conduite en tuyaux, d'ailleurs bien combinée dans tous les points, remplisse l'objet que vous attendez, placez-y des *regards*, de 50 toises en 50 toises environ.

Un *regard* est un petit bâtiment quarré ou rond dans lequel il y a une cuve de plomb, ou faite en ciment et caillou, qui reçoit l'eau par le bout du tuyau de chasse, saillant d'une certaine quantité au-dessus de son fond, et qui la transmet à un ou plusieurs tuyaux de fuite, saillans aussi au-dessus du fond; ce qui donne moyen à l'eau de s'épurer. Au même fond est adapté un tuyau de *décharge*, garni d'un robinet qu'on ouvre de temps en temps, soit pour mettre la conduite en décharge, soit pour que les vases et autres ordures amassées au fond de la cuve aient la liberté de s'échapper.

Les regards se mettent quelquefois dans les fonds ou vallées, aux endroits où la conduite est le moins enterrée; et en ce cas, leur décharge trouve aisément à s'écouler sans qu'on soit obligé de faire des puits. Mais dans les conduites qui ont plusieurs pentes et contre-pentes, les regards se placent ordinairement aux parties les plus élevées. Alors on pratique une décharge au lieu le plus bas de la plongée. En ouvrant cette décharge et celle du regard précédent, on met la conduite à sec, et on a ainsi la facilité de faire à l'aise les réparations dont elle peut avoir besoin. Je n'ai pas besoin d'ajouter

que quand la cuve d'un regard est placée dans un fond, elle doit être fermée par en-haut pour que l'eau chassée par la pente puisse monter le long de la contre-pente.

Lorsque les regards sont placés aux sommets des contre-pentes, ils servent d'évents; mais comme ils sont toujours en petit nombre, on ne doit pas manquer de mettre des ventouses à de moindres intervalles.

696. Outre ces utilités des regards, ils en ont encore une très-importante : ils servent à reconnoître et à détruire les amas de brins d'herbes, de racines et de terres qui s'accumulent et s'étendent par masses dans une conduite, et que l'on appelle vulgairement des *queues de renard*. Rien n'est plus nuisible au mouvement de l'eau; souvent les queues de renard finissent par fermer entièrement le passage à l'eau, ou du moins ne la laissent presque couler que goutte à goutte.

697. Un peu de vigilance suffiroit ordinairement pour arrêter dans son origine le mal dont nous parlons. Lorsque vous vous apercevez que les eaux se gonflent dans une cuve, et que leur mouvement éprouve de la gêne dans le tuyau de fuite, attachez un petit bâton à une longue et forte ficelle; garnissez l'extrémité antérieure du bâton d'un petit grapin de fer; en lâchant la ficelle, le grapin arrivera à la cuve inférieure; alors mettez une seconde ficelle au grapin, et faites-le promener al-

ternativement en sens contraire dans l'intervalle des deux cuves : par-là, vous emporterez l'obstruction, ou du moins vous reconnoîtrez l'endroit où elle se trouve, et alors vous ouvrirez la conduite en cet endroit pour arracher le noyau de la future queue de renard.

698. Mais lorsque le mal a fait des progrès, il faut avoir une centaine de bâtons de bois de brins de chêne, ou d'un autre bois ferme et pliant; ces bâtons s'assembleront bout à bout par emboîtemens successifs; on leur donnera la même longueur, qui sera, par exemple, de 3 pieds, afin de former une espèce de chaîne de longueur connue. Vous les pousserez l'un après l'autre dans la conduite, et vous aurez soin de garnir la tête du premier d'une grosseur en forme d'olive ou de sphère : quand vous sentirez de la résistance et que vous ne pourrez la surmonter, vous serez sûr qu'il existe une queue de renard dont vous connoîtrez la position par la longueur de la chaîne de bâtons employés; vous ouvrirez la conduite en cet endroit, et vous détruirez la queue de renard.

699. Il y a encore une petite observation à faire sur ce sujet : les graines qui s'élèvent dans l'air, et qui entrent dans les regards s'ils ne sont pas bien clos, peuvent germer et occasionner des chevelures; c'est pourquoi il ne faut ouvrir les regards que dans l'hiver, ou avec précaution.

700. De tous les tuyaux qu'on peut employer pour

faire une conduite, ceux de plomb sont les meilleurs sans contredit, parce que leur flexibilité permet d'adoucir, autant qu'il est possible, les coudes de la conduite. Pour faire de bons tuyaux de plomb, il faut trois quarts de plomb d'Angleterre, et un quart de celui d'Allemagne. Autrefois on faisoit ces tuyaux avec du plomb *laminé*, c'est-à-dire, avec des tables de plomb, d'une épaisseur uniforme, arrondies et soudées en longueur; mais on a reconnu que ces tables sont sujettes à des soufflures, et depuis plusieurs années on a abandonné l'usage de faire ainsi les tuyaux. Aujourd'hui on les jette en moule par reprise de deux pieds et demi. Les petits tuyaux peuvent avoir 18 pieds de longueur; mais dès qu'ils ont environ 3 pouces de diamètre, on ne les fait que de 10 à 12 pieds de longueur, afin de pouvoir les employer plus aisément. Ils sont sujets à crever par les reprises où il se trouve de la chiasse et du gravier. On les éprouve ainsi : on bouche l'une de leurs extrémités avec un tampon de bois garni de linge; puis les ayant remplis d'eau, on chasse dedans à coups de maillet une verge de fer garnie de rondelles de cuir d'un diamètre convenable: les efforts du maillet font bientôt connoître les endroits foibles qu'on raccommode avec de la soudure. La bonne soudure pour le plomb doit être composée ordinairement d'un tiers d'étain fin d'Angleterre, et de deux tiers de plomb; et celle dont on se sert pour le cuivre est de moitié l'un, moitié l'autre; le tout bien écumé.

701. Dans l'intérieur des villes où il passe beaucoup de voitures, l'usage est de faire les tuyaux en plomb. Par exemple, à Paris, la plupart des tuyaux sont en plomb, et enterrés d'environ 3 pieds: je dis la *plupart*, car il y a aussi quelques tuyaux de fer; mais ces derniers tuyaux ont une épaisseur considérable et sont enterrés tout au moins de 4 pieds, afin de pouvoir résister aux secousses occasionnées par le mouvement des voitures. On sent que des tuyaux de grès ne résisteroient pas à ces secousses.

702. Comme une conduite entière en plomb, lorsqu'il faut amener les eaux d'un peu loin, coûteroit un prix exorbitant, on emploie pour l'ordinaire dans la campagne des tuyaux de bois, de fer ou de grès. Seulement on arrondit et adoucit les coudes de la conduite, lorsqu'elle en a, avec des tuyaux de plomb qui se raccordent de part et d'autre avec les autres.

703. Les tuyaux de bois se font avec des troncs d'arbre de chêne, d'orme ou d'aulne, les plus longs et les plus gros qu'on peut trouver. On perce ces troncs dans le sens de leur longueur avec des tarières. Il faut laisser à l'enveloppe un pouce au moins d'épaisseur, sans compter l'écorce ni l'aubier. On les emboîte ensemble, en affilant le bout de l'un et agrandissant le diamètre de l'autre; et on les enduit en cet endroit de mastic pour empêcher l'eau de filtrer et de se perdre.

704. Les tuyaux de fer sont composés de parties ou de tuyaux qui ont environ 3 pieds de longueur. Ils s'assemblent les uns avec les autres, au moyen de brides qui doivent permettre aux bords de se joindre bien exactement. Pour cela, les brides, d'un tuyau à l'autre, sont distantes d'environ 2 lignes; on remplit ce vide avec du mortier à froid, et avec des rondelles de cuir; ensuite on unit fortement les brides par le moyen de vis et d'écrous composés de bon fer, qui serrent les rondelles et appliquent les bords d'un tuyau contre ceux de l'autre. Mais comme tous les métaux se dilatent par le chaud et se condensent par le froid, les tuyaux de fer, sujets à cette alternative, mais dépourvus de flexibilité, se brisent souvent aux endroits des brides et des coudes.

705. Les tuyaux de grès sont d'un usage plus commode et moins dispendieux. Mais avant que de les employer il faut les examiner soigneusement, et regarder s'ils sont bien soudés en dedans et par dehors aux reprises qui sont vers le milieu; s'ils n'y a point de bouillons ou de soufflures; s'ils sont de bon grès, grisâtre, ni rouge ni mal cuit; s'il n'y a point de fentes occasionnées par de petits cailloux qui se trouvent dans la pâte avant la cuisson; et pour dernier examen, on aura soin de les sonner l'un après l'autre, car il peut se faire que de légères cassures échappent aux yeux les plus clairvoyans. Leurs vis doivent avoir trois pouces au moins d'emboîtement. On les assemble avec de la filasse et du mastic.

706. Après avoir réglé la pente et les sinuosités de la conduite, et après avoir fait choix des tuyaux qu'on veut employer, on travaille à la construction du fossé qui doit recevoir la conduite. Ce fossé doit avoir au moins 5 pieds de largeur au fond, pour que les ouvriers puissent travailler et être servis commodément. La largeur de la tranchée doit être proportionnée à sa profondeur; et il faut y ménager un talud convenable à la nature du terrain. Il y a des terres qu'on peut couper à plomb sur 9 à 10 pieds de profondeur; telles sont les terres argileuses. Toutes les autres, sans en excepter le tuf mêlé de glaise, ont absolument besoin d'être étrésillonnées, si l'on veut prévenir les écroulemens occasionnés par les pluies, écroulemens qui tuent les travailleurs, comblent la tranchée et retardent l'ouvrage.

707. Lorsque la profondeur des fouilles dans les terres aisées à ouvrir, passe 18 à 20 pieds, et qu'une seule banquette ne suffit pas pour jeter la terre de la main à la main, l'on perce, de 40 en 40 pas, des puits bien étrésillonnés; et l'on fait une galerie qui communique d'un puits à l'autre, et que l'on ne manque pas de bien étrésillonner aussi. Elle aura 7 pieds de haut et 6 de large, afin qu'étant voûtée et revêtue en maçonnerie, elle soit réduite à 6 pieds de hauteur et à 3 ou 4 pieds de largeur. Cette galerie, dont on aura évacué les terres par le moyen des puits que l'on comble après que la maçonnerie

est

est faite, servira non-seulement à la construction de la conduite, mais encore à sa réparation.

708. Il arrive quelquefois que la conduite est obligée de traverser une montagne. Alors on trace sur le terrain, en ligne droite s'il est possible, le chemin qu'elle doit tenir; et de 100 en 100 toises, on fait des puits qui servent à tirer les terres, et à donner de l'air aux travailleurs. Il y a des terres où l'on ne peut guère fouiller plus de 20 ou 30 toises en avant et en galerie, sans être obligé de se procurer de l'air par les puits, autrement les lumières s'éteignent et les travailleurs se trouvent mal, surtout dans les grandes chaleurs. Les grands puits qui serviront aux alignemens, auront 14 pieds en quarré; et les petits qui serviront à donner de l'air et à tirer les terres n'en auront que 7. On fait ces puits quarrés pour pouvoir les étrésillonner. Dans la marne, on peut pousser la galerie jusqu'à plus de 100 toises sans inconvénient et sans étrésillons, si la marne est bien franche.

709. Les grands puits doivent être placés aux coudes de la conduite, s'il y en a; et on parviendra ainsi à suivre sous terre le tracé qu'on a fait sur le terrain. A l'ouverture supérieure du puits, on posera horizontalement une grande règle droite et bien alignée sur le tracé de la campagne. On la fixera solidement, et on laissera descendre le long du bord de cette règle deux ficelles déliées, chargées chacune d'un plomb, et distantes l'une de

l'autre, au moins de 12 pieds; et lorsque les plombs seront en repos, on placera sur l'alignement des deux cordeaux, deux lumières dont on suivra la direction en prolongeant la galerie, qui sera par ce moyen dans la section verticale du tracé de la campagne. Si les travailleurs qui viennent à la rencontre, s'y prennent de la même manière, il est indubitable que les deux ateliers se rencontreront, pourvu qu'ils observent bien leurs pentes qui doivent avoir été déterminées par un profil exact de la montagne, et dont on doit avoir des points au moyen des puits. Il ne faut pas mesurer la profondeur de ces puits avec une ficelle; mais à mesure qu'on les approfondira, on aura soin de marquer sur l'une de leurs faces les toises, pieds et pouces mesurés exactement avec une règle de bois.

710. Celui qui sera chargé de faire aplanir le fond de la tranchée, n'atteindra pas la profondeur déterminée dans les profils, mais il en restera à un pied environ; après quoi il fera faire, de 50 en 50 toises et suivant la pente donnée, des trous, au fond desquels il placera une brique ou un caillou qui servira de repaire. Alors avec trois jallons égaux, à l'imitation des paveurs, il bornoiera entre deux repaires d'autres points de 12 en 12 pieds, ou plus proche s'il veut, dans lesquels il placera aussi une brique ou un caillou, afin que les travailleurs suivent ces marques et ne fassent du fond de la tranchée qu'un seul et même plan. Ce fond doit avoir une certaine consistance pour ne pas s'affaisser sous

le poids de la conduite et ne la pas exposer à se rompre, sur-tout lorsqu'elle est en grès.

711. On sait que les pluies et les neiges sont les seules causes des sources. On a l'expérience journalière que dans les années sèches, les sources diminuent sensiblement et tarissent quelquefois. Les plus durables sont celles qui, sortant du pied d'une montagne, semblent venir de haut. Comme les dépenses pour la conduite des eaux sont considérables, on doit ménager les sources avec soin, et en ramasser le plus qu'il est possible. Pour cela, on creuse dans le terrein où l'on en soupçonne, des puits éloignés les uns des autres de 20 ou 30 pas; on les joint par des tranchées souterraines qui reçoivent les transpirations et les conduisent dans un seul et même endroit où l'on veut établir le premier regard. Mais il faut bien prendre garde de ne pas percer un lit de terre glaiseuse, de crainte de perdre l'eau. Après avoir réglé les pentes des tranchées, on met au fond un lit de glaise battue, et l'on fait un petit canal en pierres sèches, de 7 à 8 pouces de largeur sur 8 à 9 de hauteur, recouvert de pierres plates et de gazons renversés par-dessus. On garnira aussi de terre glaise le pied droit extérieur de la digue pratiquée au pied de la montagne. Les eaux qui filtrent au travers des pierres sèches se rassemblent dans le canal, et vont se rendre au regard.

712. Lorsqu'une source ne monte pas assez haut pour pouvoir couler dans la conduite, il faut per-

cer dans la montagne et aller au-devant pour la rencontrer, si l'on peut, afin de la ramener naturellement sur un lit de glaise bien corroyé, ou dans une conduite de grès, si elle est unique. Quelquefois on la peut faire gonfler, en lui opposant une digue qui doit être faite avec de la bonne glaise, bien corroyée et damée à la demoiselle tout-au-tour avec de bons et gros cailloux pour rendre la glaise plus compacte. Il faut sur-tout que ce corroi soit assis sur le tuf glaiseux, et non sur la terre franche, autrement l'eau passeroit encore par-dessous le corroi. La digue peut être aussi un mur fait avec du caillou et du ciment.

Il y auroit encore plusieurs choses à dire sur toute cette matière; mais on les apprendra facilement avec un peu de réflexion et d'expérience.

CHAPITRE XI.

De la pression que l'eau, mue dans un tuyau cylindrique, exerce contre ses parois.

713. IL seroit facile de traiter la question pour un tuyau de figure et de position quelconques; mais pour parvenir à des résultats plus simples et plus facilement applicables à la pratique, je me borne à considérer la pression de l'eau dans un tuyau cylindrique et horizontal.

714. Soit donc le tuyau cylindrique horizontal *EN* (*Fig.* 45) adapté au réservoir *ADCB*; et supposons que ce réservoir étant entretenu constamment plein à la hauteur *EB*, l'eau se meuve librement dans le tuyau, sans éprouver aucune résistance. Il est certain que si l'on excepte la pression qui naît du poids même de la colonne d'eau *EN*, le tuyau n'éprouve aucun effort; car la vîtesse de l'eau ayant une direction libre et horizontale, il ne peut en résulter aucune force qui s'exerce contre les parois du tuyau. Si on en veut la preuve par l'expérience, la voici.

715. Au grand réservoir qui a été décrit (459), j'ai fait implanter un tuyau horizontal *EN* qui avoit 3 pieds de longueur et environ 9 à 10 lignes de diamètre. Vers son milieu *M* étoit pratiqué un petit trou latéral, destiné à former un jet d'eau. On étoit maître de diriger ce jet de bas en haut ou de haut en bas, ou de l'incliner à volonté, en faisant tourner le tuyau sur son axe. On entretenoit l'eau dans le réservoir à la hauteur d'environ 4 pieds au-dessus du tuyau. Lorsque le bout *N* étoit bouché, le jet avoit la hauteur ou l'amplitude telle qu'on l'a déterminée dans le *Chapitre VII*; mais quand on débouchoit le bout *N*, le jet cessoit presqu'entièrement en toutes sortes de sens. Seulement lorsque l'ouverture *M* étoit en bas, l'eau bavoit et dégouttoit un peu par ses bords. Il est clair que la cessation du jet démontre une cessation de pression contre les parois du tuyau.

716. Imaginons toujours un tuyau horizontal EN (*Fig.* 46) adapté à un grand réservoir $ADCB$, et dans lequel l'eau se meuve sans éprouver aucune résistance de la part du frottement; mais supposons qu'une partie de l'orifice PN soit bouchée de manière que l'eau sorte maintenant par le petit orifice $p\,n$. La force qui fait passer l'eau en EC, du réservoir dans le tuyau, étant constamment la même, il est clair que l'eau se meut moins vîte dans le tuyau quand une partie de l'orifice extérieur PN est bouchée, que quand l'eau sort de la gueulebée PN. Or en vertu de cette diminution de vitesse qui a lieu dans le premier cas, il doit nécessairement résulter contre les parois du tuyau une pression qu'il s'agit de déterminer.

717. Pour cela, décomposons la colonne d'eau EN en une infinité de tranches $GFfg$ verticales et égales entr'elles. Comme nous négligeons le frottement, il est évident que tous les points d'une même tranche ont la même vitesse, et que de plus cette vîtesse est la même pour toutes les tranches, puisque de proche en proche elles se succèdent les unes aux autres le long du tuyau. Il n'est pas moins clair que si $q\,r$ représente la section de la veine contractée au sortir de l'orifice $p\,n$, la vîtesse dont on vient de parler est à celle qui a lieu en $q'r$, comme l'aire de l'orifice $q\,r$ est à l'aire de la section GF; car à chaque instant il passe par $q\,r$ un petit prisme d'eau égal au prisme $GFfg$, et ces prismes ont par conséquent des vîtesses réciproquement propor-

tionnelles à leurs bases. Donc, en nommant h la hauteur constante BH du réservoir, D le diamètre du tuyau, d celui de l'orifice qr, et considérant que la vitesse en qr est dûe à la hauteur h, et peut s'exprimer par $\sqrt{h}$; la vîtesse de l'eau le long du tuyau sera représentée par $\frac{d^2\sqrt{h}}{D^2}$.

Cela posé, de la même manière que la vîtesse $\sqrt{h}$ est produite par la pression h, la vîtesse $\frac{d^2\sqrt{h}}{D^2}$ peut être regardée comme produite par la pression $\frac{d^4 h}{D^4}$. Or puisque chaque point de la tranche qui couvre à chaque instant le fond PN, tend à se mouvoir avec la vîtesse $\sqrt{h}$, et ne se meut réellement qu'avec la vîtesse $\frac{d^2\sqrt{h}}{D^2}$, il doit évidemment presser chaque point de Pp ou de Nn sur lequel il s'appuie, avec une force égale à la différence des pressions qui produisent les vîtesses $\sqrt{h}$ et $\frac{d^2\sqrt{h}}{D^2}$. Cette pression se distribue également en toutes sortes de sens dans la masse d'eau EN, et contre les parois du tuyau. La pression que souffre chaque point des parois du tuyau, est donc représentée par $h - \frac{d^4 h}{D^4}$.

718. Il suit de-là que si l'on fait au tuyau une ouverture très-petite par rapport à chacun des deux orifices PN, pn, l'eau jaillira par cette ouverture

avec une vitesse dûe à la hauteur $h - \frac{d^4 h}{D^4}$. Cette hauteur s'évanouit, lorsque $d = D$, c'est-à-dire, quand l'eau sort à gueulebée par l'orifice PN, comme nous l'avons déjà remarqué (715).

On voit par-là combien se trompent les praticiens qui croyent qu'en faisant une petite ouverture latérale à un tuyau dans lequel coule de l'eau, il doit sortir par cette ouverture un jet qui, abstraction faite du frottement et de la résistance de l'air, s'élève à la hauteur dûe à la vitesse de l'eau dans le tuyau. Il peut se faire qu'il ne sorte point du tout d'eau par l'ouverture en question.

719. Supposant toujours qu'on ait fait aux parois du tuyau une petite ouverture, on trouvera sans peine la quantité d'eau qu'elle doit fournir en un temps donné. Car les dépenses par une même ouverture, et en un même temps, sont proportionnelles (224, 495) aux racines quarrées des hauteurs des réservoirs; ou, ce qui revient au même, aux racines quarrées des pressions. Donc, si l'on nomme Q la dépense que feroit, pendant un certain temps, l'ouverture proposée, sous la pression h, q la dépense qu'elle fait pendant le même temps, sous la pression $h - \frac{d^4 h}{D^4}$; on aura la proportion, $Q : q :: \sqrt{h} : \sqrt{\left[h - \frac{d^4 h}{D^4}\right]}$; d'où l'on tire, $q = Q \times \frac{\sqrt{[D^4 - d^4]}}{D^2}$.

Or on connoît Q par les méthodes du *Chapitre II*; on connoîtra donc aussi q.

720. Cette théorie a également lieu pour les tuyaux inclinés, pourvu néanmoins que dans ce dernier cas l'ouverture $p\,n$ par laquelle l'eau s'échappe du tuyau, soit fort petite par rapport à PN. Si cette condition n'avoit pas lieu, la vîtesse au sortir de $p\,n$ ne seroit pas dûe à toute la hauteur du réservoir; et il faudroit commencer par déterminer h par d'autres principes que ceux que nous avons employés.

721. La même théorie peut servir à déterminer, du moins à-peu-près, les épaisseurs que doivent avoir les tuyaux de conduite garnis d'ajutages à leurs bouts, pour résister à la pression des eaux qu'ils mènent. En effet, la pression que souffre chaque point de la circonférence d'une section de notre tuyau $E\,N$ étant exprimée par $h - \frac{d^4\,h}{D^4}$; il est clair que pour soutenir cette pression, le tuyau doit avoir la même épaisseur que si l'eau étoit dormante sous la hauteur $h - \frac{d^4\,h}{D^4}$. Or ce dernier problême se résoud par la méthode de l'*article* 41.

On voit qu'il faut moins d'épaisseur à une conduite quand l'eau s'y meut, que si cette eau étoit dormante sous la hauteur entière h.

722. Dans la pratique, on fait les épaisseurs des tuyaux plus fortes que la théorie précédente ne

l'exige. Ces tuyaux souffrent en effet plusieurs efforts dont on ne tient pas compte dans le calcul, et qui ne peuvent pas être évalués exactement. Le choc de l'eau contre les angles de la conduite, les vents qui s'y logent et qui y sont foulés avec force dans les pentes et les contre-pentes, les défauts du plomb ou du fer, etc. exigent, de la part de la conduite, une résistance considérable pour qu'il ne s'y fasse pas de fracture. Ajoutez que dans les endroits humides, la terre adjacente au tuyau le mine et le pourrit en quelque sorte. La hauteur du réservoir n'est donc pas toujours le principal élément qui doit régler l'épaisseur de la conduite. Voici les épaisseurs qu'on donne ordinairement aux tuyaux de plomb ou de fer, relativement à leurs diamètres, soit qu'ils aient ou non des ajutages à leur bout.

TUYAUX DE PLOMB.		TUYAUX DE FER.	
Diamètres exprimés EN POUCES.	*Épaisseurs exprimées* EN LIGNES.	*Diamètres exprimés* EN POUCES.	*Épaisseurs exprimées* EN LIGNES.
1	$2\frac{1}{2}$	1	1
$1\frac{1}{2}$	3	2	3
2	4	4	4
3	5	6	5
$4\frac{1}{2}$	6	8	6
6	7	10	7
7	8	12	8

A l'égard du poids de ces tuyaux, il est toujours facile à trouver, en se rappelant que le pied cube de plomb pèse 828 livres environ, et que le pied cube de fer forgé pèse 580 livres environ.

Il n'y a point de règle fixe pour les épaisseurs des tuyaux de bois ou de grès.

723. Supposons maintenant que l'eau se meuve dans le tuyau horizontal EN (*Fig.* 45), et sorte à gueulebée par le bout N, mais qu'elle éprouve en se mouvant la résistance du frottement le long des parois du tuyau. Nous avons vu (*Chap. VIII.*) que cette résistance diminue considérablement la dépense. On peut concevoir que le frottement rétrécit le passage de l'eau à l'extrémité N du tuyau. Il semble donc qu'alors on pourra déterminer la pression latérale du tuyau, par la formule de l'article 717, en substituant le tuyau de la *Figure* 46, où il n'y a pas de frottement, à celui de la *Figure* 45, où il y a du frottement, et supposant que D représente le diamètre véritable du tuyau, d le diamètre réduit et diminué par le frottement. Consultons là-dessus l'expérience.

724. Au tuyau horizontal biu (*Fig.* 34) de 16 lignes de diamètre, j'ai fait en p une ouverture latérale d'environ $3\frac{1}{4}$ lignes de diamètre. Je dis *environ*, car comme il ne s'agit ici que de dépenses comparatives, par une même ouverture, il n'est pas nécessaire de connoître exactement cette ouverture. On a mesuré les dépenses par l'orifice p, le bout u du tuyau étant

d'abord bouché, ensuite ouvert successivement à différentes distances de la caisse x; et on a trouvé les résultats qui suivent.

EXPÉRIENCES I, II, III, ... VII.

725. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'axe du tuyau = 1 pied.

I. Le bout u du tuyau étant bouché, en 1 minute l'ouverture latérale p donne 196 pouces cubes d'eau.

II. A 30 pieds de la caisse, le bout de ce tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 171 pouces cubes d'eau.

III. A 60 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 186 pouces cubes d'eau.

IV. A 90 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 190 pouces cubes d'eau.

V. A 120 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 191 pouces cubes d'eau.

VI. A 150 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 193 pouces cubes d'eau.

VII. A 180 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 174 pouces cubes d'eau.

EXPÉRIENCES VIII, IX, X, ... XIV.

726. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus de l'axe du tuyau = 2 pieds.

I. Le bout u du tuyau étant bouché, en 1 minute l'ouverture latérale p donne 274 pouces cubes d'eau.

II. A 30 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 240 pouces cubes d'eau.

III. A 60 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 256 pouces cubes d'eau.

IV. A 90 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 261 pouces cubes d'eau.

V. A 120 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 264 pouces cubes d'eau.

VI. A 150 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 265 pouces cubes d'eau.

VII. A 180 pieds de la caisse, le bout u du tuyau étant débouché, en 1 minute l'ouverture p donne 266 pouces cubes d'eau.

RÉFLEXIONS.

727. Il est clair que si, conformément à l'article 723, d représente le diamètre du tuyau par lequel

l'eau est censée sortir en u, en ayant égard au frottement, tandis que D est le diamètre de ce tuyau, affecté seulement de la contraction ; il est clair, dis-je, que la dépense en u, altérée par le frottement, est à la dépense qui auroit lieu sans le frottement, comme d^2 est à D^2. Or,

1°. Lorsque la hauteur du réservoir = 1 pied, la dépense qui auroit lieu sans le frottement, = 6330 pouces cubes en 1 minute (642). On aura donc alors (641),

à l'origine du tuyau, $\frac{d^2}{D^2} = 1$, ou $d = D$;

à 30 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{2778}{6330}$;

à 60 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1957}{6330}$;

à 90 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1587}{6330}$;

à 120 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1351}{6330}$;

à 150 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1178}{6330}$;

à 180 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1052}{6330}$.

2°. Lorsque la hauteur du réservoir = 2 pieds, la dépense qui auroit lieu sans le frottement = 8939 pouces cubes en 1 minute (642). On aura donc alors (641),

à l'origine du tuyau, $\frac{d^2}{D^2} = 1$, ou $d = D$;

à 30 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{4066}{8939}$;

à 60 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{2888}{8939}$;

à 90 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{2352}{8939}$;

à 120 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{2011}{8939}$;

à 150 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1762}{8939}$;

à 180 pieds de la caisse, $\frac{d^2}{D^2} = \frac{1583}{8939}$.

728. Cela posé, reprenons la formule $q = Q \times \frac{V[D^4 - d^4]}{D^2}$ de l'article 719. La dépense Q que fait l'ouverture latérale p, le bout u du tuyau étant bouché, est de 196 pouces cubes en 1 minute, lorsque la hauteur du réservoir = 1 pied (*Expérience I*); et de 274 pouces cubes en 1 minute, lorsque la hauteur du réservoir = 2 pieds, (*Expérience VIII*). Pour avoir les dépenses q que fait cette même ouverture en 1 minute, lorsque le bout u du tuyau est débouché, on substituera à la place de $\frac{d^2}{D^2}$ successivement les valeurs qu'on vient de trouver. On formera par-là les trois premières colonnes de la table suivante. La quatrième colonne contient les dépenses effectives de l'ouverture p, telles qu'on les a trouvées par l'expérience.

Hauteurs du réservoir, exprimées en pieds.	*Longueurs du tuyau, exprimées en pieds.*	*Dépenses en une minute, calculées par la formule, et exprimées en pouc. cubes.*	*Dépenses correspondantes, trouvées par l'expérience, et exprimées aussi en pouces cubes.*
1	30	176	171
1	60	186	186
1	90	190	190
1	120	191	191
1	150	192	193
1	180	193	194
2	30	244	240
2	60	259	256
2	90	264	261
2	120	267	264
2	150	268	265
2	180	269	266

729. On voit que les dépenses calculées approchent beaucoup des dépenses effectives ; et qu'il n'est guère possible d'espérer un plus parfait accord dans ces sortes de recherches. De-là suit une manière très-simple de déterminer la dépense d'un long tuyau horizontal, sujet au frottement, par celle d'une ouverture latérale pratiquée à ses parois. Nommons x le rapport de la dépense du tuyau proposé en ayant égard au frottement, à la dépense qu'il feroit en négligeant le frottement ; ou, ce qui revient au même, soit $x = \frac{d^2}{D^2}$. La formule $q = Q \times \frac{\sqrt{[D^4 - d^4]}}{D^2}$ deviendra,

deviendra, $q = Q\sqrt{[1 - xx]}$; d'où l'on tire $x = \frac{\sqrt{[Q^2 - q^2]}}{Q}$. Cela posé, pour trouver la dépense demandée, on pourra s'y prendre ainsi. On fera en un endroit quelconque des parois du tuyau, une ouverture latérale de grandeur connue, et bien perpendiculaire à la direction du mouvement de l'eau ; on cherchera par les méthodes du chapitre II, la dépense Q de cet orifice en 1 minute, sous la hauteur constante du réservoir au-dessus de son centre, et l'extrémité de décharge du tuyau étant bouchée ; on mesurera par une expérience immédiate la dépense q que l'orifice latéral fait en 1 minute, l'extrémité de décharge du tuyau étant ouverte. Par-là on connoîtra x. Il ne s'agira donc plus que de connoître, par le moyen du même chapitre II, la dépense que feroit le tuyau en négligeant le frottement, pour avoir sa dépense en ayant égard au frottement.

Par exemple, supposons que le tuyau ait 2 pouces de diamètre ; que la hauteur de l'eau dans le réservoir au dessus de son axe soit de 3 pieds ; que l'ouverture latérale ait 6 lignes de diamètre ; que cette ouverture donne 1000 pouces cubes d'eau en 1 minute, l'eau coulant dans le tuyau. Cette même ouverture, supposée sujette à la contraction de la première espèce, donneroit (513) en 1 minute, 1178 pouces cubes, l'extrémité du tuyau étant bouchée ; c'est-à-dire, qu'on a $Q = 1178$ pouces cubes, tandis que $q = 1000$ pouces cubes. Mettant ces valeurs

dans l'équation $x = \frac{\sqrt{[Q^2 - q^2]}}{Q}$, on trouvera $x = 0,5289$. Maintenant le tuyau proposé devroit donner (554), en une minute, 24504 pouces cubes, en négligeant le frottement; il donnera donc, en ayant égard au frottement, $0,5289 \times 24504$ pouces cubes $= 12952$ pouces cubes.

730. Tout cela est sensiblement vrai aussi pour les tuyaux inclinés, rectilignes ou curvilignes, lorsque le frottement peut être censé diminuer considérablement l'orifice par lequel le fluide s'échappe. C'est en vertu de la pression occasionnée par le frottement, que dans la dernière conduite de Couplet l'eau s'élève dans le réservoir du bout de l'aile par le tuyau montant adapté à cette conduite. Le lecteur déterminera sans peine la quantité d'eau que le tuyau proposé donne, et la pression que ses parois souffrent.

731. Nous avons assez fait remarquer que la pression dont il s'agit dans tout ceci est occasionnée par la perte de vîtesse que l'eau fait dans la conduite. Ainsi lorsqu'on détermine cette pression par la dépense que fait un orifice latéral, il faut que cet orifice soit percé bien perpendiculairement à la direction de l'eau, sans quoi une partie de l'écoulement seroit produit par le mouvement même du fluide. La conduite *AMB* (*Fig.* 47) offre l'exemple d'un tel écoulement, par l'ouverture latérale *M*.

CHAPITRE XII.

Du mouvement des eaux dans des canaux rectangulaires.

732. DANS les canaux ouverts par en-haut, la surface de l'eau a la liberté de s'élever ou de s'abaisser. Or en vertu de cette liberté le fluide peut tirer de son propre poids une vîtesse qui se combine avec celle qui lui reste de l'impulsion initiale. Le frottement ne doit donc pas suivre dans ces canaux exactement les mêmes loix que dans les tuyaux de conduite où l'eau est comprimée de tous côtés, et se meut suivant une seule et même direction déterminée. Commençons par examiner, d'après l'expérience, le mouvement de l'eau dans un canal rectangulaire.

733. Sur la face verticale BC (*Fig.* 48) du réservoir $ADCB$ qui a été décrit (459), et au raz du fond DC, est pratiquée une ouverture EC garnie d'une vanne rectangulaire de cuivre, qui se hausse et se baisse à volonté. L'orifice par lequel l'eau sort est un rectangle qui a constamment 5 pouces de base horizontale, mais dont la hauteur varie suivant qu'on lève plus ou moins la vanne. Les faces latérales de cet orifice sont de cuivre, et forment deux plans verticaux, parallèles entr'eux, et perpendi-

culaires à la paroi dont BC est le profil. On meut la pale en-dehors, au moyen d'un crochet qui lui est attaché, et d'un levier qui tourne successivement sur deux appuis propres à la hausser ou à la baisser. On empêche cette même pale de monter plus haut qu'il ne faut, par des clous fichés dans la plaque de cuivre sur laquelle elle coule, lesquels lui servent d'arrêts et lui permettent seulement d'arriver à la hauteur précise qu'on demande. Il est vrai que lorsqu'on veut changer la hauteur de l'orifice, on perd quelque temps à ôter ou à remettre ces clous ; mais cette manœuvre a paru préférable à toute autre, par la facilité qu'elle donne de lever en un instant la pale pour chaque opération.

734. A l'orifice EC est adapté un canal rectangulaire EF de 105 pieds de longueur, et ouvert par en-haut. La largeur du fond de ce canal est de 5 pouces justes, et la hauteur d'environ 8 à 9 pouces. Il s'applique parfaitement à l'orifice. Lorsqu'il est dans la position horizontale, son fond est dans le même plan horizontal que le fond du réservoir. Dans toutes les situations, ses parois intérieures sont les prolongemens des faces latérales de l'orifice. Le fond est composé de forts madriers assemblés bout à-bout, bien polis et bien dressés ; les parois sont de planches de sapin. On a eu soin de mettre au-dessus du canal, de 2 pieds en 2 pieds, des traverses qui contiennent les parois et les empêchent de se déverser.

Ce canal est destiné, comme on voit assez, à

mesurer la vîtesse de l'eau qui le parcourt. Il a été d'abord posé horizontalement, ensuite on l'a incliné successivement à l'horizon. Dans tous les cas, l'eau étoit entretenue dans le réservoir à la même hauteur pour la même expérience, mais à différentes hauteurs pour différentes expériences. Elle étoit fournie dans le réservoir, comme il a été dit dans l'article 459.

735. Lorsque l'eau étoit à sa plus grande hauteur dans le réservoir, et qu'il falloit l'entretenir quelque temps en cet état, on avoit mis au bout du canal de communication de la cuve ronde avec le réservoir, une planche disposée de manière qu'elle brisoit le choc de l'eau, et que la surface supérieure de l'eau contenue dans le réservoir demeuroit calme. Mais lorsqu'il falloit entretenir l'eau dans le réservoir à une autre hauteur constante, par exemple, à celle de 7 pieds 8 pouces; on attachoit aux parois du réservoir une espèce de caisse mobile, ouverte par en-haut, qui recevoit le choc de l'eau, et qui la renvoyoit par une pente douce à la hauteur convenable dans le réservoir, sans causer d'ébranlement sensible à la surface, et encore moins dans la masse de l'eau inférieure. Sur les côtés du réservoir, étoient pratiqués des dégorgeoirs qui servoient à maintenir l'eau à la hauteur précise qu'on vouloit. De plus, on étoit attentif que l'eau atteignît sans cesse, et ne passât jamais un clou qui marquoit la limite de la hauteur; et la même personne qui étoit chargée de ce soin, fournissoit de l'eau à

volonté, au moyen d'un levier qu'elle manœuvroit, et qui haussoit ou baissoit la pale de la cuve ronde.

736. Ces préparatifs établis, quand on a voulu mesurer la vitesse de l'eau dans le canal, la première idée a été d'y mettre un morceau de liége ou de quelqu'autre matière légère; mais on a bientôt reconnu l'insuffisance de cette méthode, du moins quand le canal est horizontal. Car alors l'eau se gonfle à mesure qu'elle chemine, chasse le petit corps flottant de côté et d'autre, et ne lui permet pas de suivre directement son fil. On a essayé de jetter dans l'eau des matières colorées, telles que du sang, du charbon pilé, etc. Mais cela est encore défectueux, parce que l'eau délaye trop facilement ces matières, et rend leur arrivée incertaine. Le moyen auquel je me suis arrêté, a été de déterminer le temps qui s'écoule depuis l'instant où l'on lève la vanne placée à l'orifice CE, jusqu'à celui où l'eau arrive à différens points du canal. Ce moyen ne donne à la vérité que la vîtesse de la première eau qui parcourt le canal, et on sent que quand l'écoulement est parfaitement établi, il est plus rapide qu'au commencement. Mais les deux vîtesses ont entr'elles un rapport qui est constant, du moins à-peu-près, comme on le verra dans plusieurs cas où l'on peut les déterminer l'une et l'autre; d'où il résulte que l'une seulement étant donnée en certains cas, on pourra en conclure aussi l'autre sensiblement.

737. Nous avons déjà dit que la longueur totale

du canal est de 105 pieds. On la divise en cinq parties égales, et en trois parties égales; de manière que chacune des cinq parties égales est de 21 pieds, et que chacune des trois parties égales est de 35 pieds. Pour s'assurer de l'arrivée de la première eau à chaque point de division, on y a mis des moulinets (semblables à ceux qui servent de jouets aux enfans), dont les palettes verticales sont frappées par l'eau. Le signal que ces palettes donnent par leur dérangement de la situation verticale, est très-prompt et très-sûr. Il est apperçu par la personne qui compte les oscillations du pendule.

Le signe $\frac{+}{\cdot}$ écrit après un certain nombre de secondes ou de demi-secondes indique que ce nombre est un peu foible ou un peu fort. Ces mots *pale élevée de* $\frac{1}{2}$ *pouce* ou de 1 *pouce*, etc. signifient que l'orifice par lequel l'eau passe du réservoir dans le canal, est un rectangle de 5 pouces de base sur $\frac{1}{2}$ pouce ou 1 pouce de hauteur, etc. Le reste est clair de soi-même.

EXPÉRIENCE I.

738. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus du fond, est de 11 pieds 8 pouc.; le canal est horizontal, et la pale est élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	2	21
	5—	42
	10—	63
	16—	84
	23+	105

On voit que les temps successifs employés à parcourir chaque espace de 21 pieds, sont exprimés respectivement par les nombres suivans, 2, 3 —, 5, 6, 7 +, qui forment à très-peu-près une progression arithmétique croissante qui a 1 pour raison. Ainsi on pourra continuer cette suite, et déterminer, du moins à très-peu près, le temps que l'eau mettroit à parcourir un nombre quelconque de pieds, si le canal étoit prolongé indéfiniment.

EXPÉRIENCE II.

739. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus du fond, est de 7 pieds 8 pouces; le canal est horizontal, et la pale est élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3 —	21
	7	42
	13 —	63
	20 —	84
	28 +	105

Les deux suites de temps et d'espaces parcourus sont faciles à continuer, et par conséquent on peut déterminer à très-peu-près le temps que l'eau mettroit à parcourir un nombre quelconque de pieds, si le canal étoit prolongé indéfiniment. Le lecteur fera de lui-même ces sortes de remarques dans les expériences suivantes.

EXPÉRIENCE III.

740. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus du fond, est de 3 pieds 8 pouces; le canal est horizontal, et la pale est élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3 +	21
	9	42
	17 +	63
	27 +	84
	38 +	105

EXPÉRIENCE IV.

741. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus du fond, est de 11 pieds 8 pouc.; le canal est horizontal, et la pale est élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	2	21
	4	42
	7	63
	11	84
	16 $\frac{1}{4}$	105

EXPERIENCE V.

742. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus du fond, est de 7 pieds 8 pouces; le canal est horizontal, et la pale est élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	2 +	21
	5	42
	9	63
	14	84
	20	105

EXPÉRIENCE VI.

743. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus du fond, est de 3 pieds 8 pouces; le canal est horizontal, et la pale est élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3—	21
	6+	42
	11+	63
	18+	84
	26	105

RÉFLEXIONS.

744. Pour connoître le déchet que la vitesse du courant peut souffrir, commençons par chercher cette vitesse, abstraction faite de toute résistance.

Le fluide éprouve, au passage de l'orifice, une contraction de la première espèce qui diminue la dépense naturelle dans le rapport de 8 à 5; ou ce qui revient au même, la section de la veine contractée est un rectangle dont l'aire est à celle de l'orifice véritable, comme 5 est à 8. Ces deux rectangles sont semblables au moins sensiblement. Comme en-delà du point de contraction l'eau joint et suit le fond et les parois du canal, et que la veine doit se dilater à-peu-près de même qu'elle s'est d'abord contractée, il est clair qu'alors chaque section de l'eau est un rectangle qu'on peut regarder encore comme semblable aux deux précédens. Donc, puisqu'en un même temps il passe la même quantité d'eau par la section de la veine contractée et par une section

quelconque de l'eau dans le canal, les deux vitesses correspondantes à ces deux endroits, sont entr'elles dans le rapport de 8 à 5. Ainsi en nommant H la hauteur BE du réservoir, hauteur qui est dûe à la vîtesse de l'eau au point de contraction, h la hauteur dûe à la vîtesse du courant dans le reste du canal; et considérant que les vîtesses sont comme les racines quarrées des hauteurs qui leur sont dûes, on aura la proportion, $\sqrt{H} : \sqrt{h} :: 8 : 5$. Par conséquent $h = H \times \frac{25}{64}$.

745. On sait qu'un corps grave tombant de 15 pieds de hauteur en 1 seconde, acquiert par cette chute une vîtesse capable de lui faire parcourir uniformément 30 pieds en 1 seconde. De plus on sait que les temps des mouvemens uniformes sont comme les espaces parcourus divisés par les vîtesses. Donc, si l'on nomme en général E l'espace parcouru uniformément par un mobile, pendant le temps t, avec une vîtesse dûe à la hauteur h; et qu'on exprime E et h en pieds, on aura $t : 1'' :: \frac{E}{\sqrt{h}} : \frac{30}{\sqrt{15}}$. Donc, $t = 1'' \times \frac{E}{2\sqrt{15h}}$.

En supposant que E soit l'espace parcouru par l'eau dans le canal, et mettant pour $\sqrt{h}$ sa valeur $\frac{5\sqrt{H}}{8}$, on aura $t = 1'' \times \frac{4E}{5\sqrt{15H}}$.

746. La formule générale $t = 1'' \times \frac{E}{2\sqrt{15h}}$ donne, $h = \frac{E^2}{60t^2}$; d'où l'on voit que si un espace

E est parcouru uniformément pendant le temps connu t exprimé en secondes, la hauteur dûe à la vitesse du mobile est représentée par $\frac{E^2}{60\,t^2}$.

747. Tout cela posé, cherchons par la formule $t = 1'' \times \frac{4E}{5\sqrt{15H}}$ le temps que l'eau devroit employer à parcourir le canal, si rien ne s'opposoit à son mouvement. On trouvera,
pour les expériences I et IV, $t = 6'', 350$,
pour les expériences II et V, $t = 7'', 834$,
pour les expériences III et VI, $t = 11'', 330$.

748. En comparant ces temps avec ceux que l'expérience donne réellement, on voit,

1°. Que la résistance des obstacles répandus le long du canal produit une retardation considérable dans la vîtesse que l'eau devroit naturellement avoir. Cette résistance vient, pour la plus grande partie, du frottement; mais l'air y entre aussi pour quelque chose.

2°. Que la résistance des obstacles est d'autant moins sensible, que la pale est plus élevée, ou qu'il sort une plus grande quantité d'eau. La raison en est qu'eu égard à la surface présentée à l'action du frottement ou au choc de l'air, une grande masse a plus de force qu'une petite pour vaincre ces obstacles, les vîtesses qui animent les deux masses étant supposées égales.

749. Il s'en faut beaucoup que dans chaque expé-

rience la vîtesse du courant soit uniforme, ou que chacune des divisions égales du canal soit parcourue dans le même temps. La vîtesse diminue à mesure que l'eau s'éloigne du réservoir. Ce mouvement a quelques particularités qui méritent d'être observées. Lorsqu'on lève la pale l'eau est lancée suivant la direction CF du canal (*Fig.* 49), et n'a d'abord que cette direction. Mais comme en cheminant elle éprouve de la résistance; elle se gonfle, sa surface prend la forme EMG; alors elle retombe par son propre poids depuis le point le plus élevé M, et une partie de l'eau revient du côté du réservoir suivant la direction MN. Il y a donc ainsi dans la partie CM du canal deux courans qui vont en sens contraire, l'un formé par l'eau inférieure qui va dans le sens CF, l'autre par l'eau supérieure qui revient dans le sens MN. Celui-ci est très-sensible, lorsqu'il commence; il se termine au point N distant d'environ 12 pieds de l'orifice EC. Peu-à-peu il diminue, quoique toujours subsistant; et la surface de l'eau finit par prendre la forme ERG, où le point R est le plus élevé au-dessus du fond. L'eau qui arrive à chaque instant du réservoir, frappe continuellement en NO la masse $NOFG$, se mêle avec elle, et cette masse qui se renouvelle sans cesse conserve la même figure. Les courans dont nous venons de parler, sont un exemple sensible de ceux qui doivent se former dans une rivière, dans la mer, toutes les fois que l'eau

est retardée par des obstacles. On voit que dans ces cas-là, l'eau doit se gonfler d'abord, et qu'ensuite son poids la forçant à se répandre, il résulte de-là des courans qui peuvent avoir toutes sortes de directions.

750. Quoique la vitesse de l'eau éprouve, comme nous le venons de voir, une retardation considérable, et d'autant plus considérable que le canal est plus long, la dépense ne diminue pas pour cela. L'écoulement qui se fait continuellement par l'orifice, n'est point ralenti par l'eau du canal, parce que cette eau ayant la liberté de s'échapper ou de s'élever, ne peut opposer à celle qui la suit qu'une résistance comme infiniment petite. Cela est évident de soi-même; néanmoins j'ai cru devoir en faire l'expérience. Elle m'a fait voir qu'on reçoit pendant un temps donné, à l'extrémité F du canal, la même quantité d'eau qu'à la prise EC quand le canal est tout-à-fait enlevé. Il y a donc une différence très-remarquable entre le mouvement de l'eau dans un tuyau fermé de tous côtés, et le mouvement dans un canal ouvert par en-haut. Dans le premier cas, la dépense diminue, et diminue d'autant plus que le tuyau devient plus long; au lieu que dans le second elle est toujours la même, quelle que soit la longueur du canal.

751. Sous une même vitesse initiale du fluide, les canaux qui ont de la pente sont parcourus en

moins de temps que les canaux horizontaux, parce que la pente donne lieu à une accélération produite par la pesanteur relative. Les expériences qui suivent nous feront connoître la loi que les vitesses suivent alors. Par la *pente du canal*, j'entendrai toujours la distance verticale de l'une de ses extrémités à la ligne horizontale qui passe par l'autre extrémité.

EXPÉRIENCE VII.

752. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus du fond, est de 11 pieds 8 pouc.; la pente du canal est de 3 pouces, et la pale est élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4	35
	11+	70
	22	105

EXPÉRIENCE VIII.

753. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus du fond, est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal est de 3 pouces, et la pale est élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4+	35
	14+	70
	26	105

EXPÉRIENCE IX.

754. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir au-dessus du fond, est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 3 pouces; la pale est élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	6 +	35
	18 +	70
	34 +	105

EXPÉRIENCE X.

755. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 6 pouces; la pale élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	$3\frac{1}{2}$	35
	$11\frac{1}{2}$	70
	21	105

EXPÉRIENCE XI.

756. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 6 pouces; la pale élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4 +	35
	14	70
	25 +	105

EXPÉRIENCE

EXPÉRIENCE XII.

757. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir, est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 6 pouces; la pale élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	6	35
	18—	70
	31+	105

EXPÉRIENCE XIII.

758. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 6 pouces; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3	35
	8	70
	15	105

EXPÉRIENCE XIV.

759. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 6 pouces; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4—	35
	9+	70
	19—	105

EXPÉRIENCE XV.

760. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 6 pouces; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	5—	35
	13—	70
	23—	105

EXPÉRIENCE XVI.

761. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 1 pied; la pale élevée de 1 pouce	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3—	35
	7 ½	70
	14	105

EXPÉRIENCE XVII.

762. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 1 pied; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4—	35
	9	70
	16	105

EXPÉRIENCE XVIII.

763. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 1 pied; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	5—	35
	12	70
	21	105

EXPÉRIENCE XIX.

764. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 2 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	2+	35
	7	70
	13	105

EXPÉRIENCE XX.

765. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 2 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4—	35
	9—	70
	15—	105

EXPÉRIENCE XV.

760. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 6 pouces; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	5—	35
	13—	70
	23—	105

EXPÉRIENCE XVI.

761. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 1 pied; la pale élevée de 1 pouce	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3—	35
	7 ½	70
	14	105

EXPÉRIENCE XVII.

762. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 1 pied; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4—	35
	9	70
	16	105

EXPÉRIENCE XVIII.

763. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 1 pied; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	5—	35
	12	70
	21	105

EXPÉRIENCE XIX.

764. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 2 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	2+	35
	7	70
	13	105

EXPÉRIENCE XX.

765. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 2 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4—	35
	9—	70
	15—	105

EXPÉRIENCE XXI.

766. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces ; la pente du canal, de 2 pieds ; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	$4\frac{1}{2}$	35
	$10\frac{1}{2}$	70
	$17\frac{1}{2}$	105

EXPÉRIENCE XXII.

767. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 4 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	2+	35
	$6\frac{1}{2}$	70
	12	105

EXPÉRIENCE XXIII.

768. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 4 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3+	35
	8	70
	13	105

EXPÉRIENCE XXIV.

769. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 4 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4+	35
	9+	70
	15+	105

EXPÉRIENCE XXV.

770. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 6 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	2+	35
	6	70
	10	105

EXPÉRIENCE XXVI.

771. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 6 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3+	35
	7+	70
	12	105

EXPÉRIENCE XXVII.

772. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 6 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4	35
	9 —	70
	14 —	105

EXPÉRIENCE XXVIII.

773. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 9 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	2 +	35
	6 —	70
	9	105

EXPÉRIENCE XXIX.

774. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 9 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3 +	35
	6 $\frac{1}{2}$	70
	10	105

EXPÉRIENCE XXX.

775. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 9 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4 —	35
	8 —	70
	12 —	105

EXPÉRIENCE XXXI.

776. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 9 pieds; la pale élevée de 1 pouce.	*Demi-secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	7	35
	15	70
	23	105

EXPÉRIENCE XXXII.

777. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 9 pieds; la pale élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Demi-secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	9	35
	19	70
	30	105

EXPÉRIENCE XXXIII.

778. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 11 pieds; la pale élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Demi-secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	2	21
	7	42
	12	63
	17	84
	21+	105

EXPÉRIENCE XXXIV.

779. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 11 pieds; la pale élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Demi-secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3+	21
	8+	42
	13+	63
	18+	84
	23+	105

EXPÉRIENCE XXXV.

780. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 11 pieds; la pale élevée de $\frac{1}{2}$ pouce.	*Demi-secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	4+	21
	10	42
	16	63
	22	84
	28	105

EXPÉRIENCE XXXVI.

781. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 11 pieds; la pale élevée de 1 pouce.

Demi-secondes.	*Nombre de pieds parcourus.*
2	21
5	42
9	63
13	84
17	105

EXPÉRIENCE XXXVII.

782. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 11 pieds; la pale élevée de 1 pouce.

Demi-secondes.	*Nombre de pieds parcourus.*
3 +	21
7	42
11	63
15	84
19	105

EXPÉRIENCE XXXVIII.

783. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 11 pieds; la pale élevée de 1 pouce.

Demi-secondes.	*Nombre de pieds parcourus.*
3	21
8	42
13	63
18 —	84
22	105

EXPÉRIENCE XXXIX.

784. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 11 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 11 pieds; la pale élevée de 1 $\frac{1}{2}$ pouce.	*Demi-secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	2	21
	5	42
	8 +	63
	12	84
	15 +	105

EXPÉRIENCE XL.

785. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 7 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 11 pieds; la pale élevée de 1 $\frac{1}{2}$ pouce.	*Demi-secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3 —	21
	6	42
	10 —	63
	13 +	84
	17	105

EXPÉRIENCE XLI.

785. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir est de 3 pieds 8 pouces; la pente du canal, de 11 pieds; la pale élevée de 1 $\frac{1}{2}$ pouce.	*Demi-secondes.*	*Nombre de pieds parcourus.*
	3 +	21
	7	42
	11 +	63
	15	84
	20	105

RÉFLEXIONS.

787. Il n'est question dans toutes ces expériences, que de la première eau qui parcourt le canal. Cette eau éprouve une résistance considérable de la part du frottement, parce qu'elle heurte sans cesse des pointes, ou comble des cavités. Mais on conçoit qu'elle doit former tout le long du canal une espèce d'enduit qui en applanit le fond et les parois, et que par-là elle favorise l'écoulement de l'eau suivante. La vîtesse du courant doit donc être sensiblement plus grande quand il est bien établi et permanent, que dans les commencemens : on en va juger par les expériences suivantes. Pour mesurer la vîtesse permanente, on a posé légèrement sur l'eau quatre morceaux de liége qui en suivent exactement le cours, et qui prennent sensiblement toute sa vîtesse. La première division du canal est toujours parcourue en un peu moins de temps que les autres.

EXPÉRIENCE XLII.

788. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir = 11 pieds 8 pouces; pente du canal = 10 pieds 6 pouces; élévation de la pale = $\frac{1}{2}$ pouce.

La première eau parcourt le canal entier en 22 demi-secondes; et les quatre morceaux de liége le parcourent en 19 demi-secondes.

Ainsi la vîtesse primitive est à la vîtesse permanente, comme 19 est à 22, environ.

EXPÉRIENCE XLIII.

789. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir = 7 pieds 8 pouces; pente du canal = 10 pieds 6 pouces; élévation de la pale = $\frac{1}{2}$ pouce.

La première eau parcourt le canal entier en 24 demi-secondes; et les quatre morceaux de liége le parcourent en 21 demi-secondes.

Ainsi la vîtesse primitive est à la vîtesse permanente, comme 21 est à 24, environ.

EXPÉRIENCE XLIV.

790. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir = 3 pieds 8 pouces; pente du canal = 10 pieds 6 pouces; élévation de la pale = $\frac{1}{2}$ pouce.

La première eau parcourt le canal entier en 28 $\frac{1}{2}$ demi-secondes; et les quatre morceaux de liége le parcourent en 25 demi-secondes.

Ainsi la vîtesse primitive est à la vîtesse permanente, comme 25 est à 28 $\frac{1}{2}$, environ.

EXPÉRIENCE XLV.

791. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir = 11 pieds 8 pouces; pente du canal = 10 pieds 6 pouces; élévation de la pale = 1 pouce.

La première eau parcourt le canal entier en 17 $\frac{1}{2}$ demi-secondes; et les quatre morceaux de liége le parcourent en 14 $\frac{1}{2}$ demi-secondes.

Ainsi la vîtesse primitive est à la vîtesse permanente, comme 14 $\frac{1}{2}$ est à 17 $\frac{1}{2}$, environ.

EXPÉRIENCE XLVI.

792. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir = 7 pieds 8 pouces; pente du canal = 10 pieds 6 pouces; élévation de la pale = 1 pouce.

La première eau parcourt le canal entier en $19\frac{1}{2}$ demi-secondes; et les quatre morceaux de liége le parcourent en 16 demi-secondes.

Ainsi la vîtesse primitive est à la vîtesse permanente, comme 16 est à $19\frac{1}{2}$, environ.

EXPÉRIENCE XLVII.

793. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir = 3 pieds 8 pouces; pente du canal = 10 pieds 6 pouces; élévation de la pale = 1 pouce.

La première eau parcourt le canal entier en $22\frac{3}{4}$ demi-secondes; et les quatre morceaux de liége le parcourent en 19 demi-secondes.

Ainsi la vîtesse primitive est à la vîtesse permanente comme 19 est à $22\frac{3}{4}$, environ.

EXPÉRIENCE XLVIII.

794. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir = 11 pieds 8 pouces; pente du canal = 10 pieds 6 pouces; élévation de la pale = 18 lignes.

La première eau parcourt le canal entier en 16 demi-secondes; et les quatre morceaux de liége le parcourent en 13 demi-secondes.

Ainsi la vîtesse primitive est à la vîtesse permanente, comme 13 est à 16, environ.

EXPÉRIENCE XLIX.

795. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir = 7 pieds 8 pouces; pente du canal = 10 pieds 6 pouces; élévation de la pale = 18 lignes.

La première eau parcourt le canal entier en $17\frac{1}{2}$ demi-secondes; et les quatre morceaux de liége le parcourent en $14\frac{1}{2}$ demi-secondes.

Ainsi la vitesse primitive est à la vitesse permanente, comme $14\frac{1}{2}$ est à $17\frac{1}{2}$, environ.

EXPÉRIENCE L.

796. Hauteur constante de l'eau dans le réservoir = 3 pieds 8 pouces; pente du canal = 10 pieds 6 pouces; élévation de la pale = 18 lignes.

La première eau parcourt le canal entier en $20\frac{1}{2}$ demi-secondes; et les quatre morceaux de liége le parcourent en 17 demi-secondes.

Ainsi la vitesse primitive est à la vitesse permanente, comme 17 est à $20\frac{1}{2}$, environ.

REMARQUE.

797. Toutes les expériences que je viens de rapporter, furent faites dans les mois de septembre et d'octobre 1764. Je les incorporai dans un Mémoire que j'envoyai peu de temps après à l'Académie des sciences de Toulouse, et qui remporta, en 1765, le prix que cette Académie avoit attaché à la recherche des loix du frottement des fluides en mouvement. L'année suivante 1766, je fis de nouvelles expériences sur la même matière, en me servant

d'un canal de même largeur et de même hauteur que le précédent, mais de 600 pieds de longueur. Ce canal tiroit l'eau du réservoir *HKLM* (*Fig.* 33), dont il a été parlé (636); et l'eau étoit entretenue à une hauteur constante dans ce même réservoir *HKLM*, au moyen de l'amas provisionnel contenu dans le bassin *FEDG*. Les autres préparatifs sont à-peu-près les mêmes que dans les articles 733, 734, 735, 736, 737. J'ajouterai seulement qu'ici les signaux ont été donnés par des hommes apostés aux divisions égales du canal. Ces signaux ne sont pas si sûrs que ceux dont je me suis servi précédemment; mais comme toutes les expériences ont été répétées plusieurs fois, et qu'ensuite je les ai discutées avec le plus grand soin, rejetant celles qui me paroissoient douteuses, évaluant les petites erreurs dont les meilleures pouvoient être susceptibles; les résultats que je vais rapporter méritent la confiance du lecteur.

Dans les petites tables qui suivent, les mots *première eau*, indiquent qu'il s'agit de la vitesse de l'eau, mesurée depuis l'instant qu'on lève la pale, jusqu'à celui où l'eau arrive à chaque point de division du canal : les mots *cours établi*, indiquent qu'il s'agit de la vitesse de l'eau, lorsqu'elle a pris un cours régulier et permanent. Cette vitesse a été mesurée par le moyen de petits corps très-légers, flottans sur le canal.

EXPÉRIENCE LI.

798. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir, au-dessus du fond du canal, est de 4 pieds; la pente du canal, $\frac{1}{10}$ de la ligne de niveau; la pale élevée de 1 pouce.

PREMIÈRE EAU.		COURS ÉTABLI.	
SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.
10	100	8	100
20 +	200	17	200
31 —	300	26	300
42 —	400	35	400
52 $\frac{1}{2}$	500	43 +	500
62 +	600	52	600

EXPÉRIENCE LII.

799. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir, au-dessus du fond du canal, est de 4 pieds; la pente du canal, $\frac{1}{10}$ de la ligne de niveau; la pale élevée de 2 pouces.

PREMIERE EAU.		COURS ETABLI.	
SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.
8	100	7	100
17	200	14 $\frac{1}{2}$	200
26	300	22	300
35 —	400	29 +	400
43 +	500	37 —	500
52 —	600	44 +	600

EXPÉRIENCE

EXPÉRIENCE LIII.

800. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir, au-dessus du fond du canal, est de 2 pieds; la pente du canal, $\frac{1}{10}$ de la ligne de niveau; la pale élevée de 1 pouce.

PREMIERE EAU.		COURS ÉTABLI.	
SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.
11	100	10	100
23	200	20	200.
35	300	30	300
46+	400	40	400
58	500	49	500
69	600	58	600

EXPÉRIENCE LIV.

801. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir, au-dessus du fond du canal, est de 2 pieds; la pente du canal, $\frac{1}{10}$ de la ligne de niveau; la pale élevée de 2 pouces.

PREMIERE EAU.		COURS ÉTABLI.	
SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.
9	100	8—	100
19	200	16	200
29	300	24	300
39	400	32	400
49	500	40	500
58	600	48	600

EXPÉRIENCE LV.

802. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir, au-dessus du fond du canal, est de 1 pied; la pente du canal, $\frac{1}{10}$ de la ligne de niveau; la pale élevée de 1 pouce.	PREMIÈRE EAU.		COURS ÉTABLI.	
	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.
	12+	100	12	100
	25 $\frac{1}{2}$	200	23+	200
	39	300	33	300

EXPÉRIENCE LVI.

803. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir, au-dessus du fond du canal, est de 1 pied; la pente du canal, $\frac{1}{10}$ de la ligne de niveau; la pale élevée de 2 pouces.	PREMIÈRE EAU.		COURS ÉTABLI.	
	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.
	11—	100	9	100
	22	200	18—	200
	32 $\frac{1}{2}$	300	27	300

EXPÉRIENCE LVII.

804. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir, au-dessus du fond du canal, est de 4 pouces ; la pente du canal, $\frac{1}{10}$ de la ligne de niveau ; la pale élevée de 1 pouce.	PREMIÈRE EAU.		COURS ÉTABLI.	
	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.
	15	100	13	100
	31	200	$26\frac{1}{2}$	200
	47	300	$39\frac{1}{2}$	300

EXPÉRIENCE LVIII.

805. La hauteur constante de l'eau dans le réservoir, au-dessus du fond du canal, est de 4 pouces ; la pente du canal, $\frac{1}{10}$ de la ligne de niveau ; la pale élevée de 2 pouces.	PREMIÈRE EAU.		COURS ÉTABLI.	
	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.	SECONDES.	NOMBRE de pieds PARCOURUS.
	$13\frac{1}{2}$	100	$11\frac{1}{2}$	100
	$26\frac{5}{4}$	200	23	200
	$39\frac{1}{2}$	300	$33\frac{1}{2}$	300

RÉFLEXIONS.

806. Toutes ces expériences offrent un tableau assez étendu de pentes et de vîtesses correspondantes. On voit en général que toutes choses d'ailleurs égales, la vîtesse augmente à mesure que la pente augmente. Il faut toujours distinguer deux sortes de vîtesses, celle de la première eau qui parcourt le canal, et celle qui s'établit à demeure après que l'eau a coulé quelque temps. L'une est moindre que l'autre; mais si l'on compare ensemble les expériences où nous les avons déterminées toutes deux, on trouvera qu'elles sont entr'elles dans un rapport qui est à-peu-près constant pour un même canal. On sent que cela doit avoir lieu en général, du moins sensiblement; car les aspérités du canal étant les mêmes, l'eau qui sort par un même pertuis éprouve les mêmes obstacles, et doit établir son cours régulier et permanent, suivant la même loi à-peu près, quoique la hauteur du réservoir et la pente viennent à varier. Mais il peut arriver que les vîtesses primitives, dans deux canaux différens, ne soient pas entr'elles comme les vîtesses permanentes dans les mêmes canaux, parce que le frottement peut être fort différent dans les deux cas.

807. Lorsqu'un canal a peu de pente, ni la vîtesse primitive, ni la vîtesse permanente n'est uniforme; en ce cas, à mesure qu'on s'éloigne du réservoir, les parties égales du canal sont parcourues en plus de temps. Il paroît que dans notre canal l'une ou

l'autre vîtesse ne devient sensiblement uniforme, que quand la pente est environ la dixième partie de la longueur du canal. J'excepte néanmoins la première division, qui même alors est parcourue en un peu moins de temps que les autres.

Parmi les différentes applications qu'on peut faire de nos expériences à la pratique, je me contente d'examiner les questions suivantes.

808. Question I. *On demande en quel rapport les vîtesses de l'eau dans un canal varient, lorsque le pertuis demeurant le même, la pente vient à varier?*

Soient (*Fig.* 50) $ADCB$ le réservoir; $ECFG$ le canal incliné; EN la hauteur dûe à la vîtesse que l'eau devroit avoir dans le canal, en vertu de l'impulsion initiale, et au-delà du point de contraction. Soient menées les horizontales EO, NK qui rencontrent en O et K la verticale GK. La partie OG est ce que nous avons appelé la pente du canal; mais comme la vîtesse initiale de l'eau dans le canal n'est pas zéro, que cette vîtesse est dûe à la hauteur NE; le mouvement de l'eau est le même que si le canal étoit prolongé jusqu'en V où la vîtesse initiale seroit zéro, et que sur la partie VE l'eau n'éprouvât point de frottement, ni aucune autre résistance. La question proposée se réduit donc à trouver la loi suivant laquelle la vîtesse varie, lorsque la hauteur KG vient à varier.

Il seroit trop long de discuter en détail toutes nos expériences, relativement à cette question;

bornons-nous à quelques-unes prises au hasard: le lecteur appliquera facilement les mêmes remarques aux autres.

809. Je considère d'abord les expériences XLV, XLVI, XLVII; et je prends les vîtesses permanentes qu'on peut regarder comme uniformes sensiblement sur toute la longueur EG du canal. Le pertuis est dans les trois cas un rectangle qui a 5 pouces de base sur 1 pouce de hauteur.

Dans la première expérience, on a $EG = 105$ pieds; $OG = 10\frac{1}{2}$ pieds; et on trouve (744) $EN =$ 4,54 pieds $=$ 4 pieds 6 $\frac{1}{2}$ pouces environ. Donc KG $= 15{,}04$ pieds $=$ 15 pieds 6 lignes environ. Or la formule de l'article 746 donne 3,496 pieds, ou 3 pieds 5 pouces 11 lignes environ, pour la hauteur dûe à la vîtesse permanente avec laquelle l'espace EG est réellement parcouru. Cette hauteur est moindre que KG, comme on voit, dans la raison de 3496 à 15040, ou de 1 à 4,30, à peu de chose près.

Dans la seconde expérience, on a $EG = 105$ pieds; $OG = 10\frac{1}{2}$ pieds; $EN = 2{,}978$ pieds $=$ 2 pieds 11 pouces 9 lignes environ; $KG = 13{,}478$ pieds $=$ 13 pieds 5 pouces 9 lignes environ; et on trouve 2,871 pieds, ou 2 pieds 10 pouces 5 lignes environ, pour la hauteur dûe à la vîtesse permanente avec laquelle l'espace EG est réellement parcouru. Cette hauteur est moindre que KG, dans le rapport de 2871 à 13478, ou de 1 à 4,69 à-peu-près.

Dans la troisième expérience, on a $EG = 105$ pieds; $OG = 10\frac{1}{2}$ pieds; $EN = 1{,}416$ pieds $= 1$ pied 5 pouces environ; $KG = 11{,}916$ pieds $= 11$ pieds 11 pouces environ; et on trouve 2,036 pieds, ou 2 pieds 5 lignes environ, pour la hauteur dûe à la vîtesse avec laquelle l'espace EG est réellement parcouru. Cette hauteur est à KG, comme 2036 est à 11916, ou comme 1 est à 5,84.

810. Considérons encore les expériences LII, LIV, LVI; et prenons toujours les vîtesses permanentes. Le pertuis est dans les trois cas un rectangle qui a 5 pouces de base sur 2 pouces de hauteur.

Dans la première, on a $EG = 600$ pieds; $OG = 59{,}702$ pieds $= 59$ pieds 8 pouces 5 lignes environ; $EN = 1{,}53$ pieds $= 1$ pied 6 pouces 4 lignes à-peu-près; $KG = 61{,}232$ pieds $= 61$ pieds 2 pouces 9 lignes environ; et on trouve 3,071 pieds, ou 3 pieds 10 lignes environ, pour la hauteur dûe à la vîtesse avec laquelle l'espace EG est réellement parcouru. Cette hauteur est à KG, comme 3071 est à 61232, ou comme 1 est à 19,93, à peu-près.

Dans la seconde, on a $EG = 600$ pieds; $OG = 59{,}702$ pieds $= 59$ pieds 8 pouces 5 lignes environ; $EN = 0{,}749$ pieds $= 9$ pouces à-peu-près; $KG = 60{,}451$ pieds $= 60$ pieds 5 pouces 4 lignes à-peu-près; et on trouve 2,604 pieds, ou 2 pieds 7 pouces 3 lignes environ, pour la hauteur dûe à la vîtesse avec laquelle l'espace EG est réellement parcouru. Cette hauteur est à KG, comme

2604 est à 60451, ou comme 1 est à 23,21 à-peu-près.

Dans la troisième, l'espace qui a été parcouru par l'eau n'est que de 300 pieds; mais si pour comparer cette expérience aux deux précédentes on double l'espace parcouru, et qu'on double aussi le temps employé à le parcourir, on aura $EG = 600$ pieds; $OG = 59{,}702$ pieds $= 59$ pieds 8 pouces 5 lignes environ; $EN = 0{,}358$ pieds $= 4$ pouces 2 lignes environ; $KG = 60{,}06 = 60$ pieds 9 lignes environ; et on trouvera 2,058 pieds, ou 2 pieds 8 lignes environ, pour la hauteur dûe à la vîtesse avec laquelle l'espace EG est réellement parcouru. Cette hauteur est à KG, comme 2058 est à 60060, ou comme 1 est à 29,45 à-peu-près.

811. Il résulte de tous ces calculs que les hauteurs dûes aux vîtesses dans le canal ne sont point entr'elles comme les hauteurs correspondantes KG. On voit que plus la hauteur initiale EN est grande, moins la hauteur dûe à la vîtesse de l'eau diffère de KG; ce qui est une nouvelle preuve que, proportion gardée, le frottement est moins sensible sur une grande vîtesse que sur une petite, et ce qui confirme l'hypothèse que nous avons proposée (508) sur la nature de cette résistance. Il ne seroit donc pas exact dans la pratique, de calculer la vîtesse d'un courant d'après sa pente. Cette vîtesse doit être déterminée, par une expérience immédiate, dans chaque cas particulier.

812. Question II. *On demande si la vîtesse varie, lorsque la hauteur* K G *demeurant la même, la grandeur du pertuis augmente ou diminue ?*

Considérons, par exemple, les expériences LIII et LIV, dans lesquelles la hauteur *KG* est la même, et les aires des pertuis sont entr'elles dans le rapport de 1 à 2. Comme dans les mouvemens uniformes les vîtesses employées à parcourir des espaces égaux sont en raison inverse des temps, on voit que les vîtesses permanentes, dans nos deux expériences, sont entr'elles dans le rapport de 48 à 58. La vîtesse augmente donc sensiblement, lorsque le pertuis augmente. On trouve le même résultat par toutes nos expériences.

Quelques auteurs ont avancé qu'en augmentant le pertuis, ou la quantité d'eau qui passe dans le canal, la vîtesse doit augmenter proportionnellement; en sorte que, selon eux, les vîtesses doivent suivre la raison des dépenses. Cette assertion, purement gratuite, est très-éloignée de la vérité; car dans l'exemple que nous venons de rapporter, les dépenses sont entr'elles dans la raison de 1 à 2, tandis que les vîtesses sont entr'elles seulement dans la raison de 48 à 58, ou de 24 à 29.

813. Question III. *On propose de déterminer la vîtesse qu'aura l'eau dans un aqueduc de pente uniforme, en supposant que l'on connoisse cette pente, la largeur et la profondeur de l'eau, et que cette eau se meuve uniquement par la pente, sans avoir reçu d'impulsion initiale.*

J'observe d'abord que si l'aqueduc étoit horizontal, l'eau ne pourroit s'écouler que par une impulsion initiale qui se renouvelât; mais lorsqu'il a de la pente, comme on le suppose ici, l'eau s'écoule par cette seule pente. Dans nos expériences, le réservoir placé à l'origine du canal, contient de l'eau à une certaine hauteur constante; et par conséquent celle qui passe dans le canal y est lancée avec une vîtesse finie. Mais, en supposant, comme dans l'examen de la Question I, que EN soit la hauteur dûe à la vîtesse initiale de l'eau; si l'on prolonge le plan incliné GE jusqu'à ce qu'il rencontre l'horizontale NV, le mouvement de l'eau dans le canal devroit être le même (suivant la théorie), que si l'eau parcouroit le plan incliné VG, la vîtesse à l'origine V étant zéro. Ainsi, prenant un autre plan incliné GE où la vîtesse à l'origine E soit zéro (ce qui est le cas de l'acqueduc proposé), les hauteurs dûes aux deux vîtesses théoriques en G, seront les verticales KG, OG, comprises entre le point G et les horizontales VK, EO. Nommons x et y les hauteurs dûes aux vîtesses qui ont réellement lieu en G; on aura; $x < KG$, $y < OG$, de plus on aura (811), $\frac{x}{KG} < \frac{y}{OG}$. Mais pour faire approcher ces deux rapports de l'égalité, autant qu'il est possible, par le moyen de nos expériences, il faudra choisir, parmi les pentes du canal, celle qui approche le plus de la pente de l'aqueduc, et qui de plus répond à la moindre hau-

teur de réservoir. Par ce moyen, la vîtesse dans le canal et la vîtesse dans l'aqueduc approcheront de l'égalité, en supposant que les sections du fluide soient les mêmes dans les deux cas. Cependant la première vîtesse sera un peu plus grande que la seconde; mais si le volume d'eau dans l'aqueduc est plus grand que celui du canal, la vîtesse (748) augmentera dans l'aqueduc par cette cause; ce qui produira une compensation. D'où il résulte que l'on parviendra à connoître, du moins à-peu-près, la vîtesse effective de l'eau dans l'aqueduc. Cette détermination est suffisante pour s'assurer, avant que d'entreprendre l'aqueduc, si l'eau y aura le cours qu'il convient de lui donner, soit pour éviter les inondations dans les temps de crûe, soit pour empêcher, autant qu'il est possible, que l'eau gêle.

Par la vîtesse dans le canal, j'entends toujours la vîtesse permanente avec laquelle la dernière division du canal est parcourue dans nos expériences. Si l'expérience que l'on emploiera ne donnoit que la vîtesse première, il faudroit multiplier cette vîtesse par la fraction $\frac{22}{19}$, pour avoir la vîtesse permanente.

814. Je ferai ici, au sujet des aqueducs, une observation sur la manière dont quelques praticiens veulent qu'on les établisse. Selon eux, il faut qu'un aqueduc soit composé de parties horizontales qui aillent en s'abaissant par gradins ou ressauts d'une division à l'autre, parce que les ouvriers ont plus de facilité à travailler suivant une ligne de niveau,

que suivant une ligne inclinée; mais cet usage est vicieux. Pour procurer à l'eau la facilité de s'écouler, et pour qu'elle soit moins exposée à se geler dans les temps froids, il convient de diriger le canal en pente dans toute son étendue, en y ménageant de distance en distance des repos ou des réservoirs de décharge qui reçoivent les ordures que l'eau peut charier avec elle, et qui servent à mettre l'aqueduc à sec, s'il arrive qu'on ait besoin d'y faire quelques réparations. Il convient aussi de faire l'aqueduc plutôt profond que large, pour que l'eau soit aidée par son propre poids à vaincre le frottement.

815. Je dirai aussi un mot sur la pression que l'eau mue dans un canal exerce contre ses parois. Il est d'abord évident que les parois du canal empêchant l'eau de s'étendre horizontalement en tout sens, sont pressées par le poids de cette eau, et qu'à cet égard chaque point est pressé perpendiculairement avec une force proportionnelle à la hauteur du fluide qui lui répond. De plus, si la vîtesse initiale imprimée à l'eau, soit par la pression de l'eau d'un réservoir, soit par une chute, vient à diminuer en vertu du frottement ou de tout autre obstacle, il résultera de cette perte de vîtesse une nouvelle pression contre les parois du canal. Il est toujours facile d'évaluer cette pression; car elle est égale à l'excès de la pression qui produiroit la vîtesse que l'eau devroit avoir naturellement, sur la pression due à la vîtesse effective de l'eau. De-là suit

la manière de proportionner convenablement les ouvertures latérales faites à un canal ou à un aqueduc, lorsqu'on veut dériver une partie de son eau.

816. Question IV. *En quel endroit convient-il de placer une roue hydraulique, qui doit être mue par le choc de l'eau d'un réservoir?*

L'eau doit être tirée du réservoir par le moyen d'un canal ou d'un coursier dont l'entrée est garnie d'une vanne qui se hausse ou se baisse à volonté. Comme la vitesse de la roue et la quantité d'eau qui doit être employée à la faire tourner dépendent de l'effet de la machine, et que de plus, la vîtesse de la roue doit avoir un rapport connu avec celle de l'eau, pour le *maximum* d'effet : on voit que la hauteur de l'eau dans le réservoir au-dessus du pertuis est déterminée, et que cette hauteur doit être constante, afin que l'effet demeure toujours le même. Si vous pouvez placer la roue tout près du réservoir, vous profiterez de toute sa chute, et vous éviterez la perte sensible de vitesse qu'un long coursier occasionne nécessairement. Mais, si les circonstances locales ou d'autres raisons vous forcent de porter la machine à une certaine distance du réservoir, ayez soin d'incliner le canal d'environ la dixième partie de sa longueur, afin que la pente rende à l'eau la vitesse détruite par le frottement, et que la roue reçoive la même impulsion que si elle étoit placée dans le voisinage du réservoir.

CHAPITRE XIII.

Du mouvement de l'eau dans un canal de figure quelconque.

817. NOUS venons de considérer le mouvement de l'eau dans les canaux ou aqueducs réguliers : maintenant il faut examiner la question plus généralement, et chercher comment l'eau se comporte dans les torrens, les rivières, et autres canaux quelconques, rectilignes ou tortueux.

818. On a disputé long-temps sur l'origine des fleuves, et en général sur celle des sources et des fontaines : sans rapporter les systèmes qui ont été hasardés à ce sujet, je me contenterai de dire, en passant, que tout le monde reconnoit aujourd'hui que les eaux des rivières et des sources sont fournies par les eaux pluviales qui s'amassent dans les cavités des montagnes et des côteaux ; d'où elles descendent par leurs poids, et se rendent dans des lacs ou à la mer, en suivant des canaux creusés par l'art ou par la nature. Plusieurs géomètres physiciens, entr'autres Mariotte et Halley, on fait voir, par l'observation combinée avec le calcul, que la quantité d'eau qui tombe en pluie sur la surface de la terre est plus que suffisante pour alimenter les rivières et les sources, indépendamment de ce

qui s'en consomme pour la nutrition des animaux, la végétation des plantes, etc.

819. Soit (*Fig.* 51) EF un canal ou une longue pièce d'eau, fermé par ses deux bouts EC, GF. En cet état, l'eau se met et demeure de niveau dans toute la longueur du canal; mais si l'on ouvre, par exemple, la cloison GF, en sorte que l'eau ait la liberté de s'étendre et de couler dans l'espace FK, il y aura du mouvement dans le canal, et l'eau prendra une position inclinée EL. Ainsi, quand même le lit d'une rivière seroit horizontal, l'eau ne laissera pas de couler vers la mer, pourvu que le niveau de la mer soit plus bas que les eaux de la rivière. Il est visible que ce genre d'écoulement revient à celui d'un vase qui verse son eau dans un réservoir placé au-dessous.

820. Supposons que $ADCB$ (*Fig.* 52) soit un vaste réservoir d'où l'eau sort par le pertuis EC, et passe dans le canal incliné ER. Le niveau AB demeurant à même hauteur, et la hauteur EC du pertuis étant sensiblement moindre que celle du réservoir, l'eau sortira par EC avec des vitesses dûes aux hauteurs correspondantes, dont l'une QB sera la hauteur moyenne. Et comme la pesanteur exerce toujours son action, la vitesse en P sera dûe à la hauteur PH; la vitesse en R sera dûe à la hauteur RI; ainsi de suite. Or, durant le même temps, il passe la même quantité d'eau par la section perpendiculaire Pm que par la section perpendicu-

laire Ru; donc, puisque la vitesse moyenne en Pm est moindre que la vitesse moyenne en Ru, il s'ensuit que Ru sera moindre que Pm, ou que la profondeur du courant diminue, à mesure que l'eau s'éloigne de la source.

821. Cette hypothèse est applicable à quelques cas particuliers du cours des rivières, comme aux cataractes et aux courans où chaque molécule d'eau, après être sortie d'un réservoir réel ou fictif, peut ensuite se mouvoir librement, sans que la réaction des autres molécules trouble, au moins sensiblement, sa vitesse. Mais dans l'état le plus habituel des rivières, la question change de nature. Sur un long trajet, il y a dans le lit de la rivière des endroits vastes et profonds, où l'eau est, pour ainsi dire, comme stagnante; il y en a d'autres plus ou moins resserrés, où elle coule avec une vitesse plus ou moins grande. On peut donc feindre que la rivière, dans toute son étendue, est composée de réservoirs et de courans, sans cesser néanmoins de former toujours un même corps d'eau dont les molécules obéissent aux forces actives et passives qui les maîtrisent.

822. En faisant d'abord abstraction du frottement, la vitesse d'une molécule quelconque est simplement dûe à la pente du courant, et la pression de l'eau supérieure n'y a aucune part. En effet, soient (*Fig.* 53) ABC le fond du lit d'une rivière; EFG la surface de l'eau; m une molécule quelconque

conque qui sort du réservoir fictif *EABF*. Imaginons qu'on imprime à tout le système des molécules d'eau un mouvement égal et contraire à celui qu'il a : alors la molécule *m* est également pressée en sens contraires par les eaux stagnantes *EABF*, *GCBF*. Maintenant, rétablissons le mouvement du système : les deux pressions dont il s'agit subsistent toujours et se font équilibre ; ainsi la molécule *m* ne peut se mouvoir qu'en vertu de la vitesse produite par la pente du courant.

823. Le frottement de l'eau contre le fond et les bords du lit altère les vitesses que les molécules devroient avoir naturellement. Suivant ce que nous venons de dire, toutes ces vitesses, pour une même pente, devroient être égales ; mais dans la réalité la chose n'est point ainsi. Les molécules de la surface ont ordinairement plus de vitesse que celles du fond, parce que ces dernières éprouvent plus immédiatement la résistance du frottement ; mais quand l'eau passe dans un endroit profond et resserré, comme sous l'arche d'un pont, la vitesse vers le fond est plus grande que vers la surface.

Le Chevalier Dubuat, lieutenant-colonel au corps du Génie, et correspondant de l'Académie des sciences, a fait sur cette matière et sur les autres parties importantes de l'Hydraulique, une suite d'expériences très-belles et très-exactes. Voyez son ouvrage : *Principes d'Hydraulique, etc.* Paris, 1786.

824. Les sinuosités horizontales du lit d'une

rivière sont une nouvelle cause qui trouble la vitesse naturelle du courant. Il est clair en effet que lorsqu'un courant va frapper un coude, il doit nécessairement se détourner, au moins en partie, et conséquemment perdre une partie de sa vitesse : or rien n'est plus commun que les coudes dans les lits des rivières. L'eau a rarement la liberté de suivre pour long-temps la direction rectiligne ; elle est obligée de suivre les vallons des montagnes, ou de s'ouvrir un passage par les endroits des terres où elle trouve le moins de résistance ; ce qui offre une multitude de variétés.

825. De cette résistance plus ou moins grande des terres que l'eau attaque, résulte, pour les propriétaires riverains, la nécessité de réprimer ou de contenir le courant par des bouts de digue, qu'on appelle ordinairement des *épis*. Il ne s'agit pas ici d'expliquer en détail les propriétés et la construction des épis : la matière a été suffisamment traitée dans l'ouvrage intitulé : *Recherches sur la construction la plus avantageuse des digues*, que Viallet et moi avons composé en commun, et qui remporta, en 1762, le prix de l'Académie de Toulouse ; mais je dois donner ici au moins une idée générale de l'effet des épis.

826. Soit donc (*Fig.* 54) un fleuve quelconque $AXDC$, rectiligne ou tortueux, qui rencontre l'épi BE, posé obliquement sur la rive AX. Si les différens filets d'eau qui frappent BE étoient des corps

isolés et parfaitement élastiques, ou si l'épi lui-même étoit un corps parfaitement élastique, les molécules d'eau se réfléchiroient en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence; mais cette supposition n'est pas ici admissible en rigueur. Cependant, comme il ne s'agit que de faire connoître en gros le mouvement réfléchi de l'eau, nous supposerons qu'en effet l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence. Soit donc GH un filet qui, après avoir frappé le point H, se réfléchit suivant HL, faisant l'angle EHL égal à l'angle GHB. Que HL rencontre en F le filet voisin SF: le point F sera poussé suivant les deux directions FM, FL; de sorte que si l'on représente par FM et par FL les vîtesses suivant les mêmes directions, et qu'on achève le parallélogramme $FMNL$, la vîtesse du point F sera exprimée par la diagonale FN. Cette diagonale rencontrant en P l'épi BE, le filet se réfléchira suivant PO, faisant avec PE l'angle OPE égal à l'angle FPB. Que PO rencontre en I le filet ZI; en représentant par IQ et par IO respectivement les vîtesses suivant les mêmes directions ZIQ, IO, et achevant le parallélogramme $IQRO$, la vîtesse du point I sera représentée par la diagonale IR. Comme IR rencontre l'épi en V, le point I se réfléchira suivant VT, faisant l'angle EVT égal à l'angle IVB; et on pourra combiner, comme on vient de le faire, la nouvelle vîtesse avec la vîtesse d'un nouveau filet: ainsi de suite. Par-là on parviendra à connoître la direction que

l'épi BE fait prendre au cours de l'eau. Il est clair que l'épi proposé tend à pousser le courant vers la rive opposée CD, suivant une direction plus ou moins oblique, et que son effet dépend de sa position combinée avec la vitesse primitive de l'eau. De-là doivent résulter des changemens proportionnés dans le lit du fleuve. *Voyez l'ouvrage cité.*

827. Si on connoissoit la loi suivant laquelle le frottement retarde les molécules d'un courant depuis le fond jusqu'à la surface, et que la vitesse en un endroit donné, par exemple, à la surface, fût donnée; on trouveroit facilement la vitesse d'une molécule quelconque. Car soit (*Fig.* 55) $EACG$ une portion du fleuve, laquelle se meut suivant une pente donnée, et dont par conséquent chaque molécule auroit une vitesse dûe à une hauteur donnée h, abstraction faite du frottement; soit BF une section perpendiculaire au courant; supposons que pour les hauteurs $BF(a)$, et $Bm(x)$, les frottemens en F et en m soient proportionnels aux fonctions de même nature, A et X, de a et de x; supposons de plus que la valeur absolue du frottement en F soit équivalente à une pression sous la hauteur z; enfin nommons y la hauteur dûe à la vitesse effective de la molécule m. Cela posé, il est clair que la valeur absolue du frottement en m est $\frac{zX}{A}$; et que par conséquent la force qui pousse toutes les molécules correspondantes à l'élément mn de la sec-

tion BF, est $mn \times \left(h - \frac{zX}{A} \right)$. D'un autre côté, la petite quantité de mouvement que cette force produit est $mn \times \sqrt{y} . \sqrt{y}$, puisque la petite masse d'eau qui passe à chaque instant par mn est en raison composée de l'orifice mn et de la vitesse ; ce qui donne $mn \times \sqrt{y}$ pour cette masse, et $mn \times \sqrt{y} \times \sqrt{y}$ pour sa quantité de mouvement. On aura donc l'équation, $h - \frac{zX}{A} = y$: d'où l'on voit que connoissant z, et la loi de la fonction X, on connoitra y. Or, pour déterminer z, on n'aura qu'à mesurer la vitesse de l'eau à la surface par le moyen d'un corps flottant : soit k la hauteur dûe à cette vitesse; nous aurons $y = k$, en faisant $x = a$, $X = A$; ce qui donne l'équation, $h - z = k$, ou $z = h - k$. Ainsi on aura en général, $y = h - \frac{X(h-k)}{A}$.

Je ne m'arrête pas ici à examiner la nature des fonctions X qui peuvent satisfaire aux phénomènes, cette recherche étant plutôt un objet de curiosité que d'utilité pratique.

828. Quelles que soient les causes qui tendent à retarder le mouvement de l'eau, lorsque la rivière a pris un cours régulier et permanent, la vitesse de l'eau est uniforme, au moins sensiblement, sur des étendues considérables, pourvu néanmoins qu'il ne s'y trouve pas de ressauts et que le lit conserve, du moins à-peu-près, la même forme et les mêmes

dimensions. Dans cette hypothèse, l'accélération que la pesanteur tend à produire à chaque instant, est détruite par la résistance simultanée des obstacles; et le mouvement déjà acquis se conserve par l'inertie de l'eau. C'est ainsi que dans la mécanique ordinaire, la puissance et la résistance se mettent en équilibre en très-peu de temps, et que la machine prend un mouvement uniforme qu'elle conserve en vertu de l'inertie des masses qui se meuvent. Mais quand on passe d'un endroit de la rivière à un autre, où la pente et les dimensions du lit sont différentes, les vitesses (quoiqu'elles puissent être uniformes dans les deux endroits), sont différentes l'une de l'autre.

829. Les moyens pratiques de mesurer les vitesses des rivières sont en petit nombre; voici à-peu-près à quoi ils se réduisent.

D'abord, une idée bien naturelle et bien simple est de jeter sur l'eau un morceau de bois ou de liége, ou quelqu'autre petit corps flottant; d'attendre que ce corps ait pris toute la vitesse du fluide (ce qui arrive en très-peu de temps); et de mesurer ensuite, par le secours de repaires posés sur le rivage, l'espace qu'il parcourt en un temps donné. Cet espace fait connoître, comme on voit, la vitesse du fluide à la surface, mais ne donne rien pour l'intérieur.

830. Mariotte ayant observé sur une petite rivière qui couloit uniformément, et qui avoit environ 3

pieds de profondeur, qu'en certains endroits la vitesse vers le fond étoit retardée par la rencontre des pierres, des herbes et des autres inégalités, tandis qu'ailleurs où le courant étoit plus resserré, l'eau paroissoit aller plus vite vers le fond qu'à la surface, employa le moyen suivant pour déterminer les vitesses. Il prit deux boules de cire attachées à un fil de 1 pied de longueur: l'une étoit chargée de petites pierres dans le milieu, pour rendre sa pesanteur spécifique un peu plus grande que celle de l'eau; en sorte que quand les deux boules étoient dans l'eau, la plus pesante tendoit le fil, et faisoit enfoncer la plus légère plus qu'elle n'auroit fait toute seule, d'où la partie supérieure de celle-ci étoit presque à fleur d'eau, afin que le vent n'eût point de prise sur elle. Alors il observa que la boule d'en bas demeuroit en arrière, principalement aux endroits où il y avoit au fond de l'eau des herbes près desquelles la boule inférieure passoit; mais lorsqu'on mettoit ces mêmes boules en un endroit où l'eau rencontrant quelqu'obstacle, s'élevoit un peu et ensuite prenoit un cours plus rapide, comme on le remarque sous les ponts; la boule inférieure devançoit la supérieure, ce qui fait voir qu'alors l'eau du milieu alloit plus vite que celle de la surface.

831. La vitesse à la surface de l'eau peut aussi être déterminée par le moyen d'un moulinet ou d'une petite roue très-légère, parfaitement mobile sur son axe, qui doit être fort mince, fort polie,

et qu'on pourra faire tourner sur des rouleaux pour anéantir presque totalement l'effet du frottement. Il faut que cette roue ait 18 à 20 pouces de diamètre extérieur, et 15 ou 18 ailes très-minces de fer-blanc. En faisant enfoncer d'une très-petite quantité les ailes dans l'eau, la roue fera connoître, par le nombre de ses révolutions en un temps donné, l'espace parcouru par l'eau, puisque connoissant le diamètre de la roue et la quantité de l'enfoncement dans l'eau, on connoîtra la longueur de la circonférence décrite par le point où le choc est censé se faire. J'ai employé cette méthode avec succès en plusieurs occasions où le local ne me permettoit pas d'employer celle des corps flottans.

832. Guglielmini, dans son Traité des *eaux courantes*, voulant mesurer la quantité d'eau d'un courant, propose d'enfermer ce courant entre deux murs verticaux et parallèles, de bien aplanir le fond, et de fermer, au moyen d'une vanne verticalement mobile, une partie du passage à l'eau, et de la forcer ainsi à s'écouler par le pertuis rectangulaire compris entre le fond, les deux parois et le bas de la vanne. Ce pertuis est ce qu'il appelle le *régulateur*. La surface de l'eau au-devant de la vanne doit être sensiblement stagnante. Alors on peut déterminer la quantité d'eau qui passe en un temps donné par l'ouverture de la vanne, en faisant usage de la méthode exposée dans l'article 238. Quant à la vitesse moyenne au sortir de la vanne, on la trouve en divisant la quantité d'eau

par la superficie du pertuis, corrigée de l'effet de la contraction.

Il est évident que cette manière de déterminer la quantité des courans, n'est praticable que pour de très-petites rivières.

833. Plusieurs auteurs prescrivent l'usage du *quart-de-cercle hydraulique*, pour la mesure des vitesses. Cet instrument ACB (*Fig.* 56) est garni à son centre de deux fils, l'un assez court CP qui porte en l'air un poids P; l'autre plus long CH ou CM qui soutient un poids dont la pesanteur spécifique est plus grande que celle de l'eau et qui s'y enfonce plus ou moins, selon qu'on lâche plus ou moins le fil. Par la déviation de ce second fil d'avec la verticale, on mesure d'abord la force, et on en conclut ensuite la vitesse du courant, comme il suit.

Ayant nommé F le poids constant destiné à être enfoncé dans l'eau, et ayant représenté ce poids par les verticales égales HK, MO; qu'on fasse les parallélogrammes $HIKL$, $MNOQ$, dont les côtés HI, MN aient même direction que le courant, et les côtés HL, MQ même direction que le fil. Il est clair que des deux forces dans lesquelles la force HK ou MO se décompose, il ne faut considérer que la force HI ou MN, l'autre HL ou MQ étant anéantie par la résistance du point C. De plus, on voit qu'on aura, Force $HI = F \times \frac{\sin. XCR}{\sin. XRC}$, Force $MN = F \times \frac{\sin. XCS}{\sin. XSC}$.

D'où il suit, qu'en général la force égale et contraire du courant est le produit du poids F par le rapport du sinus de l'angle que fait le fil avec la verticale, au sinus de l'angle que fait le fil avec le courant. Le premier angle est donné immédiatement par le quart de cercle. A l'égard du second XRC ou XSC, il est toujours facile à déterminer; car si l'on tire l'horizontale Xxs, on connoîtra l'angle RXx ou SXs, puisque la direction du courant est donnée. Or l'angle $XRC = XxC - RXx$, et l'angle $XSC = XsC - SXs$. Lorsque la direction du courant est horisontale, l'angle RXx ou SXs est nul; et en menant les tangentes AF, AG, des angles ACF, ACG, on a $\frac{\text{sin. } XCR}{\text{sin. } XRC} = \frac{AF}{CA}$, $\frac{\text{sin. } XCS}{\text{sin. } XSC} = \frac{AG}{CA}$; d'où il suit qu'alors la force du courant est comme la tangente de l'angle formé par le fil et par la verticale.

Maintenant, si l'on suppose d'après la théorie ordinaire de la percussion des fluides que nous avons exposée, que l'impulsion d'un fluide contre un même corps est proportionnelle au quarré de la vitesse de ce fluide, et qu'on nomme u la vîtesse en H, V la vîtesse en M; on aura en général, $uu : VV :: \frac{F \times \text{sin. } XCR}{\text{sin. } XRC} : \frac{F \times \text{sin. } XCS}{\text{sin. } XSC} :: \frac{\text{sin. } XCR}{\text{sin. } XRC} : \frac{\text{sin. } XCS}{\text{sin. } XSC}$. Donc, $u : V :: \sqrt{\left[\frac{\text{sin. } XCR}{\text{sin. } XRC}\right]} : \sqrt{\left[\frac{\text{sin. } XCS}{\text{sin. } XSC}\right]}$.

On voit que connoissant u, on connoîtra V. On pourra prendre et mesurer, par le moyen d'un corps flottant, la vitesse u à la surface. Cela posé, ayant donné d'abord au fil CH une longueur telle que le corps H ne s'enfonce précisément que de son diamètre; ensuite permettant à ce corps de s'enfoncer à une profondeur quelconque, on déterminera les angles XCR, XRC, XCS, XSC; et on trouvera V par la proportion précédente.

Sans examiner la théorie de cet instrument, nous observerons qu'il demande à être employé avec précaution, si l'on veut qu'il donne des résultats qui aient quelque justesse. Le fil qui soutient le corps submergé ne conserve pas toujours la même position; il est sujet à des mouvemens d'oscillation qui l'éloignent ou l'approchent de la verticale, et qui mettent souvent beaucoup d'incertitude dans la mesure de l'angle qu'il fait avec la même ligne. Cela arrive sur-tout, lorsque la pesanteur spécifique du corps submergé surpasse peu celle du fluide. Mais d'un autre côté il ne faut pas trop augmenter la pesanteur spécifique de ce corps par rapport à celle de l'eau; autrement les petites variations qui arrivent dans les vitesses, ne deviendroient pas sensibles sur l'instrument.

834. Pitot a donné (*Mémoires de l'Académie*, 1732) la description et l'usage d'un instrument très-simple pour le même objet. Cet instrument (*Fig.* 57) est un mince prisme de bois $SRVXZT$, portant à l'une de ses faces $VXZT$ deux tubes de

verre BOA, DF; le premier est recourbé à angle droit en O, et la branche horizontale OA traverse le prisme directement par l'arrête SR; le second tube DF est simplement rectiligne. Cela posé, on plonge verticalement le prisme dans un courant dont KC représente la surface, de manière que l'arête SR divise le fluide : alors l'eau entrant directement par la bouche A du tube recourbé monte et s'élève jusqu'en M au-dessus du niveau KC de la rivière; et la hauteur CM est celle qui est dûe à la vitesse du courant en A. Les hauteurs CM se mesurent par le moyen d'une règle de cuivre graduée et fixée à la machine. Le tube rectiligne DF n'a d'autre fonction que de marquer le niveau KC de la rivière; l'eau ne pouvant en effet s'y élever plus haut.

L'inconvénient principal de cette machine, est la difficulté de la fixer assez solidement pour que l'eau ne soit pas sujette à des mouvemens d'oscillation, qui peuvent occasionner des erreurs sensibles dans l'estime de ses élévations. Cet inconvénient se fait d'autant plus sentir, que le courant a plus de vitesse et qu'on enfonce le prisme plus profondément.

Dubuat a beaucoup perfectionné cet instrument, et il s'en est servi avec succès. Il supprime le tuyau rectiligne DF qui est en effet inutile; il substitue au tube de verre recourbé un simple tube de fer-blanc, assez gros pour y introduire un flotteur qui indique l'élévation de l'eau avec plus de précision,

qu'on ne peut l'observer à travers le verre; il termine la partie inférieure recourbée par une surface plane, percée d'un petit orifice au centre, ce qui diminue beaucoup les oscillations de la colonne élevée. Voyez son ouvrage, que j'ai déjà cité. Je reviens à mes observations générales sur le cours des rivières.

835. La surface d'une rivière n'est pas toujours de niveau d'un bord à l'autre, et le courant est quelquefois plus ou moins élevé vers le milieu que vers les bords. En effet :

1°. Lorsqu'une rivière a un cours parfaitement libre et qu'elle vient à augmenter considérablement, soit par la fonte des neiges, soit par l'affluence d'une autre rivière, ou de quelque torrent, les eaux, vers le milieu, comme étant moins retardées par le frottement que les eaux des bords, doivent aller plus vite que celles-ci, et par conséquent perdre une moindre partie de la vitesse que la pente tend à imprimer à tout le système. Or, les eaux du milieu et les eaux des bords se pressent, ou se contrebalancent mutuellement par leurs poids et par les forces qui résultent des vitesses perdues. Donc, là où est la moindre perte de vitesse, doit répondre la plus grande hauteur de niveau, afin que la vitesse perdue, ou la différence entre la vitesse imprimée et la vitesse conservée, ait la grandeur requise pour l'équilibre des pressions. Ainsi la rivière doit alors former à la surface une courbe convexe d'un bord à l'autre, ou dans la section latitudinale.

2°. Il peut arriver au contraire qu'une rivière soit plus élevée vers les bords que vers le milieu, lorsqu'elle rencontre quelqu'obstacle dans son cours. Par exemple, si une rivière se jette dans une mer sujette au flux et reflux, il est clair que dans le temps du flux, l'eau des bords de la rivière ayant moins de vitesse que celle du milieu, est refoulée plus facilement que cette dernière par l'eau de la mer; et que par conséquent il remonte une plus grande quantité d'eau de la mer le long des bords de la rivière que vers son milieu. Or en vertu de cette augmentation d'eau vers les bords, la rivière peut être plus élevée en ces endroits que vers le milieu. Souvent il se forme dans la rivière deux courans très-distincts qui vont en sens contraires; l'un placé vers le milieu qui se dirige vers la mer, l'autre situé vers les bords qui remonte le long de la rivière.

836. Il y a dans toutes les rivières de fréquens remous d'eau, c'est-à-dire, des mouvemens qui se font en sens contraires. Ces remous sont occasionnés par les obstacles que l'eau rencontre. Nous avons déjà remarqué (749) que l'eau vers le fond pouvoit avoir un mouvement contraire à celui qu'elle a vers la surface. Les remous ne sont pas toujours bien sensibles; mais ils produisent du moins ce que les gens de rivière appellent des *mortes*, c'est-à-dire, des eaux qui ne coulent pas comme le reste de la rivière, qui sont sujettes à des tournoiemens, et d'où les bateaux ont bien de la peine à sortir, quand ils y sont engagés.

837. La pente d'une rivière est fort sujette à changer dans toute l'étendue de son cours. Chaque endroit a sa pente particulière et locale; la pente *moyenne*, comme le mot l'emporte, tient le milieu entre toutes les pentes locales, sur la longueur entière du lit. Par exemple, la Seine, un peu au-dessus du pont de Neuilly, n'a que 8 à 9 pouces de pente pour 1000 toises; du dessus au-dessous de Paris, sa pente est beaucoup plus grande. Suivant les nivellemens de Picard, la pente moyenne de la Seine, est de 12 pouces pour 1000 toises. La Loire, le Rhône et le Rhin ont des pentes plus considérables.

838. Une rivière s'écoule avec d'autant plus de liberté (toutes choses d'ailleurs égales), que le volume de ses eaux est plus considérable. Selon Mariotte (*Traité du mouvement des eaux*), la Seine étant dans sa grosseur moyenne, sa vitesse moyenne entre le Pont-royal et le Pont-neuf, est de 100 pieds en 1 minute : la surface d'une section perpendiculaire au courant, en cet endroit, est de 2000 pieds quarrés; et par conséquent il passe environ 200 mille pieds cubes d'eau, en 1 minute, par cette section. La pente de la Loire est, au moins, trois fois aussi grande que celle de la Seine, et néanmoins la vitesse de la Loire n'est guère plus de la moitié de celle de la Seine. Cela vient de ce que la Seine est beaucoup plus volumineuse que la Loire, et que d'ailleurs la Loire ayant peu de profondeur, ses eaux s'étendent en largeur, et

par-là sont plus exposées à la résistance du frottement. Mais lorsque la Loire et la Seine viennent à grossir, la vitesse augmente plus à proportion dans la Loire que dans la Seine.

839. On pourra se faire une idée générale et approchée du rapport des vitesses de deux rivières, eu égard à leurs volumes, en comparant l'expérience de Mariotte, que j'ai rapportée, avec une expérience que la Rochefoucauld, Condorcet, Lavoisier et moi, fîmes le 5 mai 1786, sur la rivière de *Beuvrone*, près du pont de Claye, route de Paris à Meaux.

La Beuvronne, dans sa moyenne grosseur, coulant, un peu au-dessous du pont de Claye, dans un canal rectiligne et à-peu-près rectangulaire qui a 10 pieds de largeur réduite, sur deux pieds de profondeur réduite, l'eau parcouroit 216 pieds en 6 minutes, ou 36 pieds en 1 minute; et par conséquent il passoit 720 pieds cubes d'eau, en 1 minute, par chaque section perpendiculaire au courant. De plus, la pente du canal est d'environ 1 ligne pour 6 toises, ou de 13 à 14 pouces pour 1000 toises. Cette pente ne peut pas différer sensiblement de celle de la Seine au-dessus du Pont-royal: je regarde donc les deux pentes en question comme égales; voyons quels sont les rapports des vitesses et des quantités d'eau. Or, la vitesse de la Beuvronne est à celle de la Seine, comme 36 est à 100, ou comme 9 est à 25; et la quantité d'eau qui passe par une section de la Beuvronne est à celle qui

passe,

passe, dans le même temps, par une section de la Seine, comme 720 est à 200000, ou comme 1 est à 278, à-peu-près. D'où l'on voit qu'à égales inclinaisons des lits, les plus grandes quantités d'eau ont les plus grandes vitesses, mais que les vitesses n'augmentent pas en même raison que les quantités d'eau.

840. Lorsque deux fleuves s'unissent et n'en forment plus qu'un seul, la largeur du lit de ce fleuve *composé* est toujours moindre que la somme des largeurs des deux fleuves *simples* avant l'union; car, puisqu'il passe la même quantité d'eau dans le fleuve composé que dans les deux fleuves simples, pris ensemble, la vitesse du fleuve composé est nécessairement plus grande que chacune des vitesses des fleuves simples; d'où il suit que la vitesse étant supposée la même pour tous les points d'un même fleuve, les dimensions de la section latitudinale du fleuve composé seront moindres que la somme des dimensions des sections latitudinales des fleuves simples. Mais il faut considérer de plus que l'eau ayant plus de masse ou plus de poids dans le fleuve composé que dans les fleuves simples, et que la plus grande vitesse d'un courant étant toujours vers le milieu ou fil de l'eau, il s'ensuit nécessairement que le fleuve composé tend plus à s'approfondir qu'à s'élargir, la résistance du terrein étant supposée par-tout la même.

Je n'ai pas besoin d'ajouter que l'eau du fleuve composé est censée couler dans un fond entre des

berges qui la contiennent; car si elle avoit la liberté de s'étendre dans les campagnes, les raisonnemens qu'on vient de faire n'auroient pas d'application à ce cas.

841. Deux rivières qui s'unissent, peuvent avoir et ont ordinairement des quantités d'eau, des pentes, des vitesses très-différentes. Pareillement, lorsqu'une rivière se partage en plusieurs branches, il est clair que ces branches pouvant être regardées comme des rivières particulières, elles auront, selon les circonstances, des quantités d'eau, des pentes, des vitesses différentes. Il n'est donc pas surprenant que quand une rivière se fourche à la pointe d'une île, ses bras, en s'éloignant, ne conservent pas toujours le même niveau. Chaque niveau particulier peut baisser ou hausser par rapport aux autres, selon que l'eau, par sa quantité et par la pente, trouve plus ou moins de facilité à s'écouler.

842. En 1760, il parut un petit Traité sur le cours des fleuves, dans lequel l'auteur prétend qu'un *grand fleuve peut absorber toutes les eaux d'un autre fleuve aussi considérable que lui, sans que cette accrue fasse hausser en rien les eaux du premier fleuve, dont la largeur du lit reste la même qu'auparavant. La chose a lieu*, poursuit-il, *parce que l'accrue ayant doublé la quantité d'eau du fleuve, elle lui a doublé aussi la vitesse de son écoulement. Ainsi elle n'a pu s'y élever, et l'élargissement de son lit étoit inutile.* On voit par-

là que selon cet auteur, en augmentant la quantité d'eau on augmente la vitesse en même raison, du moins sensiblement, et que la rivière ne doit pas hausser. De-là il conclut qu'il est indifférent, quant à la hauteur des eaux, d'en augmenter ou d'en diminuer le volume; et il combat vivement l'usage ordinaire où l'on est de *saigner* une rivière sujette à se déborder, ou de dériver une partie de ses eaux par des canaux, dans la vûe de la faire baisser, et de prévenir les inondations qu'elle peut occasionner dans les campagnes voisines.

843. Ce système qui a séduit quelques personnes, a besoin d'être éclairci, et d'être réduit à des bornes assez étroites. L'hypothèse sur laquelle il est appuyé, que *les vîtesses croissent comme les quantités d'eau*, n'est point du tout exacte (800 et 801). Il est bien vrai qu'en augmentant la quantité d'eau on augmente la vitesse, mais non pas en même raison à beaucoup près. Dans les fleuves qui ont peu de pente, et dont le niveau est le même, du moins à-peu-près, que celui de la mer, comme cela arrive ordinairement au voisinage de l'embouchure dans la mer, on ne fera pas baisser, au moins sensiblement, le niveau de l'eau en partageant le fleuve en plusieurs branches. Soit, par exemple, le fleuve *AB* (*Fig.* 58) dont le niveau est le même que celui de la mer *GHEF*. Il est clair qu'en faisant de nouvelles ouvertures *CF*, *DE*, les eaux ne baisseront pas pour cela dans la partie *ACD*, ou que du moins elles n'y baisseront que dans le rapport de

la somme des surfaces *CF*, *DE*, à la somme des surfaces *AB*, *GHEF*; ce qui est une quantité insensible. Concluons de-là que les saignées faites à un fleuve près de son embouchure dans la mer, ou en général à toute rivière qui a peu de pente, doivent avoir ordinairement de légers avantages. Mais si une rivière a une pente et une vitesse sensibles, il n'est pas douteux que l'augmentation de la quantité d'eau ne fasse hausser sensiblement le niveau de la rivière, et que réciproquement on ne fasse baisser le niveau de l'eau en diminuant son volume par des saignées.

844. Revenons à deux rivières qui s'unissent, et voyons, du moins à-peu-près, quelle sera la direction du fleuve composé.

Soient (*Fig.* 59) *ABCD*, *FGCE* deux rivières qui s'unissent en *CMN*, et ne forment plus ensuite que la seule rivière *BHKG*. Imaginons pour un moment, en *CN*, une cloison ou un plan matériel qui sépare les deux masses d'eau à l'endroit où elles se font mutuellement équilibre: il est évident que la pression résultante du poids des eaux contre cette cloison est la même de part et d'autre; et que par conséquent les deux masses d'eau, en se rencontrant, n'agissent l'une contre l'autre qu'en vertu de leurs vitesses de translation. De cette percussion doit naître une vitesse moyenne et composée, dont la direction divise l'angle *DCE* du confluent en deux parties égales ou inégales, selon que les deux rivières se rencontrent avec des forces égales ou

inégales. Soient LM et LM les directions des vitesses moyennes des deux fleuves simples; nommons V la première vitesse; u la seconde; p le sinus de l'angle d'incidence IMC; q le sinus de l'angle d'incidence LMC. Les deux fleuves simples choquant le même plan, les percussions qui résultent perpendiculairement contre ce plan, sont proportionnelles (367) aux produits $V^2 \times p^2$, $u^2 \times q^2$. Égalant ces deux produits, on aura, $V^2 \times p^2 = u^2 \times q^2$; et $p : q :: u : V$. D'où l'on voit que *les sinus des angles que forme la direction du fleuve composé avec les directions des fleuves simples, sont entr'eux en raison inverse des vitesses des deux fleuves simples.*

845. Il suit de-là que si par des variations dans les crûes d'eau, il arrive des changemens dans le rapport des vitesses des deux fleuves simples, la direction moyenne du fleuve composé éprouvera aussi des changemens, de sorte que ses eaux tendront à se jeter plutôt vers une berge que vers l'autre. La ligne de séparation CMN peut donc avoir un mouvement alternatif de droite à gauche ou de gauche à droite.

846. Le mouvement des fleuves, à leur entrée dans la mer, offre quelques phénomènes généraux dont il faut aussi donner l'explication.

Lorsqu'un fleuve se jette dans une mer qui n'est pas sujette, du moins sensiblement, au mouvement du flux et reflux, on peut considérer la surface du

fleuve et celle de la mer, comme deux plans qui se coupent suivant une ligne dont la position demeure la même, tant que le fleuve conserve le même état. Mais si le fleuve vient à croître ou à décroître, l'intersection dont il s'agit change de place. Cependant, dans ses plus grandes variations, elle ne passe jamais certaines limites ; et on peut prendre, entre ces variations, un terme moyen qu'on regardera comme la section constante des deux surfaces. La surface du fleuve est inclinée de l'*amont* à l'*aval*, comme on le comprend assez; et ses eaux ne peuvent manquer de couler dans la mer. Tout cela est également applicable aux rivières qui se jettent dans des lacs ou dans d'autres rivières. Quant aux rivières qui se jettent dans une mer sujette au flux et reflux, la chose est un peu différente. Le flux refoule les eaux dans la rivière et les fait remonter à une certaine hauteur; ensuite dans le temps du reflux, les eaux refoulées ou suspendues, reprennent leur direction primitive et vont se mêler à celles de la mer. La ligne d'intersection de la surface du fleuve avec celle de la mer est donc alors toujours en mouvement, et on ne peut pas lui attribuer une place fixe.

847. Supposons que la surface de la mer où un fleuve se jette, ne monte ni ne descende; supposons ensuite que le fleuve vienne à grossir par les pluies, la fonte des neiges, ou l'affluence de quelque torrent : il est évident que le bassin de la mer étant comme infini par rapport à celui du fleuve,

le niveau de la mer ne peut pas monter, au moins sensiblement, par l'arrivée des eaux du fleuve; mais la masse de ces dernières eaux étant augmentée, le centre de gravité de tout leur système, est nécessairement plus élevé au-dessus du niveau de la mer, qu'il ne l'étoit dans l'état primordial du fleuve, d'où résulte une plus grande *chute*, ou une plus grande pente du fleuve proposé vers la mer. Soient donc (*Fig.* 69) *ABC* le niveau de la mer; *DB* la surface du fleuve dans son état primitif, et *EC* sa surface après la crûe d'eau. La surface *EC* étant moins inclinée à l'horizon que la surface *DB*, l'angle *ECA* est plus grand que l'angle *DBA*; et si l'on mène *BF*, *DE*, perpendiculaires sur *EC*, *BF* sera moindre que *DE*. Ainsi la crûe du fleuve doit se faire plus sentir dans les parties éloignées de l'embouchure que dans le voisinage de l'embouchure. La chose a également lieu pour les fleuves qui ont beaucoup de pente et pour ceux qui en ont peu; mais elle est vraie principalement pour les derniers.

On explique de même le phénomène suivant. Une petite rivière se jette dans une autre beaucoup plus considérable, et dont les eaux refluent dans le lit de la première sur une longue étendue depuis l'embouchure, de manière qu'à cette jonction il y a une espèce de lac ou de petite mer. Tout-à-coup la petite rivière reçoit, dans sa partie supérieure, une crûe considérable; et néanmoins la surface de l'eau, dans le voisinage de l'embouchure, n'est

guère plus élevée qu'avant la crue. On me dispensera de faire sentir l'identité de cet effet avec celui dont je viens de rendre raison.

848. Considérons le cas inverse du précédent : supposons qu'un fleuve, dont la quantité d'eau demeure la même, aille se jeter dans une mer sujette au flux et reflux, ou dans un autre fleuve (que j'appelle le *fleuve principal*), qui augmente et regorge dans le premier. Alors, dans le temps du flux, la vitesse du fleuve proposé est retardée, et l'eau doit s'y élever plus haut dans le voisinage de l'embouchure que dans les parties plus éloignées. En effet, soient (*Fig.* 61), pour le point le plus bas, AB la surface de la mer ou du fleuve principal; AR l'embouchure du fleuve affluent $ARGI$. Maintenant, que la surface AB s'élève par degrés en ab : il est clair que pendant ce mouvement, la résistance que la mer ou le fleuve principal oppose au fleuve affluent, augmente aussi par degrés, et qu'en conséquence la surface primitive EA du fleuve affluent doit s'élever à sa jonction avec la surface baM, et prendre la position EK. Mais, comme l'action de la mer ou du fleuve principal n'a qu'une certaine étendue, supposons qu'elle finisse en M, et menons perpendiculairement au lit RG les droites RAa, HK, SV, ME, qui marquent les profondeurs aux points R, H, S, M: on voit que ces profondeurs sont plus grandes dans le nouvel état du fleuve affluent que dans le premier; mais que les différences Aa, Kk, Vu, etc. qui sont les plus grandes

vers la mer, vont en diminuant, de *R* vers *G*. On voit également, qu'à mesure que la surface *A B* s'élève, le point *K* s'élève aussi, et qu'en même temps il remonte le long du fleuve affluent. Ce point ne peut pas être regardé comme l'intersection de deux lignes. Il s'y forme un gonflement qui est plus ou moins sensible, selon la proportion entre la force du fleuve affluent et la force de la mer ou du fleuve principal. Quelquefois la surface de la mer est plus élevée, en cet endroit, de plusieurs pieds que la surface du fleuve affluent, et le point de jonction a un mouvement très-considérable en sens contraire du fleuve affluent. Tel est le remous qui se fait sur la Seine dans le temps du flux, et qu'on observe encore plusieurs lieues au-dessus de Rouen. L'eau de la mer remonte avec rapidité et glisse sur celle de la Seine, à-peu-près comme elle feroit sur un terrein uni, dans une étendue de plusieurs lieues au-dessus de l'embouchure. Il en est de même, proportion gardée, à l'embouchure de deux rivières qui se jettent l'une dans l'autre, quand l'une de ces rivières croit sans que l'autre croisse en même temps ou en même proportion.

849. On observe constamment que la pente d'une rivière diminue à mesure qu'on s'approche de la mer. En effet, une rivière qui creuse et établit son lit, entraîne toujours avec elle des pierres, des terres, des tronçons de racine, des herbes, etc. Toutes ces matières, selon qu'elles ont plus ou moins de pesanteur spécifique, tombent successivement et se ré-

pandent le long du lit. A mesure que la rivière approche de la mer, il se forme de proche en proche une couche qui tend à combler le lit et à lui faire prendre la position horizontale. D'un autre côté, quand la mer est sujette au flux et reflux; les sables, dans le temps du flux, sont poussés par une très-grande masse d'eau dans le lit de la rivière affluente, et ne sont pas ensuite ramenés avec la même force dans le temps du reflux. Aussi on observe que par la succession des temps, toutes les embouchures des rivières dans la mer, viennent à s'encombrer, et que les rivières perdant leurs profondeurs, s'élargissent et se forment des issues à travers les sables. Enfin les vents impétueux qui règnent dans ces parages, transportent, d'un moment à l'autre, des monceaux de sable qui obstruent les passages de l'eau, et qui lui font changer continuellement de cours.

850. Les atterrissemens ou les *barres* qui se forment à l'embouchure des rivières dans la mer, et qui diminuent la profondeur de l'eau en ces endroits, sont très-nuisibles à la navigation. On a donc cherché à les combattre ou à les détruire par tous les secours de l'art. Je citerai ici en exemple, la barre qui existe à l'embouchure de la rivière d'Adour dans la mer près de Bayonne. On a tenté de la détruire ou de la diminuer, en changeant plusieurs fois le cours de l'Adour en cet endroit. Après avoir construit en divers temps des épis qui n'avoient eu que des effets passagers, on se détermina, en 1729, d'a-

près le projet de M. de Touros, directeur des fortifications, à enfermer l'Adour, depuis un village, nommé le *Boucau*, jusqu'à la mer, entre deux longues digues de maçonnerie, qui devoient se prolonger à une certaine distance dans la mer. La passe des vaisseaux fut dirigée ouest-nord-ouest, suivant la délibération d'un conseil composé d'officiers de la Marine et du corps du Génie. Les ouvrages pour la construction des digues furent dès-lors commencés, et même poussés avec vigueur; mais diverses circonstances les ont fait souvent interrompre ou ralentir; ce qui a été très-préjudiciable aux effets avantageux qu'ils devoient produire. D'un autre côté, comme on n'a pas toujours pu mener de front les travaux pour la construction des deux digues, il est arrivé que les ouvrages faits d'un côté de la rivière ont jeté l'eau vers le côté opposé et y ont occasionné des gorges ou des atterrissemens. Enfin les vents, qui ne cessent de transporter des montagnes de sable, ont toujours été et seront toujours le plus grand ennemi à combattre. Malgré tous ces obstacles, on est parvenu dans ces derniers temps, à donner 7 à 8 pieds de hauteur à l'eau au-dessus de la barre, en basse-mer. Comme la mer monte de 11 à 12 pieds, la hauteur de l'eau est d'environ 19 pieds en haute mer. Si cette profondeur étoit bien franche, elle seroit suffisante pour l'entrée d'assez grands vaisseaux; mais à cause de l'agitation des vagues, il faut en rabattre 3 ou 4 pieds; et de plus, comme on ne doit pas attendre le moment précis de

la haute-mer pour entrer en rivière, il faut encore retrancher environ 2 pieds de la hauteur. Ainsi, pour l'ordinaire, on ne doit guère compter, en haute-mer, qu'environ 12 à 13 pieds de profondeur d'eau pour l'entrée des vaisseaux, profondeur qui n'est pas tout-à-fait suffisante et qu'on travaille à augmenter, en prolongeant les digues dans la mer.

Du reste, quelque loin qu'on les prolonge, il se formera toujours une barre plus ou moins sensible aux environs de l'embouchure, par les causes générales qui produisent toujours des atterrissemens aux embouchures des rivières dans la mer, ou à la jonction de deux rivières. Mais comme la barre sera ici portée un peu avant dans la mer, elle pourra laisser au-dessus d'elle la hauteur d'eau dont on a besoin.

Il seroit à desirer que les directions des digues fussent un peu convergentes vers la mer. Par-là, dans le temps du flux, la vitesse de la mer entre les digues diminueroit par l'augmentation de la largeur; et au contraire dans le temps du reflux, la vitesse de la rivière resserrée de plus en plus augmenteroit: double effet qui tendroit à diminuer les atterrissemens.

Je finis par deux questions, souvent utiles dans la pratique.

851. Question I. *Déterminer le changement qui arrive à la profondeur d'une rivière, lorsqu'on fait quelque changement à l'étendue de son lit,*

comme par exemple, quand on construit un pont sur cette rivière ?

Je suppose que le lit de la rivière soit un canal rectangulaire; mais comme cette supposition a rarement lieu dans la nature, commençons par y ramener, au moins sensiblement, le problème.

Soit en général $MFGHIKN$ (*Fig.* 62) la section verticale et latitudinale de la rivière. On y prendra des sondes à des intervalles égaux, c'est-à-dire, qu'ayant divisé la largeur MN en parties égales MA, AB, BC, CD, DE, EN, on mesurera les profondeurs correspondantes AF, BG, CH, DI, EK. Les divisions de la largeur doivent être assez multipliées pour qu'on puisse regarder sensiblement les arcs MF, FG, GH, *etc.* comme des lignes droites; et par conséquent la section de la rivière, comme un polygone rectiligne. De-là, suivant les premiers principes de la géométrie, l'aire de ce polygone sera $= (AF + BG + CH + DI + EK) \times MA$, c'est-à-dire le produit de la somme des profondeurs par l'un des intervalles égaux de la largeur. Divisant ce produit par la largeur entière MN, supposant que la verticale MO représente le quotient, et achevant le rectangle $MOPN$; l'aire de ce rectangle sera la même que celle du polygone. Alors on pourra dans la pratique, sans craindre beaucoup d'erreur, considérer le rectangle $MOPN$ comme la section de la rivière.

Cela posé, soient (*Fig.* 63), les rectangles

MOPN, *mopn*, les coupes latitudinales du fleuve dans ses deux états, c'est-à-dire avant et après la construction du pont. Supposons $MO = b$; $OP = c$; $mo = b'$; $op = c'$; la hauteur dûe à la vitesse moyenne par le pertuis $MOPN = h$; la hauteur dûe à la vitesse moyenne par le pertuis $mopn = h'$. Les quantités d'eau qui passent, pendant un certain temps, par les deux pertuis, étant comme les produits de leurs surfaces par les vitesses, et ces quantités devant être égales, on aura $bc\sqrt{h} = b'c'\sqrt{h'}$. D'un autre côté, les hauteurs h et h' doivent avoir un certain rapport avec les profondeurs b et b'. Supposons, par exemple, qu'on ait, $h : h' :: b : b'$, ou $h' = \frac{hb'}{b}$. Substituant cette valeur de h' dans l'équation $bc\sqrt{h} = b'c'\sqrt{h'}$, on trouvera, $cb\sqrt{b} = c'b'\sqrt{b'}$; et par conséquent, $b : b' :: \sqrt[5]{c^2} : \sqrt[5]{c'^2}$; par où l'on voit que *la profondeur de la rivière avant l'existence du pont, est à la profondeur qu'elle a en amont de ce pont supposé établi, comme la racine cube du quarré de la somme des largeurs des arches, est à la racine cube du quarré de la largeur primitive de la rivière.*

Si on avoit en général, $h : h' :: b^n : b'^n$ (n étant un exposant à déterminer par l'expérience), on trouveroit, $b : b' :: c^{\frac{2}{n+2}} : c'^{\frac{2}{n+2}}$.

852. Question II. *Déterminer la quantité dont on fera baisser le niveau d'une rivière, ou en*

quel rapport seront les profondeurs, lorqu'on détournera une partie de l'eau pour le service de quelque usine ?

Je réduis, comme dans la question précédente, la rivière à un canal de forme rectangulaire; et je suppose pareillement que le canal de dérivation ait cette même forme. Soient (*Fig.* 64) $ABCD$ le plan ou la section horizontale de la rivière; $EFGH$ la section horizontale du canal de dérivation; et (*Fig.* 65) le rectangle $MOPN$ la coupe verticale et latitudinale de la rivière : MN étant le niveau de l'eau avant l'existence du canal de dérivation; le rectangle $SQRT$, la coupe verticale et latitudinale du canal de dérivation, en sorte que le niveau primitif MN de l'eau s'est abaissé maintenant en $VSTX$. Il est évident que suivant les conditions du problème, la somme des quantités d'eau qui passent, pendant un même temps, par les deux pertuis $VOPX$, $SQRT$, doit être égale à la quantité qui passoit, pendant le même temps, par le seul pertuis $MOPN$. Soient $OM = b$; $OP = c$; la hauteur dûe à la vitesse moyenne par $MOPN = H$; VO ou $SQ = b'$; la hauteur dûe à la vitesse moyenne par $VOPX = h$; $QR = c'$; la hauteur dûe à la vitesse moyenne par $SQRT = h'$. On aura d'abord, l'équation $bc\sqrt{H} = b'c\sqrt{h} + b'c'\sqrt{h'}$. Maintenant les deux pertuis $VOPX$, $SQRT$, devant être considérés, par rapport à la rivière dans sa partie antérieure au canal de dérivation, comme deux orifices de grandeurs égales ou inégales qui

seroient pratiqués au fond d'un réservoir entretenu constamment plein à la même hauteur; et les vitesses, au sortir de ces deux orifices, étant égales: on voit qu'on aura de même ici $\sqrt{h'} = \sqrt{h}$. Par conséquent l'équation $bc\sqrt{H} = b'c\sqrt{h} + b'c'\sqrt{h'}$, deviendra, $bc\sqrt{H} = (b'c + b'c')\sqrt{h}$.

Supposons, comme ci-dessus, quon ait $H : h :: b : b'$; on trouvera, $b : b' :: \sqrt{(c+c')^2} : \sqrt{c^2}$.

Si on supposoit, $H : h :: b^n : b'^n$, on auroit,

$$b : b' :: (c+c')^{\frac{2}{n+2}} : c^{\frac{2}{n+2}}.$$

CHAPITRE XIV.

Recherches expérimentales sur la percussion ou la résistance des fluides.

853. ON a beaucoup écrit sur cette matière depuis Newton jusqu'à nos jours. Je me permettrai quelques remarques sur les ouvrages des auteurs qui ne sont plus. A cela près, je me bornerai à rapporter les expériences auxquelles j'ai eu part, et les conséquences que j'en ai tirées, afin de pouvoir répondre moi-même des choses que j'avancerai. S'il m'arrive de citer quelqu'auteur vivant, je le ferai avec les égards dûs aux hommes et à la vérité.

854. La percussion et la résistance des fluides sont deux problèmes de même nature. J'en ai donné la théorie

théorie dans le *volume précédent ;* et j'ai déjà fait observer que cette théorie étoit sujette à plusieurs difficultés. En effet, on y suppose que toutes les molécules frappent les corps qu'elles rencontrent, de la même manière que si elles étoient des corps isolés et libres. Or pour que le choc se fît ainsi, il faudroit que chaque molécule, après avoir donné son coup, fût anéantie pour permettre à la molécule suivante de donner aussi le sien. Il est visible que la surface choquée ne reçoit pas immédiatement et dans toute son intensité l'impulsion de chaque particule. Les particules centrales sont frappées par celles qui leur succèdent, et la colonne est forcée de s'élargir jusqu'à une certaine distance de la surface choquée, pour laisser au fluide la liberté de s'échapper, et de faire place à celui qui arrive continuellement. Il suit de-là que la percussion d'un fluide contre un plan, ne doit pas être calculée comme si ce plan recevoit en effet le choc de tous les filets fluides et parallèles qui lui répondent. Mais ne pourroit-il pas se faire que les chocs fussent semblablement dénaturés, et que les chocs effectifs suivissent entr'eux la même loi, du moins à-peu-près, que les chocs naturels et théoriques? Nous allons consulter là-dessus l'expérience, et nous examinerons quatre choses; 1°. quelle est la mesure de la percussion perpendiculaire; 2°. si les percussions perpendiculaires, sous même vitesse, sont proportionnelles aux surfaces choquées; 3°. si les percussions perpendiculaires contre des surfaces égales sont proportion-

nelles aux quarrés des vitesses; 4°. enfin si les différentes sortes de percussions sont (toutes choses d'ailleurs égales) proportionnelles aux quarrés des sinus des angles d'incidence. Voici d'abord quelques expériences où j'ai mesuré directement le choc de l'eau par le moyen de la balance.

855. On voit (*Fig.* 66, 67 et 68) les parties de cette balance et la manière dont elle est employée. Le fléau AB a $3\frac{1}{2}$ pieds de longueur, et il est taillé par en-haut en couteau, pour qu'il ne s'y amasse pas d'eau. Il porte à l'une de ses extrémités une plaque de cuivre $efgh$, de $2\frac{1}{2}$ pouces de diamètre, bien plane et bien polie, dont la surface supérieure prolongée, passeroit par l'axe de mouvement de la balance, et dont le centre A répond à l'axe TA du petit tuyau additionnel et vertical $PQqp$ par lequel l'eau sort du tonneau $VXYZ$ pour venir frapper cette plaque. Pour s'assurer de la position exacte du centre A, on a mis aux points e, f, g, h quatre pointes d'aiguille, lesquelles comparées à des points de repaire placés dans la base pq du tuyau $PQqp$, servent à couper exactement ce même tuyau en deux parties égales, en différens sens. La tige de la balance coule dans un canon; et au moyen d'une vis on peut la hausser et la baisser à volonté, et la faire tourner horizontalement. Le demi-cercle gradué MON est garni d'un fil-à-plomb qui sert à mettre la balance dans une position horizontale ou inclinée à volonté. Dans chaque expérience, on met

dans le bassin S un poids pour contre-balancer l'effort de l'eau.

EXPÉRIENCES I, II, III, IV.

856. La hauteur constante TA de l'eau dans le réservoir au-dessus du centre A de la plaque (*Fig.* 66 et 67) est de 4 pieds. On a laissé 1 pouce d'intervalle entre le centre A de cette même plaque et le bout du tuyau, pour permettre à l'eau de sortir librement. Elle sort dans tous les cas à plein tuyau. Cela posé,

I. Le diamètre pq du tuyau étant de 10 lignes, le poids S qui fait équilibre au choc perpendiculaire de l'eau (*Fig.* 66) est de 1 livre 5 onces 7 gros 8 grains, c'est-à-dire, en tout, de 12608 grains.

II. Le diamètre pq étant toujours de 10 lignes, le poids S qui fait équilibre au choc oblique de l'eau (*Fig.* 67), sous un angle TAB de 60 degrés, est de 1 livre 5 onces 2 gros 8 grains, c'est-à-dire, en tout, de 12248 grains.

III. Le diamètre pq étant de 6 lignes, le poids S qui fait équilibre au choc perpendiculaire de l'eau (*Fig.* 66) est de 7 onces 6 gros 20 grains, c'est-à-dire, en tout, de 4484 grains.

IV. Le diamètre pq étant toujours de 6 lignes, le poids S qui fait équilibre au choc oblique de l'eau (*Fig.* 67), sous un angle TAB de 60 degrés, est de 2 onces 3 gros 67 grains, c'est-à-dire, en tout, de 4315 grains.

EXPÉRIENCES V, VI, VII, VIII.

857. La hauteur constante TA de l'eau dans le réservoir au-dessus du centre A de la plaque est de 2 pieds. Il y a toujours 1 pouce d'intervalle entre le centre A de cette plaque et le bout du tuyau; et l'eau sort à plein tuyau.

I. Le diamètre pq du tuyau étant de 10 lignes, le poids S qui fait équilibre au choc perpendiculaire de l'eau (*Fig.* 66) est de 10 onces 7 gros 42 grains, c'est-à-dire, en tout, de 6306 grains.

II. Le diamètre pq étant toujours de 10 lignes, le poids S qui fait équilibre au choc oblique de l'eau (*Fig.* 67), sous un angle TAB de 60 degrés, est de 10 onces 5 gros 5 grains, c'est-à-dire, en tout, de 6125 grains.

III. Le diamètre pq étant de 6 lignes, le poids S qui fait équilibre au choc perpendiculaire de l'eau (*Fig.* 66) est de 3 onces 7 gros 11 grains, c'est-à-dire, en tout, de 2243 grains.

IV. Le diamètre pq étant toujours de 6 lignes, le poids S qui fait équilibre au choc oblique de l'eau (*Fig.* 67), sous un angle TAB de 60 degrés, est de 3 onces 5 gros 70 grains, c'est-à-dire, en tout, de 2138 grains.

RÉFLEXIONS.

858. Il y a des auteurs qui prétendent que lorsqu'un fluide frappe perpendiculairement un plan, la force du choc est égale au poids d'une colonne du même fluide, laquelle auroit pour base l'ori-

fice ou la surface choquée, et pour hauteur la hauteur dûe à la vitesse de l'eau: d'autres font cette force double. Examinons, par le moyen des expériences I, III, V, VII, lequel de ces deux sentimens est le mieux fondé. Je suppose que le pied cube d'eau pèse 70 livres. Puisque dans nos expériences, l'eau sort par des tuyaux additionnels dont elle suit les parois, la hauteur dûe à la vitesse n'est (526) qu'environ les deux tiers de la hauteur de l'eau dans le réservoir au-dessus du centre de la plaque. D'après ces données, on trouve les poids des colonnes cylindriques d'eau que nous avons besoin de considérer, comme il est exprimé ici.

Diamètre de la colonne.	*Hauteur de la colonne.*	*Poids.*
lignes.	pieds.	grains.
10	$\frac{8}{5}$	6518
6	$\frac{8}{5}$	2346
10	$\frac{4}{5}$	3259
6	$\frac{4}{5}$	1173

Cela posé, si l'on compare ces poids avec ceux qui mesurent la percussion dans les quatre expériences citées, on verra que le premier sentiment sur la mesure de la percussion des fluides n'est pas admissible dans l'hypothèse de ces expériences, mais que le second ne s'éloigne pas beaucoup de la vérité. Cependant il paroit qu'on y suppose encore la force dont il s'agit, un peu plus grande qu'elle n'est réellement.

J'ai observé que lorsque la plaque $efgh$ touche l'orifice pq, la percussion est sensiblement moindre (toutes choses d'ailleurs égales), que quand il y a un certain intervalle entre l'orifice et la plaque, pour permettre à l'eau d'acquérir toute la plénitude de vitesse dont elle est susceptible. Dans le premier cas, il s'en faut peu que la percussion perpendiculaire ne soit égale au poids d'une colonne qui auroit pour base l'orifice, et pour hauteur celle de l'eau au-dessus du même orifice. Les auteurs du premier sentiment ont peut-être fondé leur opinion sur des expériences de ce genre.

859. Par la comparaison de l'expérience I, avec l'expérience III, et de l'expérience V, avec l'expérience VII, il paroit qu'à vitesses égales, les percussions perpendiculaires sont sensiblement proportionnelles aux surfaces choquées. En effet, à vitesses égales, les molécules sont semblablement détournées de leurs directions; et les coups qu'elles donneroient naturellement, si elles étoient libres, doivent être altérés à-peu-près de la même manière dans les deux cas. Cependant il est bon d'observer que le choc paroit augmenter ou diminuer en plus grande raison que la surface, soit parce que le détour des molécules est plus sensible, et diminue plus à proportion le choc, sur une petite surface que sur une grande, soit parce que la vitesse du fluide diminue un peu par le frottement, lorsque l'orifice diminue, soit enfin par ces deux causes combinées ensemble. Je ne crois pas qu'on puisse se tromper beaucoup

dans la pratique, en supposant, comme la théorie le demande (360), que la vitesse du fluide étant donnée, le choc perpendiculaire de l'eau contre un plan est proportionnel à la surface choquée.

860. En comparant ensemble les expériences I et V, et les expériences III et VII, on voit que les percussions perpendiculaires contre une même surface sont entr'elles, à très-peu de chose près, comme les hauteurs au-dessus des centres de percussion; ou, ce qui revient au même, comme les quarrés des vitesses des fluides. L'expérience s'accorde donc ici sensiblement (361) avec la théorie.

861. Lorsque l'eau frappe obliquement la plaque comme dans les expériences II, IV, VI, VIII, il résulte de ce choc, une force perpendiculaire à la plaque, laquelle force est représentée, suivant la théorie (365), par $F \times \frac{B \times p^2}{A \times R^2}$, en nommant R le sinus total, p le sinus de l'angle TAB, A la partie de la plaque, qui répond à l'orifice pq, quand la balance est horizontale, F l'impulsion que cette surface reçoit alors, B la partie de la plaque que l'eau vient couvrir obliquement. Cette force a pour bras de levier le bras CA de la balance, tandis que le poids S qui lui fait équilibre, a simplement pour bras de levier la perpendiculaire CL menée du centre C sur sa direction. On aura donc $F \times \frac{B \times p^2}{A \times R^2} \times CA = S \times CL$. Or, $CL = CB \times \frac{p}{R} =$

$C\mathcal{A} \times \frac{p}{R}$; et par la théorie des projections, $B = \mathcal{A} \times \frac{R}{p}$. Substituant ces valeurs dans l'équation précédente, on trouve, $S = F$. Ainsi, selon la théorie, il faudroit toujours le même poids S pour faire équilibre au choc de l'eau, soit que la balance fût horizontale ou inclinée sous un angle quelconque à l'horizon. Or les quatre expériences citées sont contraires à ce résultat. Plus l'angle TAB diminue, plus le poids S diminue. Concluons donc qu'à l'égard de la manière dont les sinus des angles d'incidence entrent dans les expressions des chocs perpendiculaire et oblique comparés ensemble, la théorie ne s'accorde pas avec l'expérience.

Du reste il est bon d'observer que l'une des causes pourquoi la percussion perpendiculaire est ici plus grande, selon l'expérience, par rapport à la percussion oblique, qu'elle ne devroit l'être selon la théorie ; c'est que dans le choc perpendiculaire les molécules, après avoir donné leur coup, ont moins la liberté de s'échapper que dans le choc oblique, et qu'en conséquence il se forme sur la plaque, dans le premier cas, un petit amas d'eau qui par son poids augmente un peu la percussion.

862. Il suit des discussions précédentes, que les percussions perpendiculaires des fluides contre des surfaces planes suivent entr'elles, à peu de chose près, les proportions établies par la théorie ; mais qu'il n'en est pas de même pour les percussions

obliques contre des surfaces planes, ni par conséquent aussi pour les percussions contre des surfaces courbes qu'on peut regarder comme des assemblages de surfaces planes qui se présentent au choc du fluide sous différentes obliquités.

J'avoue que les expériences précédentes sont un peu en petit; mais cet inconvénient est compensé par une très-grande précision dans les opérations. De plus elles ont l'avantage d'être très-directes : je n'y ai employé aucun mouvement de rotation, et j'y ai mesuré immédiatement la percussion, sans avoir aucun frottement, ni aucune autre résistance à considérer et à déduire. On trouvera ci-dessous des expériences d'une autre espèce, plus en grand.

863. Newton (*Princip. Math. liv. II*) traite la question de la résistance des fluides, sous différens points de vue, selon la différence des fluides ou milieux dans lesquels les corps se meuvent. Il suppose d'abord un milieu rare, composé de parties égales et situées librement à des distances égales, de manière que chaque particule est censée pouvoir donner son coup, sans être empêchée par les autres; et il trouve par la théorie ordinaire que si un globe et un cylindre de diamètres égaux se meuvent avec une vitesse égale dans un tel milieu, la résistance du globe n'est que la moitié de celle du cylindre. Cette proposition établie, il cherche la résistance absolue que le globe éprouve, soit que les parties du fluide soient parfaitement élastiques, ou qu'elles soient dénuées d'élasticité; il trouve dans le premier

cas que la résistance du globe est à la force par laquelle le mouvement total du globe peut être produit ou détruit, dans le temps qu'il emploie à parcourir les deux tiers de son diamètre par une vitesse uniformément continuée, comme la densité du milieu est à la densité du globe; et dans le second cas que la résistance est deux fois moindre. Il examine ensuite la résistance dans les milieux continus, tels que l'eau, le mercure, l'huile chaude, etc : il donne une autre théorie pour ces sortes de milieux dans lesquels le globe ne frappe pas immédiatement toutes les parties résistantes du fluide, mais communique seulement aux parties les plus voisines une pression qui se transmet de proche en proche aux autres parties. Selon cette théorie qui est fondée sur plusieurs propositions, et qui n'est pas susceptible d'extrait, la résistance du globe est la même que celle du cylindre circonscrit : résultat contraire à l'expérience, et d'où l'on doit conclure, que cette même théorie est fondée sur des principes inexacts.

864. Dans le second volume des anciens Mémoires de l'Académie de Pétersbourg, Daniel Bernoulli détermine la résistance des fluides par une méthode qui lui est propre, mais qu'il a abandonnée depuis, comme donnant des résultats contraires à l'expérience. Il propose dans le tome VIII des mêmes Mémoires, une autre méthode très-ingénieuse et très-élégante pour déterminer le choc perpendiculaire d'une veine fluide qui sort d'un vase, contre un plan. Il observe qu'en supposant au plan une certaine

étendue, les filets dont la veine est composée, finissent par se fléchir suivant des directions parallèles au même plan. Il regarde la courbe décrite par chaque filet, comme un canal dans lequel se meut un corps qui éprouve par conséquent en chaque point l'action de la force centrifuge, et que l'auteur suppose de plus soumis à l'action d'une force tangentielle, variable suivant une loi quelconque. Il calcule toutes ces forces, et il trouve qu'il en résulte parallèlement à l'axe de la veine, ou perpendiculairement au plan, une impulsion égale au poids d'un cylindre du fluide, qui auroit pour base la section de la veine avant que les filets ne commencent à se fléchir, et pour hauteur le double de la hauteur dûe à la vitesse du fluide: ce qui est assez conforme à l'expérience (858). Cette méthode s'applique difficilement aux chocs obliques, et à plus forte raison aux chocs contre des surfaces courbes; elle ne peut pas avoir lieu pour mesurer la résistance des corps mus dans des fluides où ils sont submergés.

865. Dalembert, dans son *Essai sur la résistance des fluides*, détermine les loix de la résistance des fluides par celles de leur équilibre; et cette méthode qui est entièrement nouvelle, a de plus l'avantage d'être très-directe. Il suppose d'abord un corps retenu en repos par quelque cause extérieure, au milieu d'un fluide qui vient le choquer. Les filets à la rencontre du corps se fléchissent suivant différentes directions; et la portion de fluide

qui couvre la partie antérieure du corps, est comme stagnante dans une certaine étendue. L'auteur observe que la pression soufferte par le corps, ou la résistance qu'il oppose au mouvement des particules, est produite par les pertes de vitesses que font ces molécules; car un corps n'agit sur un autre corps qu'autant qu'il lui communique, ou tend à lui communiquer une partie de son mouvement. Il fait voir que la question se réduit à trouver d'abord la vitesse du fluide qui glisse immédiatement sur la surface du corps, et il la détermine par deux méthodes différentes. Cette vitesse étant trouvée, on a la formule rigoureuse de la pression. Il ne s'agiroit plus que d'achever ce calcul, et de parvenir à des résultats qui fussent applicables à la pratique. Mais c'est un but qu'on ne doit pas espérer d'atteindre, en traitant ainsi la question généralement, et sans négliger aucun des élémens qui lui sont essentiels. L'auteur détermine par sa méthode un peu modifiée et rendue moins rigoureuse, l'action d'une veine fluide qui frappe un plan. Il trouve que cette action est un peu moindre que le poids d'un cylindre qui auroit pour base la largeur de la veine, et pour hauteur le double de la hauteur dûe à la vitesse du fluide : résultat conforme à l'expérience (858) à peu de chose près. L'ouvrage de Dalembert contient plusieurs autres recherches, et brille par-tout du génie de l'invention.

866. Frappé de la simplicité des principes et des résultats que présente la méthode ordinaire du choc

des fluides, et admettant d'un autre côté que l'impulsion d'un fluide contre un corps, n'est autre chose que la pression soufferte par ce corps, de la part des filets qui glissent le long de sa surface, Euler combine ensemble les deux méthodes dans un savant Mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie de Pétersbourg, *année* 1763; et il en forme une méthode *mixte*, qu'il croit propre à déterminer la résistance des fluides d'une manière assez simple et assez exacte, en plusieurs occasions. Voici brièvement en quoi elle consiste.

867. Soit $AMBN$ (*Fig.* 69) un corps en repos, exposé au choc d'un fluide. Pour plus de simplicité, supposons que ce corps soit divisé en deux parties égales et semblables AMB, ANB par son axe AB placé dans la direction du fluide; et ne considérons que la partie AMB, car les raisonnemens sont les mêmes pour l'autre partie. Le fluide est composé de filets qui à la rencontre de la partie antérieure EA du corps se fléchissent et forment les courbes $fgqe$, $f'g'q'e'$. Soit Mm un élément de la courbe AE. Nommons k la hauteur dûe à la vitesse que le fluide auroit naturellement en M, si le corps ne lui opposoit aucun obstacle, v la hauteur dûe à la vitesse effective et actuelle du fluide en M. Suivant l'idée que nous avons donnée (815) de la pression des fluides en mouvement, contre les obstacles qu'on leur oppose, la pression que souffre l'élément Mm est exprimée par $Mm \times (k - v)$. Mais d'un autre côté, si on mène MR parallèle à

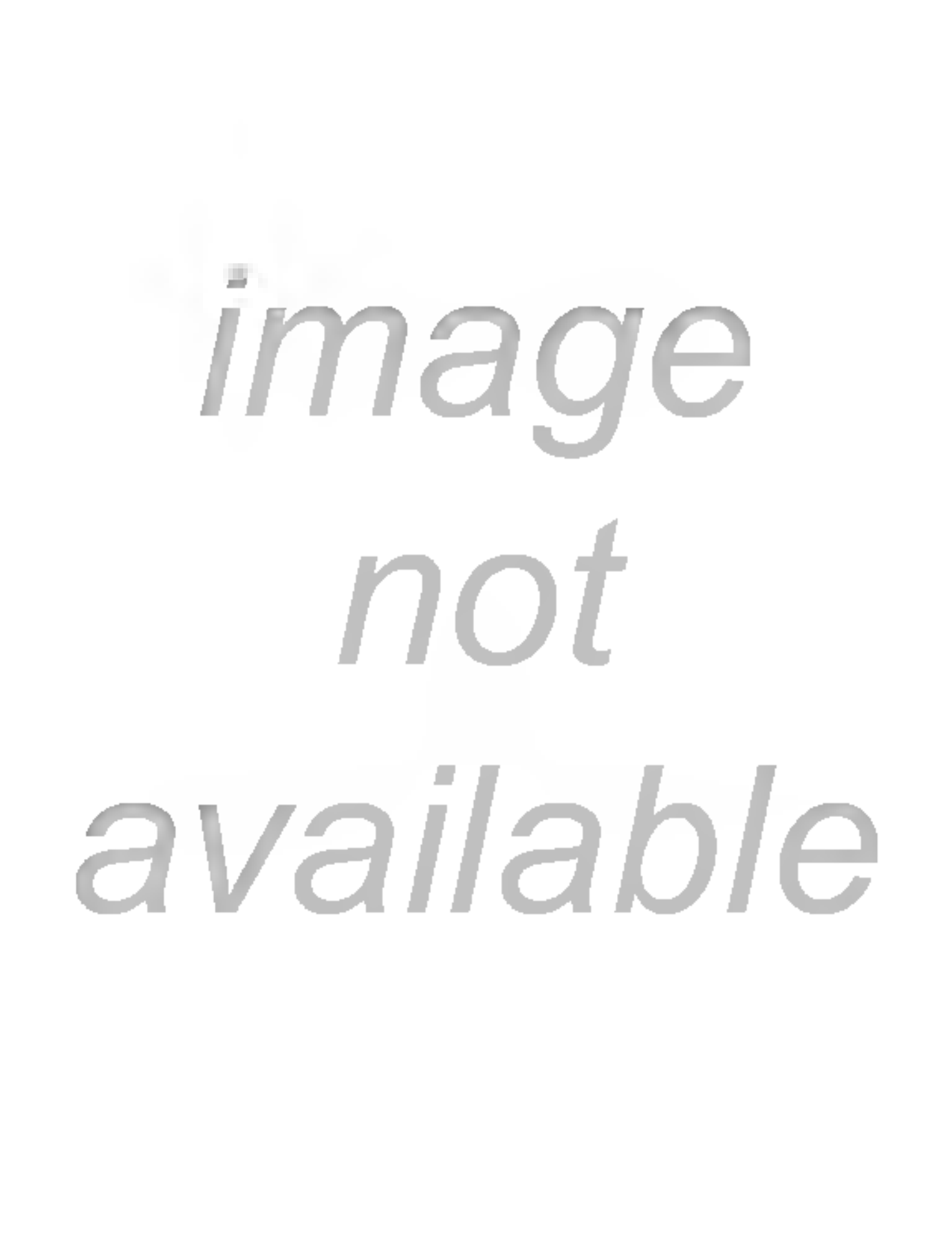


image
not
available

ment de la part du fluide; ce qui ne peut jamais avoir lieu.

869. Il y a plus : on doit remarquer que la difficulté dont je viens de faire mention subsistera toujours, de quelque manière qu'on détermine les vitesses des filets du fluide. Elle porte sur le principe même que l'action d'un fluide contre un corps exposé à son cours, provient seulement de la pression de ce fluide. Si la chose est en effet ainsi, il s'ensuit que toutes les fois que la figure du corps sera telle que les filets fluides auront la même vitesse le long de la partie postérieure, que le long de la partie antérieure (ce qui peut arriver en plusieurs cas); il s'ensuit, dis-je, que le fluide ne tendra à imprimer aucun mouvement au corps : résultat inadmissible. Il paroît donc qu'outre la pression, il se fait dans le fluide une perte de mouvement qui passe au corps exposé à son courant.

CHAPITRE XV.

Expériences et Réflexions sur la résistance qu'éprouve un corps qui divise un fluide indéfini.

870. EN 1775, Turgot, alors contrôleur général des finances, nous chargea, Dalembert, Condorcet et moi, de déterminer, par la voie de l'expérience, la résistance qu'éprouve un bateau mu dans un canal étroit et peu profond. Nous ne pouvions répondre avec précision aux vues de ce ministre, qu'en examinant d'abord la résistance des fluides contenus dans des réservoirs indéfinis, afin de nous procurer des termes de comparaison pour le cas qui nous étoit spécialement proposé : nous entreprîmes donc une longue suite d'expériences sur l'un et l'autre sujet. J'ai publié le résultat de tout ce travail dans un ouvrage particulier, qui parut en 1777, et dont je vais rappeler la substance ici et dans le chapitre suivant.

871. Plusieurs petits bateaux de différentes formes, dont nous donnerons bientôt les dimensions, furent mis en mouvement sur un bassin $ABCD$ (*Fig.* 70), situé dans l'enceinte de l'École militaire. Ce bassin a 100 pieds de longueur AB; 53 pieds de largeur EF; et $6\frac{1}{2}$ pieds de profondeur d'eau à l'endroit

l'endroit où le bateau se meut. Il peut être regardé comme indéfini en étendue dans tous les sens; car la route OKR du corps flottant est distante de 17 pieds de la paroi la plus voisine AB; la profondeur de l'eau sous chaque corps est de plus de 4 pieds; et le sillon que le bateau trace en divisant le fluide, ne s'étend guère à plus de 2 pieds de part et d'autre de ses côtés.

872. Sur le bord AD du bassin, est planté verticalement, en M, un mât qui a 76 pieds de hauteur hors de terre; il porte à son sommet une poulie de cuivre parfaitement mobile; en bas est une autre poulie semblable; chacune de ces poulies a 5 pouces $\frac{1}{2}$ ligne de diamètre; et le diamètre de chaque tourillon est de 4 $\frac{2}{3}$ lignes.

873. Le bateau Z est tiré de O vers M, parallèlement à la paroi longitudinale BA du bassin, par un cordon de soie, qui allant passer sous la poulie inférieure, de-là sur la poulie supérieure, est entraîné par un poids qui descend du haut du mât. Je n'ai pas besoin d'avertir que la partie du cordon comprise entre le bateau et la poulie inférieure, est horizontale, du moins à-peu-près. Le cordon a 2 $\frac{1}{6}$ lignes de diamètre; et il pèse 28 onces 7 $\frac{1}{2}$ gros, sur 39 $\frac{1}{2}$ toises de longueur; ce qui fait un peu moins de 6 gros par toise. La partie du cordon, à laquelle est fixé le poids moteur, pend jusqu'à terre; par-là, il y a équilibre entre les poids des deux branches du cordon, qui partent de la poulie supérieure.

874. Les deux droites EF, GH, perpendiculaires à la paroi AB, marquent les limites de la partie qu'on mesure de l'espace entier parcouru par le bateau. Cette partie KR ou EG est exactement de 50 pieds. La ligne GH est distante de AD, de 5 à 6 pieds. Le bateau part du point O, distant de EF, d'environ 16 pieds, afin que sur cette étendue, son mouvement qui s'accélère par degrés dans les premiers instans, parvienne, au moins sensiblement, à l'uniformité, quand il est arrivé en K. Un peu après qu'il est parvenu en R, le poids moteur arrive à terre : alors la résistance que le bateau éprouve de la part du fluide $GADH$, et le secours que l'on tire d'ailleurs d'une longue perche, ralentissent le mouvement du bateau et empêchent qu'il ne vienne se briser contre la paroi AD.

875. On s'est servi, pour mesurer le temps, d'une excellente pendule à demi-secondes. On ne s'est pas assujetti à faire commencer le temps avec le mouvement : outre que la chose eut été embarrassante, on sent qu'elle est absolument inutile ; car en retranchant le nombre de demi-secondes, prononcé à l'instant où le bateau se trouve dans l'alignement EF, du nombre de demi-secondes prononcé à l'instant où il se trouve dans l'alignement GH, on a évidemment le temps employé à parcourir l'espace KR ou EG.

876. Chaque bateau s'enfonce dans le fluide d'une quantité plus ou moins grande, qu'on appelle la

hauteur de la flottaison. Dans tous les cas, le fond ou la quille du bateau est de niveau, ou parallèle au plan de flottaison. On fait prendre au bateau l'enfoncement convenable, en le chargeant de corps pesans, tels que des bombes, des boulets de canon, des pierres, etc. Sa partie extérieure à l'eau est peu élevée pour éviter le plus qu'il est possible le choc du vent.

877. Pour empêcher que le bateau ne serpente en cheminant, et pour le forcer d'aller en ligne droite, on garnit sa poupe d'un gouvernail, qui est une pièce de bois, mince, posée de champ, dans le sens du plan vertical qui passe par la corde, et qui divise le bateau en deux parties égales et semblables. La résistance qui provient du frottement de l'eau contre les parois latérales du bateau, contre le fond et contre le gouvernail, est une espèce de force morte, très-petite, et sensiblement négligeable par rapport à celle qu'éprouve la proue de chaque bateau en frappant le fluide.

878. Je viens à la description des différens bateaux qui ont couru sur le fluide. Lorsque plusieurs d'entr'eux auront la même forme, et ne différeront que par les dimensions, je les représenterai par une même *Figure;* mais je les distinguerai par des numéros, sous lesquels je marquerai, quand il le faudra, les dimensions essentielles à connoître.

FIG. 71, N.os 1, 2.

Bateau qui est, suivant sa profondeur ou di-

mension verticale, un prisme droit, ayant pour base ou pour sa coupe horizontale, un pentagone $ABCDE$, dont la partie $ABCE$ est un rectangle, et la partie ECD un triangle isocèle. La largeur $AB = 1$ pied; la longueur $BC = 4$ pieds; et la hauteur Dn du triangle $= 2$ pieds.

N°. 1. La proue est la face rectangulaire AB.

N°. 2. La proue est la face angulaire EDC; de sorte qu'ici le corps flottant est le précédent, retourné de l'arrière à l'avant.

Fig. 72, N.os 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Bateau prismatique suivant sa profondeur, ayant pour base l'hexagone $ABCLKE$; les faces latérales et égales AE, BC sont perpendiculaires à la face AB; et les faces EK, CL du trapèze $EKLC$ sont égales. $AB = 2$ pieds; $BC = 4$ pieds; $ng = 2$ pieds; $KL = 1$ pied.

N°. 3. La proue est la face rectangulaire AB.

Dans les autres N.os, la proue est le triangle isocèle ADB, qu'il faut concevoir appliqué contre la face AB du cas précédent: ce triangle a différentes hauteurs DH, ce qui va distinguer les N.os dont il s'agit.

Numéros.		Pouces.
4		6
5		12
6	$DH =$	18
7		24
8		30

FIG. 73, N.os 9, 10, 11, 12.

Parallèlepipède rectangle dont la largeur AB = 19 pouces 8 lignes, et la longueur BC = 6 pieds 1 pouce.

N.° 9. La proue est la face rectangulaire AB.

N.os 10 et 11. On applique contre la face rectangulaire AB du N.° précédent, la proue angulaire isocèle ADB, dont la hauteur DH est de 9 pouces 9 $\frac{1}{2}$ lignes pour le N°. 10, et de 19 pouces 8 lignes pour le N°. 11.

N°. 12. On applique contre la face rectangulaire AB du N°. 9 la proue cylindrique AOB.

FIG. 74, N°. 13.

Ce bateau, qui est ici représenté en perspective par $ABCE$, est un prisme droit dont LMN représente la coupe géométrale, faite perpendiculairement à la longueur BC. La plus grande largeur ef de cette coupe = 19 pouces 8 lignes; la longueur BC du bateau = 6 pieds.

FIG. 75, N°. 14.

Ce bateau, également représenté en perspective, est fait sur le modèle d'un vaisseau de ligne: LMN en représente la coupe géométrale, faite à l'endroit le plus gros, perpendiculairement à la longueur. La plus grande largeur ef de cette coupe = 19 pouces 8 lignes; et la longueur AB du bateau = 6 pieds.

879. Voilà la plus grande partie des bateaux qui ont servi aux expériences dont il s'agit. J'en omets quelques-uns, parce que les expériences qui y sont relatives peuvent être suppléées par celles que j'ai faites sur le choc de roues à ailes, et que je rapporterai dans la suite. Je ne donne pas même toutes les expériences qui ont été faites avec les bateaux précédens; je me contente d'en prendre un nombre suffisant pour servir de bases certaines aux principes qu'il faut établir sur cette matière.

880. Dans les descriptions de ces bateaux, je n'ai point fait mention de la hauteur de la flottaison pour chacun d'eux : je marquerai cette hauteur dans le tableau des expériences; et pour abréger, je la désignerai constamment par la lettre F, accompagnée de sa valeur particulière, relative à chaque cas.

881. Il est évident que le bateau étant supposé en repos, le fluide est de niveau tout autour de lui; mais aussitôt qu'il commence à se mouvoir, on voit l'eau s'élever peu-à-peu au-devant de la proue, et y former une espèce de *remou* ou de proue fluide qui n'est pas de niveau avec le fluide latéral. La hauteur du remou au-dessus de la ligne primitive de flottaison, est plus grande vers le milieu de la proue que vers ses extrémités. Nous appellerons le remou de la première espèce, *remou central;* celui de la seconde, *remou latéral.* Quelquefois le remou latéral, précisément à la pointe de chaque angle ex-

trême de la proue, est plus bas que la ligne de flottaison; alors sa valeur est négative. Par la même cause, il se fait toujours vers la pouppe un creux dans l'eau, ou un remou négatif.

Nous avons ordinairement observé les remous vers la proue; mais quelques-unes de ces observations n'ont pas été faites avec toute l'attention possible; nous ne rapporterons que celles qui nous ont paru exactes. Je désignerai constamment le remou central par la lettre C, et le remou latéral par la lettre L, en y joignant, pour chaque cas, les valeurs particulières de ces quantités, lorsqu'elles auront été observées.

882. On comprend assez que l'un et l'autre remou doivent augmenter (et c'est ce qui arrive en effet), tant que la vitesse du corps s'accélère; mais lorsque le mouvement est parvenu à l'uniformité, les remous demeurent constamment les mêmes. On a donc par-là un moyen bien simple (si l'observation est faite très-exactement), de reconnoître si le mouvement est uniforme, indépendamment de la comparaison des espaces parcourus avec les temps correspondans.

De toutes les expériences qu'on va rapporter, il n'y en a aucune qui n'ait été répétée et vérifiée plusieurs fois avec toute l'attention possible: nous avons pris un milieu entre celles qui diffèrent très-peu entr'elles, et que nous jugions d'ailleurs fort exactes; toutes les autres qui n'avoient pas ce caractère ont été rejetées. Dans les expériences con-

servées, les différences des temps employés à parcourir 50 pieds, sont souvent au-dessous de 1 demi-seconde, et ne montent presque jamais à 1 seconde.

EXPÉRIENCES I, II, III, IV.

883. N°. 1. F = 1 pied.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 21 lig. L = 15 lig.	12	43,70
C = 26 lig. L = 19 lig.	16	38,37
C = 34 lig. L = 26 lig.	20	34,75
C = * L = *	24	32,16

EXPÉRIENCES V,..... VIII.

884. N°. 2. F = 1 pied.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 29 lig. L = 0	12	30,80
C = 36 lig. L = — *	16	27,25
C = 38 lig. L = — 4 lig.	20	24,50
C = 39 lig. L = — 6 lig.	24	23,40

EXPÉRIENCES IX,..... XIII.

885. N°. 3. $F = 1$ pied.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 18$ lig. $L = 15$ lig.	16	50,11
$C = 25$ lig. $L = 21$ lig.	24	44,54
$C = 36$ lig. $L = 26\frac{1}{2}$ lig.	32	38,80
$C = 37$ lig. $L = 30$ lig.	40	34,80
$C = 44$ lig. $L = 37$ lig.	48	32,33

EXPÉRIENCE XIV,..... XVIII.

886. N°. 4. $F = 1$ pied.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 16$ lig. $L = 7$ lig.	16	50,00
$C = 21$ lig. $L = 11$ lig.	20	43,50
$C = 27$ lig. $L = 17$ lig.	24	38,50
$C = 30$ lig. $L = 19$ lig.	28	37,00
$C = 34$ lig. $L = 22$ lig.	32	34,92

EXPÉRIENCES XIX,..... XXIII.

837. N°. 5. $F = 1$ pied.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 22$ lig. $L =$ *	16	42,68
$C = 24$ lig. $L = 12$ lig.	20	38,18
$C = 28$ lig. $L = 11$ lig.	24	35,56
$C = 33$ lig. $L = 9$ lig.	28	32,95
$C =$ * $L =$ *	32	31,60

EXPÉRIENCES XXIV,..... XXVIII.

888. N°. 6. $F = 1$ pied.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 22$ lig. $L =$ *	16	39,00
$C = 24$ lig. $L = 11$ lig.	20	35,75
$C = 27$ lig. $L =$ *	24	32,62
$C = 33$ lig. $L =$ *	28	30,37
$C = 38$ lig. $L =$ *	32	28,87

EXPÉRIENCES XXIX,..... XXXIII.

889. N°. 7. F = 1 pied.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 24 lig. L = 6 lig.	16	37,70
C = 29 lig. L = 0	20	33,45
C = 35 lig. L = *	24	30,70
C = 40 lig. L = *	28	28,50
C = 45 lig. L = *	32	27,60

EXPÉRIENCES XXXIV,..... XXXVIII.

890. N°. 8. F = 1 pied.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 29 lig. L = — 4 lig.	16	36,62
C = 33 lig. L = — 6 lig.	20	33,40
C = 38 lig. L = — *	24	30,81
C = 45 lig. L = — *	28	28,62
C = 52 lig. L = — *	32	27,00

EXPÉRIENCES XXXIX,..... XLIII.

891. N°. 9. $F = 7$ pouces 10 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24\frac{1}{2}$ lig. $L =$ *	16	41,75
$C = 32\frac{1}{2}$ lig. $L =$ *	20	37,80
$C = 38$ lig. $L =$ *	24	34,75
$C = 46$ lig. $L =$ *	30	32,50
$C = 50$ lig. $L =$ *	36	29,90

EXPÉRIENCES XLIV,..... XLVIII.

892. N°. 9. $F = 12$ pouces $5\frac{1}{2}$ lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 15$ lig. $L =$ *	16	52,00
$C = 18$ lig. $L =$ *	20	46,05
$C = 20\frac{1}{2}$ lig. $L =$ *	24	42,07
$C = 26$ lig. $L =$ *	30	37,25
$C = 32\frac{1}{2}$ lig. $L =$ *	35	35,18

EXPÉRIENCES XLIX,..... LIII.

893. N°. 9. $F =$ 15 pouces 10 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C =$ 15 lig. $L =$ *	20	50,75
$C =$ 18 lig. $L =$ *	24	46,50
$C =$ 24 lig. $L =$ *	32	41,00
$C =$ 33 lig. $L =$ *	40	36,50
$C =$ 39 lig. $L =$ *	48	33,69

EXPÉRIENCES LIV,..... LVIII.

894. N°. 10. $F =$ 7 pouces 10 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C =$ 23 lig. $L =$ *	12	38,18
$C =$ 28 lig. $L =$ 10 lig.	14	35,37
$C =$ 30 lig. $L =$ 12 lig.	16	33,90
$C =$ 35 lig. $L =$ *	18	31,95
$C =$ 39 lig. $L =$ *	20	30,45

EXPÉRIENCES LIX,..... LXIII.

895. N°. 10. $F =$ 12 pouces 5 $\frac{1}{2}$ lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C =$ 16 lig. $L =$ 2 lig.	12	47,90
$C =$ 24 lig. $L =$ 5 lig.	16	42,06
$C =$ 30 lig. $L =$ 8 lig.	20	37,68
$C =$ 36 lig. $L =$ 10 lig.	24	34,90
$C =$ 39 $\frac{1}{2}$ lig. $L =$ *	28	32,37

EXPÉRIENCES LXIV,..... LXVIII.

896. N°. 10. $F =$ 15 pouces 10 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C =$ 11 lig. $L =$ *	12	54,60
$C =$ 15 $\frac{1}{2}$ lig. $L =$ 0	16	47,20
$C =$ 18 $\frac{1}{2}$ lig. $L =$ *	20	42,00
$C =$ 20 lig. $L =$ *	22	40,25
$C =$ 23 lig. $L =$ *	24	38,40

EXPÉRIENCES LXIX,..... LXXIII.

897. N°. 11. $F = 7$ pouces 10 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 32$ lig. $L = *$	14	32,12
$C = 36$ lig. $L = *$	16	30,41
$C = 40$ lig. $L = *$	18	29,20
$C = 44$ lig. $L = *$	20	28,10
$C = 50$ lig. $L = *$	24	26,25

EXPÉRIENCES LXXIV,..... LXXVIII.

898. N°. 11. $F = 12$ pouces $5\frac{1}{2}$ lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 18$ lig. $L = -2$ lig.	12	42,85
$C = 24$ lig. $L = *$	16	37,15
$C = 35$ lig. $L = *$	20	34,00
$C = 40$ lig. $L = *$	24	31,10
$C = 45$ lig. $L = *$	28	29,30

EXPÉRIENCES LXXIX,..... LXXXIII.

899. N°. 11. $F =$ 15 pouces 10 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C =$ * $L =$ *	12	46,87
$C =$ * $L =$ *	14	44,00
$C =$ 18 lig. $L =$ — 5 lig.	16	41,50
$C =$ 24 lig. $L =$ *	18	39,12
$C =$ 30 lig. $L =$ *	20	36,94

EXPÉRIENCES LXXXIV,..... LXXXVII.

900 N°. 12. $F =$ 7 pouces 10 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C =$ 26 lig. $L =$ *	12	36,00
$C =$ 33 lig. $L =$ *	16	32,20
$C =$ 40 lig. $L =$ *	20	29,60
$C =$ 46 lig. $L =$ *	24	27,40

EXPÉRIENCES LXXXVIII,..... XCI.

901. N°. 12. $F =$ 12 pouces 5 $\frac{1}{2}$ lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C =$ 20 lig. $L = *$	12	44,00
$C =$ 26 lig. $L = *$	16	38,50
$C =$ 32 lig. $L = *$	20	35,40
$C =$ 38 lig. $L = *$	24	32,69

EXPÉRIENCES XCII, XCIII.

902. N°. 12. $F =$ 15 pouc. 10 l.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C =$ 15 lig. $L = *$	12	49,31
$C =$ 20 lig. $L = *$	16	42,62

EXPÉRIENCES XCIV,..... XCIX.

903. N°. 13. F = 12 pouc. 8 l.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 18 lig. L = *	12	54,65
C = 22 lig. L = *	16	47,94
C = 26 $\frac{1}{2}$ lig. L = *	20	43,14
C = 30 lig. L = *	24	38,92
C = 36 lig. L = *	30	34,82
C = 42 lig. L = *	36	32,72

EXPÉRIENCES C,..... CV.

904. N°. 13. F = 15 pouc. 11 l.	*Poids moteurs, exprimés en marcs*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 11 lig. L = *	10	65,56
C = 13 lig. L = *	12	60,70
C = 18 lig. L = *	16	53,05
C = 22 lig. L = *	20	47,67
C = 27 lig. L = *	24	43,06
C = 33 lig. L = *	30	39,25

EXPÉRIENCES CVI, CVII, CVIII.

905. N°. 14. $F = 12$ pouc. 8 l.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 30$ lig. $L = *$	8	31,18
$C = 38$ lig. $L = *$	10	27,90
$C = 48$ lig. $L = *$	12	26,50

EXPÉRIENCES CIX, CX, CXI.

906. N°. 14. $F = 15$ pouces 11 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 33$ lig. $L = *$	8	36,69
$C = 36\frac{1}{2}$ lig. $L = *$	10	32,90
$C = 40$ lig. $L = *$	12	30,75

RÉFLEXIONS.

907. J'ai déjà comparé, dans le chapitre précédent, la théorie ordinaire de la percussion ou résistance des fluides avec l'expérience. Ici je vais traiter encore le même sujet; mais sous un autre point

de vue, et dans un ordre différent, à raison de la diversité des expériences. On trouvera dans cette nouvelle discussion plusieurs remarques importantes que l'on n'avoit point faites, parce qu'on n'avoit pas les expériences qui les ont fait naître et qui en démontrent la justesse.

PREMIÈRE QUESTION.

En quel rapport varient les résistances d'un même corps mu avec différentes vitesses?

908. Observons d'abord que le poids moteur, en descendant, commence par mettre en mouvement la masse du bateau et celle de la corde; et que de plus il surmonte la résistance de l'eau, le frottement, et la résistance que la partie du bateau, extérieur au fluide, éprouve de la part de l'air. Dans les premiers instans le mouvement du bateau s'accélère; mais bientôt il parvient à l'uniformité: alors ce mouvement se perpétue par lui-même, et le poids moteur n'a plus à vaincre à chaque instant que la résistance de l'eau, le frottement et la résistance de l'air. Je le considère en cet état, seul objet d'utilité.

909. Des trois résistances que le poids moteur surmonte, la première est de beaucoup la plus considérable; la résistance de l'air peut même être entièrement négligée dans la plupart des cas, puisque l'air est environ 850 fois moins dense que l'eau, et que la partie du bateau, extérieure à l'eau n'a ja-

mais une grande étendue. Quant au frottement, si l'on suppose (ce qui est sensiblement vrai), qu'il soit proportionnel au poids moteur; on verra que les poids moteurs, diminués des effets des frottemens, sont entr'eux comme les poids non diminués, puisqu'on a la proportion $p - \frac{p}{m} : p' - \frac{p'}{m} :: p : p'$, dans laquelle le nombre m, constant ou sensiblement tel, exprime le rapport de la pression au frottement, tandis que p ou p' représente la pression absolue. D'où il suit que dans cette hypothèse les différens poids moteurs effectivement employés à mouvoir un même bateau, seront entr'eux, au moins sensiblement, comme les différentes résistances que ce corps éprouve en divisant l'eau.

910. Suivant la théorie, les résistances qu'éprouve un même corps mu avec différentes vitesses, sont entr'elles comme les quarrés de ces vitesses, ou comme les quarrés inverses des temps employés à parcourir un même espace; ce qui étant supposé vrai, lorsqu'on néglige le frottement, l'est encore lorsqu'on le regarde comme proportionnel au poids moteur. Ainsi, en nommant p et p' deux poids moteurs pour un même bateau, t et t' les temps correspondans que ce bateau employe à parcourir un même espace, on a $p : p' :: t'^2 : t^2$, ou bien $\sqrt{p} : \sqrt{p'} :: t' : t$. Or, cette même proportion a aussi lieu à-peu-près, suivant l'expérience, comme on pourra le reconnoître, en comparant deux à deux les expériences rapportées dans les tableaux précé-

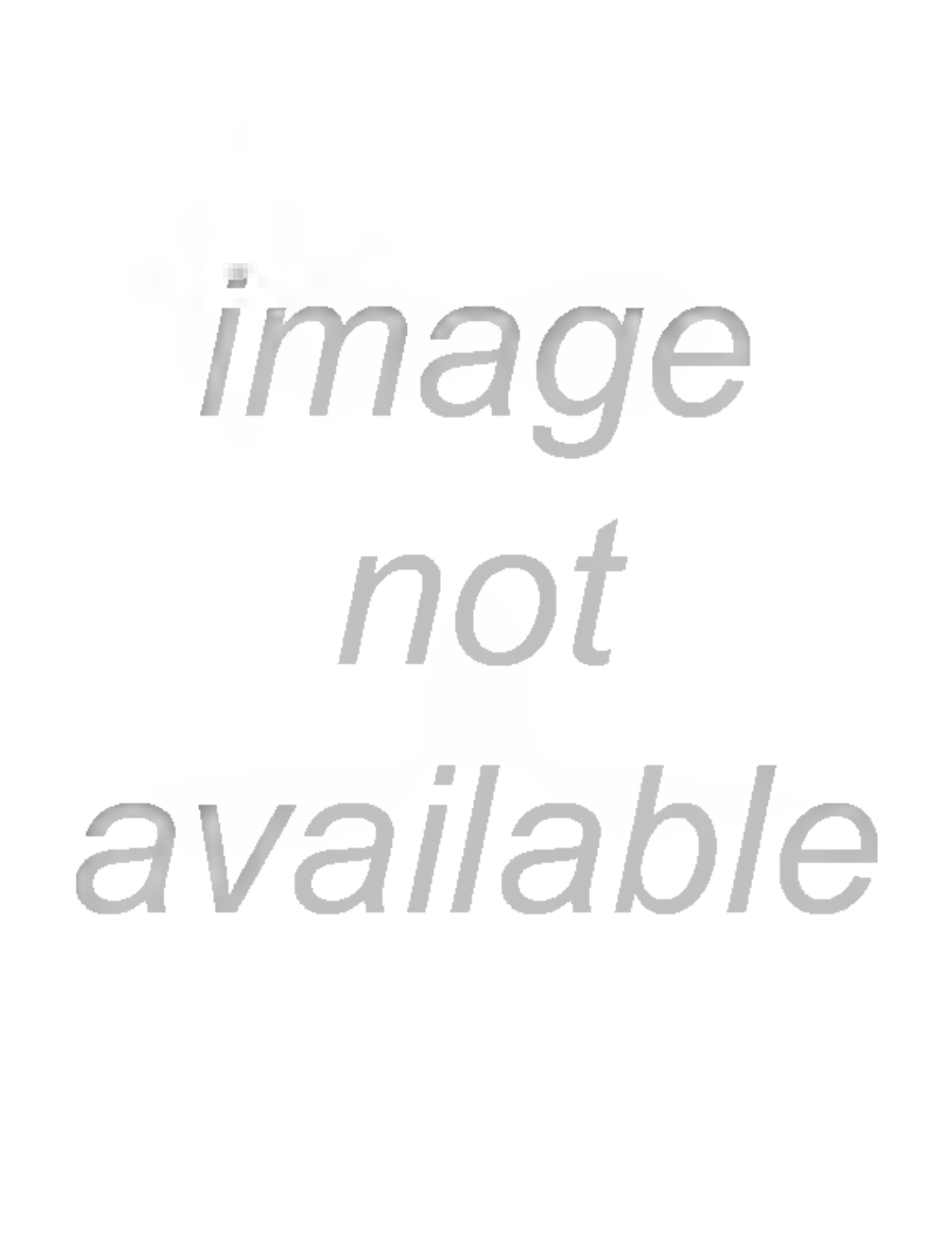


image
not
available

$t = 30,80$; $t' = 27,25$. La proportion donne, $t' = 26,67$.

IX. Expériences V et VII, $p = 12$; $p' = 20$; $t = 30,80$; $t' = 24,50$. La proportion donne, $t' = 23,86$.

X. Expériences V et VIII, $p = 12$; $p' = 24$; $t = 80,80$; $t' = 23,40$. La proportion donne, $t' = 21,78$.

XI. Expériences XIX et XX, $p = 16$, $p' = 20$; $t = 42,68$; $t' = 38,18$. La proportion donne, $t' = 38,16$.

XII. Expériences XIX et XXI, $p = 16$; $p' = 24$; $t = 42,68$; $t' = 35,56$. La proportion donne, $t' = 34,85$.

XIII. Expériences XIX et XXII, $p = 16$; $p' = 28$; $t = 42,68$; $t' = 32,95$. La proportion donne, $t' = 32,27$.

XIV. Expériences XIX et XXIII, $p = 16$; $p' = 32$; $t = 42,68$; $t' = 31,60$. La proportion donne, $t' = 30,18$.

XV. Expériences CVI et CVII, $p = 8$; $p' = 10$; $t = 31,18$; $t' = 27,90$. La proportion donne, $t' = 27,88$.

XVI. Expériences CVI et CVIII, $p = 8$; $p' = 12$; $t = 31,18$; $t' = 26,50$. La proportion donne, $t' = 25,46$.

XVII. Expériences CIX et CX, $p = 8$; $p' = 10$; $t = 36,69$; $t' = 32,90$. La proportion donne, $t' = 32,81$.

XVIII. Expériences CIX et CXI, $p = 8$; $p' =$

12 ; $t = 36,69$; $t' = 30,75$. La proportion donne, $t' = 29,96$.

912. Sans multiplier davantage ces calculs, on voit que les résistances d'une même surface, mue avec différentes vitesses, dans un fluide indéfini, suivent à-peu près la raison des quarrés des vitesses. Cette loi s'observe tant pour la résistance directe, que pour les résistances qui viennent des chocs contre des surfaces angulaires, ou contre des surfaces courbes. Il faut cependant remarquer qu'à mesure que le poids moteur augmente, le temps du mouvement diminue un peu moins, suivant l'expérience, qu'il ne devroit diminuer, suivant la proportion, $\sqrt{p} : \sqrt{p'} :: t' : t$; ou ce qui revient au même, que la résistance augmente en plus grand rapport que le quarré de la vitesse. La cause physique de cette augmentation de rapport est facile à trouver ; car aussitôt que le corps flottant vient à se mouvoir, le fluide est obligé de se diviser et de céder pour lui faire place. Or l'eau ne peut pas se prêter en un instant indivisible au mouvement du bateau. Dans le commencement de ce mouvement, la vitesse s'accélère par degrés. Tant qu'elle est fort petite, l'eau se détourne facilement, et coule le long des parois du corps flottant ; de manière que le fluide demeure de niveau, au moins sensiblement, de l'avant à l'arrière du corps dont il s'agit. Mais à mesure que la vitesse augmente, le fluide a plus de peine à se détourner ; il s'amoncèle au-devant de la proue ; il y forme une espèce de proue fluide qui a

plus ou moins d'étendue, selon que la vitesse est plus ou moins grande, et que la proue solide a plus ou moins de largeur. De plus, le fluide s'abaisse vers la partie postérieure du bateau. Ce double effet est d'autant plus sensible, toutes choses d'ailleurs égales, que la vitesse est plus grande. Ainsi l'augmentation de vitesse doit faire augmenter la résistance que le bateau éprouve à diviser le fluide.

Il en est de même pour la résistance des corps qui se meuvent dans des fluides où ils sont entièrement plongés. Par exemple, la résistance qu'éprouve un boulet de canon à fendre l'air, doit augmenter en plus grande raison que le quarré de sa vitesse. En effet, plus le boulet va vîte, plus l'air déplacé par la partie antérieure, a de difficultés à couler par les côtés, et à venir remplir le vuide qui se forme à chaque instant vers la partie postérieure.

SECONDE QUESTION.

En quel rapport varient les résistances de différentes surfaces planes choquées directement avec une même vîtesse ?

913. Soient p et p' les résistances perpendiculaires, absolues ou comparatives, de deux plans A et B; V et u les vitesses uniformes de ces deux plans; t et t' les temps qu'ils emploient à parcourir un même espace. On a; suivant la théorie, $p : p' :: AV^2 : Bu^2$: ou, $p : p' :: At'^2 : Bt^2$; ou, $\sqrt{p} : \sqrt{p'} :: t'\sqrt{A} : t\sqrt{B}$. Nous allons examiner si cette proportion a lieu aussi, suivant l'expérience.

914. Je distingue deux cas dans cette recherche : le premier, lorsque les deux plans choqués par le fluide, y sont également enfoncés; le second, lorsque les enfoncemens sont différens; car il peut se faire que la loi de la résistance ne soit pas exactement la même pour deux plans qui diffèrent en largeur, que pour deux plans qui diffèrent en hauteur.

915. Ier. CAS. Comparons la résistance du bateau N°. 1, avec celles du bateau N°. 3, et du bateau N°. 9, seconde flottaison. Les enfoncemens des Nos. 1 et 3 sont les mêmes; et les surfaces que ces bateaux présentent au choc du fluide, sont entr'elles comme 1 et 2. Les enfoncemens des bateaux N°. 1 et N°. 9, seconde flottaison, sont peu différens, le premier étant de 1 pied, le second, de 1 pied 5 $\frac{1}{2}$ lignes; cette différence est trop petite pour pouvoir introduire à cet égard quelque variation sensible dans le rapport des résistances; les surfaces que ces bateaux présentent au choc du fluide, sont entr'elles comme 1000 et 1702, à-peu-près.

Les deux expériences que je compare dans chacun des calculs suivans, sont toujours choisies de manière que les temps des mouvemens diffèrent peu l'un de l'autre, afin que la variation de la résistance, qui peut être relative à la variation des vitesses, n'ait pas d'influence sensible sur le résultat que je cherche en ce moment.

916. I. Expériences I et X, $p = 12$; $p' = 24$;

$t = 43,70$; $t' = 44,54$. En regardant t' comme l'inconnue, la proportion énoncée ci-dessus, donne, $t' = t = 43,70$.

II. Expériences II et XI, $p = 16$; $p' = 32$; $t = 38,37$; $t' = 38,80$. La proportion donne, $t' = t$.

III. Expériences III et XII, $p = 20$; $p' = 40$; $t = 34,75$; $t' = 34,80$. La proportion donne, $t' = t$.

IV. Expériences IV et XIII, $p = 24$; $p' = 48$; $t = 32,16$; $t' = 32,33$. La proportion donne, $t' = t$.

V. Expériences I. et XLVI, $p = 12$; $p' = 24$; $t = 43,70$; $t' = 42,07$. La proportion donne, $t' = 40,31$.

VI. Expériences II et XLVII, $p = 16$; $p' = 30$; $t = 38,37$; $t' = 37,25$. La proportion donne, $t' = 36,56$.

VII. Expériences III et XLVIII, $p = 20$; $p' = 35$; $t = 34,75$; $t' = 35,18$. La proportion donne, $t' = 34,27$.

917. Il suit des calculs précédens (et tous les autres de ce genre, donneroient le même résultat), que pour des surfaces planes, également enfoncées dans le fluide, et qui ne diffèrent que par les largeurs, la résistance directe et perpendiculaire, sous même vîtesse, est sensiblement proportionnelle à l'étendue de la surface qui est plongée dans l'eau au premier instant du mouvement. Je dis *sensiblement*, car la résistance augmente dans un rapport un peu plus grand que n'augmente l'étendue de la surface. En effet, plus la surface est grande, plus

l'eau qu'elle pousse continuellement devant elle a de peine à se détourner et à se remettre de niveau avec le reste du fluide; ce qui doit augmenter la résistance.

918. Nous avons déjà observé (912) qu'en même temps que le fluide s'élève au-devant de la proue du vaisseau, il s'abaisse vers sa partie postérieure. Il y a donc, de l'avant à l'arrière du bateau, une différence de niveau du fluide, laquelle est produite par deux causes, par l'élévation de l'eau au-devant de la proue, et par son abaissement vers la poupe. Si l'on connoissoit le rapport de l'élévation à l'abaissement, on connoîtroit la surface que le corps doit être censé présenter au choc du fluide; et par-là on seroit en état de décider pleinement si, toutes choses d'ailleurs égales, les résistances suivent la loi des surfaces, ou de combien elles s'écartent de cette loi. Mais le rapport dont il s'agit est très-difficile à déterminer avec une précision suffisante. Il dépend de plusieurs élémens qui se compliquent mutuellement : tels sont l'étendue de la proue, sa figure, celle de la poupe, la longueur du bateau, sa forme postérieure, et sur-tout sa vîtesse. Nous avons trouvé en général, dans les expériences précédentes, que l'enfoncement étoit moindre que l'élévation.

919. D'après cette dernière remarque, ayant fait des calculs pareils à ceux de l'article 916, mais en supposant que l'abaissement fût, par exemple, les deux tiers de l'élévation, ou ce qui revient au même,

que le bateau fût dans le même cas que si le remou central à l'avant étoit les cinq tiers de celui qui a été observé, et que l'eau s'élevât vers la poupe jusqu'à la ligne primitive de flottaison; j'ai trouvé que les résistances calculées de cette manière approchent beaucoup de celles qui ont été déterminées immédiatement par l'expérience. Je ne rapporte pas ces calculs, qui sont un peu hypothétiques; je me contente d'observer que de nouvelles expériences, faites avec le plus grand soin, sur la différence des remous de l'avant et de l'arrière d'un corps flottant, pourroient fournir des vues utiles pour perfectionner la théorie de la résistance des fluides.

920. IIme. CAS. Le bateau N°. 9, par ses trois lignes de flottaison, nous donne trois surfaces planes qui ont la même largeur et qui ne diffèrent que par les profondeurs. Ces trois surfaces enfoncées dans le fluide sont entr'elles comme les nombres 940, 1495, 1900. Faisons à ce sujet quelques calculs analogues à ceux de l'article 916.

921. I. Expériences XXXIX et XLVI, $p = 16$; $p' = 24$; $t = 41,75$; $t' = 42,07$. La proportion de l'article 913 donne, $t' = 42,99$.

II. Expériences XL et XLVII, $p = 20$; $p' = 30$; $t = 37,80$; $t' = 37,25$. La proportion donne, $t' = 38,92$.

III. Expériences XLI et XLVIII, $p = 24$; $p' = 35$; $t = 34,75$; $t' = 35,18$. La proportion donne, $t' = 36,29$.

IV. Expériences XLIV et XLIX, $p = 16$; $p' = 20$; $t = 52,00$; $t' = 50,75$. La proportion donne, $t' = 52,44$.

V. Expériences XLV et L, $p = 20$; $p' = 24$; $t = 46,05$; $t' = 46,50$. La proportion donne, $t' = 47,39$.

VI. Expériences XLV et LI, $p = 24$; $p' = 32$; $t = 42,07$; $t' = 41,00$. La proportion donne, $t' = 40,03$.

VII. Expériences XLVII et LII, $p = 30$; $p = 40$; $t = 37,25$; $t' = 36,50$. La proportion donne, $t' = 36,37$.

VIII. Expériences XLVIII et LIII, $p = 35$; $p' = 48$; $t = 35,18$; $t' = 33,69$. La proportion donne, $t' = 33,86$.

922. On voit, par ces calculs, que les résistances des surfaces inégalement enfoncées dans l'eau, suivent aussi à-peu-près, sous la même vîtesse, la raison des surfaces. Il y a cependant ici une petite variation qui paroît aller dans un ordre opposé à celui de la variation des résistances des surfaces également enfoncées. Pour celles-ci, la vîtesse étant la même, la résistance augmente en plus grande raison que la surface primitivement enfoncée dans le fluide; pour celles-là, il arrive tout le contraire. De-là nous devons conclure qu'en ayant simplement égard à la surface présentée au choc du fluide, et tout étant d'ailleurs le même, les corps entièrement submergés doivent éprouver une résistance

un peu moindre que celles des corps qui ne le sont qu'en partie.

923. La vîtesse étant supposée la même, le remou doit être aussi le même. Ainsi, dans cette hypothèse, plus le corps s'enfonce dans le fluide, moins l'augmentation de résistance produite par le remou doit être sensible. De-là vient qu'en concluant d'un enfoncement à un autre plus grand, le temps du mouvement, relatif au second, se trouve en général un peu plus long que l'expérience ne le donne. Si l'on fait entrer la considération des remous dans le calcul des résistances, comme nous l'avons indiqué (919), le rapport des résistances, suivant l'expérience, se rapprochera fort de celui que la théorie donne.

TROISIÈME QUESTION.

En quel rapport varient les résistances des surfaces angulaires ou courbes?

924. Lorsqu'un triangle isocèle, qui se meut suivant la direction de sa hauteur, présente sa pointe au choc d'un fluide, il éprouve, selon la théorie (370), une résistance qui est à celle qu'éprouveroit directement sa base, sous même vîtesse, comme le quarré de la base est au quadruple du quarré de l'un des côtés. Et si les vîtesses ne sont pas les mêmes, les quarrés de ces vîtesses entreront dans le rapport des résistances. Ainsi, en nommant B la base du triangle; p la résistance directe que cette base éprouve quand elle frappe l'eau avec la vîtesse V;

C l'un des côtés du triangle; p' la résistance que le triangle éprouve de la part de l'eau dans le sens de sa hauteur, quand il se meut avec la vîtesse u; t et t' les temps employés, dans les deux cas, à parcourir un même espace : on aura, $p : p' :: 4\,C^2 \times V^2 : B^2 \times u^2$; ou $p : p' :: 4\,C^2 \times t'^2 : B^2 \times t^2$; ou, $V p : V p' :: 2\,C \times t' : B \times t$. Voyons si cette proportion a lieu aussi, suivant l'expérience.

Je prendrai, dans chaque comparaison, des bateaux qui aient même largeur et même enfoncement dans le fluide, afin que la lettre B représente la même chose d'une expérience à l'autre. De plus, j'exprimerai les quantités B et C par les nombres auxquels elles sont proportionnelles.

925. I. Expériences X et XIX, $B = 2000$; $C = 1414$; $p = 24$; $p' = 16$; $t = 44,54$; $t' = 42,68$. En regardant t' comme l'inconnue, la proportion donne, $t' = 38,57$.

II. Expériences XI et XX, $B = 2000$; $C = 1414$; $p = 32$; $p' = 20$; $t = 38,80$; $t' = 38,18$. La proportion donne, $t' = 34,70$.

III. Expériences XII et XXI, $B = 2000$; $C = 1414$; $p = 40$; $p' = 24$; $t = 34,80$; $t' = 35,56$. La proportion donne, $t' = 31,76$.

IV. Expériences XIII et XXII, $B = 2000$; $C = 1414$; $p = 48$; $p' = 28$; $t = 32,33$; $t' = 32,95$. La proportion donne, $t' = 29,93$.

V. Expériences XI et XXXIV, $B = 2000$; $C = 2692$; $p = 32$; $p' = 16$; $t = 38,80$; $t' = 36,62$. La proportion donne, $t' = 20,38$.

VI.

VI. Expériences XII et XXXV, $B = 2000$; $C = 2692$; $p = 40$; $p' = 20$; $t = 34,80$; $t' = 33,40$. La proportion donne, $t' = 18,28$.

VII. Expériences XIII et XXXVI, $B = 2000$; $C = 2692$; $p = 48$; $p' = 24$; $t = 32,33$; $t' = 30,81$. La proportion donne, $t' = 16,98$.

926. Il résulte de ces calculs que dans les chocs obliques, le temps du mouvement diminue moins, suivant l'expérience, qu'il ne devroit diminuer suivant la théorie, ou que la résistance effective est plus grande que la résistance théorique. Plus l'angle d'incidence du fluide sur le plan diminue, plus l'expérience s'éloigne de la théorie. Et comme la raison du quarré des vîtesses entre assez exactement (912) dans les mesures des résistances pour toutes sortes de corps, nous devons conclure que la non-conformité de l'expérience avec la théorie dans les chocs obliques, vient de ce qu'on y suppose que la résistance résultante perpendiculairement contre un plan qui est choqué obliquement, diminue, toutes choses d'ailleurs égales, comme le quarré du sinus de l'angle d'incidence; ce qui ne peut avoir lieu qu'imparfaitement, et ce qui doit d'autant plus s'écarter de la vérité, que le choc devient plus oblique.

Les remous ne peuvent être ici d'aucun secours sensible pour rapprocher l'expérience de la théorie.

927. Il est facile d'introduire en général, dans l'expression des résistances obliques, au lieu du

quarré du sinus de l'angle d'incidence, toute autre puissance du même sinus. Reprenons, pour nous borner au sujet présent, la proportion, $p : p' :: 4\,C^2 \times V^2 : B^2 \times u^2$; ou, $p : p' :: C^2 \times V^2 : \frac{B^2}{4} \times u^2$. Le rapport de C^2 à $\frac{B^2}{4}$ étant évidemment le même que celui du quarré du sinus total au quarré du sinus de l'angle d'incidence; si, à la place du quarré, nous substituons toute autre puissance n, nous aurons, $p : p' :: C^n \times V^2 : \left(\frac{B}{2}\right)^n \times u^2$; ou $p : p' :: (2\,C)^n \times V^2 : B^n \times u^2$; d'où l'on tire, $n = \frac{l.p - l.p' + 2\,l.u - 2\,l.V}{l.2C - l.B}$. Mais la valeur qu'on trouve pour l'exposant n, au moyen d'une paire d'expériences, ne convient pas aux autres comparaisons analogues. Ainsi cette manière d'expliquer la loi des résistances n'est pas admissible: nous en proposerons dans la suite une autre, qui satisfait à un très-grand nombre de cas.

928. La loi des résistances des surfaces courbes est encore plus difficile à découvrir. En comparant, par exemple, l'expérience LXXXIX avec l'expérience XLVI, on voit que pour une même vîtesse, la résistance d'une proue cylindrique est moindre que les deux tiers de la résistance d'une proue rectangulaire de même largeur et de même profondeur, puisque sous les poids moteurs 16 et 24, le temps 38,50 correspondant au poids 16, est

moindre que le temps 42,07, correspondant au poids 24. Or, suivant la théorie (374), la résistance de la proue cylindrique devroit être exactement les deux tiers de la résistance de la proue rectangulaire. Concluons donc que l'expérience s'écarte de la théorie, mais dans un ordre opposé à celui des résistances des proues angulaires rectilignes par rapport aux résistances des proues planes, puisque les résistances des proues angulaires rectilignes diminuent moins par rapport aux résistances des proues planes, qu'elles ne devroient diminuer suivant la théorie.

929. Dans les vaisseaux flottans à la mer, on observe que la diversité des figures de la proue ne produit que de légères différences dans le rapport des résistances. En comparant les expériences faites avec le bateau N°. 13, et les expériences faites avec le bateau N°. 14, on trouve que pour une même vîtesse, la résistance qu'éprouve un vaisseau de la forme du bateau N°. 14, est environ la cinquième partie de la résistance directe et perpendiculaire qu'éprouveroit son maître couple.

QUATRIÈME QUESTION.

Quelle est la mesure absolue de la résistance perpendiculaire et directe?

930. Soient s^2 l'étendue d'une surface plane, exposée au choc perpendiculaire de l'eau; h la hauteur dûe à la vîtesse du choc; R le poids qui mesure ce même choc; q^3 le volume d'un pied cube d'eau, q représentant le pied linéaire. On sait que

le pied cube d'eau ordinaire pèse 70 livres : ainsi le poids du volume d'eau $h s^2$ sera $\frac{h s^2}{q^3} \times 70$ livres. Il s'agit de trouver par l'expérience le rapport des deux poids R et $\frac{h s^2}{q^3} \times 70$.

931. En faisant abstraction du frottement, et de la résistance que le bateau éprouve de la part du choc de l'air contre sa partie extérieure à l'eau, je trouve, par exemple, par l'expérience X, qui est relative au bateau N°. 3, je trouve, dis-je, $R = 24$ marcs $=$ 12 livres ; $s^2 = 2\,q^2$; et par les loix du mouvement uniformément accéléré, $h = 1$ pouce $\frac{1}{2}$ ligne. D'où il résulte, en faisant les substitutions, que le poids $\frac{h s^2}{q^3} \times 70$ livres, vaut à-peu-près 11 $\frac{1}{2}$ livres. Il s'en faut donc peu de chose que le poids $\frac{h s^2}{q^3} \times 70$ livres soit égal au poids R. La différence peut être attribuée au frottement et à la résistance de l'air. Ainsi, *la résistance qu'éprouve une surface plane qui frappe directement et perpendiculairement un fluide, est égale, du moins sensiblement, au poids d'une colonne de ce fluide, qui a pour base la surface choquée, et pour hauteur la hauteur dûe à la vîtesse avec laquelle se fait la percussion.*

Cette loi, vérifiée par l'exemple précédent, aura nécessairement lieu pour tous les autres cas, puisque nous avons trouvé d'ailleurs en général, que

les résistances directes et perpendiculaires des surfaces planes sont comme les produits de ces surfaces par les quarrés des vitesses.

932. J'ai cherché à reconnoître à-peu-près les quantités pour lesquelles la résistance de l'air et le frottement entrent dans les poids moteurs de nos bateaux. La résistance de l'air, qu'on peut toujours déterminer au moyen de la loi précédente, quand on connoît la surface que le bateau présente au choc de ce fluide, se trouve si petite dans la plupart de nos expériences, et en particulier dans celle que nous venons d'employer, qu'il est permis de la négliger entièrement sans craindre d'erreur sensible. Quant au frottement, il mérite un peu plus d'attention. Voici comment je l'ai mesuré.

933. On a fait suspendre à la poulie, qui est fixée au haut du mât, plusieurs paires de poids égaux au moyen du cordon qui a servi pour nos expériences. La longueur du cordon compris maintenant entre les deux poids, est de 152 pieds; son poids est de 12 onces à-peu-près. Ensuite on a ajouté à l'un des poids suspendus un autre petit poids, simplement suffisant pour rompre l'équilibre, et qu'on doit regarder comme la mesure du frottement. Le rayon de la poulie, augmenté de celui du cordon, est au rayon du tourillon, à-peu-près dans le rapport de 31 à 2.

Sans rapporter toutes les expériences qui ont été faites à ce sujet, arrêtons-nous à celle qui est

relative à l'exemple de l'article 931. Les deux principaux poids suspendus sont chacun de 12 livres, et le poids additionnel est de 5 onces 2 gros. Ce petit poids exprime le frottement pour la poulie supérieure. Il faut encore avoir égard au frottement de la poulie inférieure; mais celui-ci est un peu moindre que l'autre, parce que les deux cordons, pour la poulie inférieure, forment entr'eux un angle droit. Tout considéré, j'estime que le poids moteur qui est simplement nécessaire pour vaincre la résistance de l'eau, et qui par conséquent exprime la mesure de cette résistance, est de 186 onces, ou de 11 $\frac{5}{6}$ livres; ce qui confirme pleinement les résultats de l'article 931.

En regardant les frottemens comme proportionnels aux pressions, les rapports des résistances, abstraction faite du frottement, demeurent encore les mêmes quand on y a égard, comme nous l'avons déjà remarqué.

934. Un bateau qui divise l'eau, éprouve encore une autre espèce de résistance, je veux dire celle qui naît de la ténacité du fluide. On a cherché à la déterminer, en mesurant, par un poids, la force qu'il faut employer pour mettre en mouvement un corps en repos, flottant sur un fluide; et on a observé que du moment que le frottement est vaincu, la plus légère force met le bateau en mouvement; d'où nous devons conclure que la ténacité de l'eau est extrêmement petite, et que cette résistance doit être regardée comme nulle par rapport à celle qui provient du choc, ou de l'inertie de l'eau.

935. Il en est de même du frottement de l'eau le long des parois et du fond du bateau. Ce frottement est très-léger, et son effet ne peut pas être démêlé d'avec celui du frottement des poulies ou de la résistance de l'air, à moins que le bateau n'eût une très-grande longueur. Il y a plus : de deux bateaux qui présentent la même surface au choc du fluide, le plus long (pourvu néanmoins que la différence ne soit pas excessive) éprouve moins de résistance que l'autre. La raison de cet effet constant par l'expérience, est qu'un corps en mouvement sur un fluide, doit avoir une certaine longueur, pour que le creux qui se forme dans le fluide, vers sa partie postérieure, puisse être rempli ou diminué par le fluide latéral; et que par le refoulement de l'eau, la différence de son niveau, de l'avant à l'arrière du corps flottant, soit moins grande. Je reviendrai encore dans la suite sur cet objet important.

Conclusion générale de ce Chapitre.

936. Il résulte de tout ce qui a été dit dans le cours de ce chapitre,

1°. Que les résistances d'un même corps, de figure quelconque, qui divise un fluide avec différentes vitesses, sont sensiblement proportionnelles aux quarrés de ces vitesses; ce qui est suffisamment conforme à la théorie.

2°. Que les résistances directes et perpendiculaires des surfaces planes sont sensiblement proportion-

nelles (pour une même vitesse) aux étendues de ces surfaces; ce qui est encore assez conforme à la théorie.

3°. Que les résistances qui proviennent des mouvemens obliques, ne diminuent pas, à beaucoup près, toutes choses d'ailleurs égales, dans la raison des quarrés des sinus des angles d'incidence; que par conséquent sur ce troisième point, la théorie ordinaire de la résistance des fluides doit être entièrement abandonnée, lorsque les angles d'incidence sont petits, puisqu'alors elle donneroit nécessairement des résultats très-fautifs. On voit aussi qu'elle ne peut pas être employée pour trouver le *solide de la moindre résistance*, ni en général pour déterminer aucune courbe propre à remplir un objet proposé; puisque dans ces sortes de problèmes, la loi de la courbure est un élément inconnu. Mais pour les cas où les angles d'incidence seroient grands, comme dans l'intervalle de 50 à 90 degrés, on peut employer la théorie ordinaire, comme un moyen d'approximation, en observant qu'elle donnera pour les résistances, des quantités un peu moindres qu'on ne les trouveroit par l'expérience, et d'autant moindres que les angles s'éloigneront davantage de 90 degrés.

4°. Que la mesure de la résistance directe et perpendiculaire d'une surface plane dans un fluide indéfini, est le poids d'une colonne du fluide, qui a pour base cette surface et pour hauteur la hauteur dûe à la vitesse.

La résistance ou la percussion est plus grande, et à-peu-près double dans un coursier qui conduit l'eau contre les ailes d'une roue.

Quand un bateau se meut dans un canal étroit et peu profond, la résistance varie entre des limites quelquefois fort éloignées, comme on le verra dans le chapitre suivant.

5°. Que la ténacité de l'eau est une force que l'on doit regarder comme infiniment petite ou comme nulle par rapport à celle que le bateau éprouve en frappant l'eau, sur-tout quand la vîtesse est un peu sensible.

CHAPITRE XVI.

Expériences et Réflexions sur la résistance des fluides dans des canaux étroits.

937. LA question de la résistance des fluides dans des canaux étroits, pouvoit être regardée comme nouvelle, lorsque nous entreprîmes de la traiter par l'expérience, en 1775. Il est vrai que Franklin *, dans un voyage sur les canaux de Hollande, ayant entendu dire aux bateliers que le bateau éprouvoit d'autant plus de difficulté à marcher, que les eaux du canal étoient plus basses, voulut reconnoître lui-même si cette assertion étoit vraie. Pour cela, il fit courir un petit bateau, de 6 pouces de longueur sur $2\frac{1}{4}$ pouces de largeur et autant de profondeur, dans un canal qui avoit 5 à 6 pouces de largeur sur 14 pieds de longueur, et dont on faisoit varier la profondeur, en haussant ou baissant une planche horizontale qui en étoit censée former le fond. Mais comme, selon son propre récit, Franklin n'avoit point alors de montre à secondes pour mesurer avec précision le temps du mouvement du bateau, il comptoit le plus vîte qu'il pouvoit avec la voix, ayant soin de marquer par ses doigts la suite des

* Voyez l'édition françoise de ses Œuvres, *Tome II*, p. 237.

nombres prononcés, et de répéter suffisamment une même expérience. De cette manière, il trouva qu'en effet les bateliers lui avoient dit la vérité. Mais voilà tout ce qu'on peut conclure en gros de ces expériences, qui ne sont d'ailleurs aucunement propres à faire connoître la quantité précise de la résistance de l'eau dans un canal étroit, ni le rapport de cette résistance avec celle des fluides indéfinis.

938. Dans le bassin $ABCD$ (*Fig.* 76) qui a servi aux expériences du chapitre précédent, nous fîmes établir, à quelques pieds de profondeur, un plancher bien horizontal $LIYO$, qui avoit 75 pieds de longueur sur 11 pieds de largeur. Deux cloisons verticales, posées suivant les lignes XV, TS, parallèles à la paroi AB, s'approchent ou s'éloignent l'une de l'autre pour former un canal plus ou moins étroit; la profondeur de ce canal augmente ou diminue, selon qu'on introduit de la nouvelle eau dans le bassin $ABCD$, ou qu'on laisse échapper par une décharge, une certaine quantité de l'eau qu'il contient. Le bateau Z est mu, comme dans les expériences précédentes, par un poids qui descend du haut du mât; il décrit la ligne de milieu KR du canal $XVST$.

939. Les extrémités antérieures X, T du canal n'arrivent pas jusqu'à la paroi AD; elles en sont distantes d'une quantité Xx ou Tt, qui est d'environ 4 pieds; d'où retranchant un peu moins de 1 pied pour l'épaisseur de la paillasse appliquée

contre AD et destinée à empêcher que les bateaux ne se brisent en arrivant, reste de part et d'autre plus de 3 pieds pour la communication de l'eau du canal avec le reste du bassin. Le canal étant donc supposé ouvert par les deux bouts, le fluide que le bateau pousse devant lui a la liberté de fuir et de s'échapper par les ouvertures Xx, Tt; tandis que le fluide du bassin a la liberté d'entrer par l'autre bout du canal et de suivre le bateau. Ainsi ce cas est entièrement analogue à celui d'un bateau qui se meut dans un canal étroit, de longueur indéfinie. Après avoir examiné amplement ce cas, on a aussi fait quelques expériences sur la résistance que le bateau éprouve lorsque le canal est fermé par les deux bouts, afin de savoir si cette condition y apporte quelque changement notable.

940. Lorsque le canal est fort étroit, il est très-difficile de faire aller le bateau en ligne droite, avec le simple secours d'un gouvernail. Cette difficulté nous a fait imaginer un autre moyen très-simple, qui remplit à souhait l'objet en question.

Quatre poulies $a\,a$, $b\,b$ (*Fig.* 77) égales et parfaitement mobiles, sont assemblées deux à deux dans une même chappe; ces deux assemblages sont arrêtés à une planche qui se pose et s'attache sur le bateau suivant sa longueur; une corde $P\,Q$, tendue horizontalement avec force à l'aide d'un treuil, suivant la direction du milieu du canal, passe entre chaque paire de poulies; et le bateau est obligé de suivre la direction de cette corde qui fait tour-

ner de part et d'autre les poulies en sens contraires, sans frottement bien sensible. Les poulies, qui sont toutes les quatre de bois de buis, ont chacune 1 pouce 7 $\frac{1}{2}$ lignes de diamètre; et leurs tourillons, qui sont de cuivre, ainsi que les chappes, ont 1 $\frac{1}{4}$ ligne de diamètre.

Ce moyen de direction diminue un peu plus la vîtesse du bateau que ne feroit un gouvernail; mais on s'est assuré directement par des expériences de comparaison, que la différence est fort légère et peut être négligée.

941. Plusieurs bateaux qui ont déjà couru, vont encore être employés : je continuerai de les désigner par les mêmes numéros. Deux nouveaux bateaux qui doivent paroître pour la première fois, seront également désignés par des numéros, qui formeront la suite des précédens.

Fig. 78, N°s. 15, 16.

N°. 15. Parallélépipède rectangle, dont la largeur $AB = 19$ pouces 8 lignes; et la longueur $BC = 2$ pieds 1 pouce.

N°. 16. Le même bateau, avec cette différence qu'ici la longueur $BC = 4$ pieds.

942. On désignera, comme ci-devant, la hauteur de la flottaison du bateau, par F; le remou central, par C; le remou latéral, par L. De plus, on dé-

signera par H, la profondeur de l'eau dans le canal, c'est-à-dire la hauteur de l'eau au-dessus du plancher qui est censé former le fond du canal; et par K, la largeur de ce même canal. Toutes ces quantités seront accompagnées, dans chaque cas, de leurs valeurs particulières. Enfin, pour plus de clarté, je distinguerai différens canaux, à raison des différentes dimensions horizontales ou verticales de l'eau qui y est comprise.

§. I. *CANAL OUVERT PAR LES DEUX BOUTS.*

Ier. CANAL.

EXPÉRIENCES I, II, III, IV, V.

943. N°. 1. F = 12 pouces. H = 15 pouces 2 lig. K = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 22 lig. L = 12 lig.	16	50,86
C = 26 lig. L = 21 lig.	20	46,95
C = 30 lig. L = 24 lig.	24	42,30
C = 35 lig. L = 30 lig.	28	39,80
C = 40 lig. L = 34 lig.	32	38,65

EXPÉRIENCES VI,..... IX.

944. N°. 3. F = 12 pouces. H = 15 pouces 2 lig. K = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 18 lig. L = *	32	68,83
C = 24 lig. L = 18 lig.	40	62,75
C = 30 lig. L = 24 lig.	48	58,33
C = 34 lig. L = 26 lig.	56	54,80

EXPÉRIENCES X,..... XIII.

945. N°. 15. F = 12 pouces 5 ½ lig. H = 15 pouces 2 lig. K = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 18 lig. L = 12 lig.	24	69,86
C = 24 lig. L = 18 lig.	32	61,80
C = 30 lig. L = 21 lig.	40	55,65
C = 36 lig. L = 24 lig.	48	52,50

EXPÉRIENCES XIV,..... XVII.

946. N°. 16. F = 12 pouces 5 $\frac{1}{2}$ lig. H = 15 pouces 2 lig. K = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 18 lig. L = 12 lig.	24	68,79
C = 22 lig. L = 16 lig.	32	61,40
C = 26 lig. L = 20 lig.	40	54,29
C = 30 lig. L = 24 lig.	48	49,85

EXPÉRIENCES XVIII,..... XXI.

947. N°. 13. F = 12 pouces 8 lig. H = 15 pouces 2 lig. K = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 15 lig. L = 9 lig.	24	61,30
C = 18 lig. L = 12 lig.	32	53,45
C = 24 lig. L = 18 lig.	40	47,45
C = * L = *	48	44,31

EXPÉRIENCES

IIe. CANAL.

EXPÉRIENCES XXII,..... XXV.

948. N°. 1. $F = 12$ pouces. $H = 15$ pouces 2 lig. $K = 40$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 18$ lig.	16	45,10
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	20	41,00
$C = 36$ lig. $L = 24$ lig.	24	38,50
$C = 48$ lig. $L = 40$ lig.	32	34,81

EXPÉRIENCES XXVI, XXVII, XXVIII.

949. N°. 3. $F = 12$ pouces. $H = 15$ pouces 2 lig. $K = 40$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 20$ lig.	32	60,10
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	40	54,75
$C = 36$ lig. $L = 28$ lig.	48	51,00

EXPÉRIENCES XXIX,..... XXXII.

950. N°. 16. $F = 12$ pouces $5\frac{1}{2}$ lig. $H = 15$ pouces 2 lig. $K = 40$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 18$ lig.	24	63,37
$C = 29$ lig. $L = 21$ lig.	32	54,60
$C = 34$ lig. $L = 24$ lig.	40	49,62
$C = 38$ lig. $L = 30$ lig.	48	46,25

EXPÉRIENCES XXXIII, XXXIV, XXXV.

951. N°. 13. $F = 12$ pouces 8 lig. $H = 15$ pouces 2 lig. $K = 40$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 20$ lig.	24	53,00
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	32	46,00
$C = 36$ lig. $L = 30$ lig.	40	42,00

IIIe. CANAL.

EXPÉRIENCES XXXVI, XXXVII, XXXVIII.

952. N°. 1. F = 12 pouces. H = 15 pouces 6 lig. K = 75 pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 24 lig. L = 20 lig.	16	40,00
C = 28 lig. L = 23 lig.	20	35,00
C = 32 lig. L = 26 lig.	24	33,00

EXPÉRIENCES XXXIX, XL, XLI.

953. N°. 3. F = 12 pouces. H = 15 pouces 6 lig. K = 75 pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 30 lig. L = 24 lig.	32	47,83
C = 38 lig. L = 30 lig.	40	44,00
C = * L = *	48	40,55

EXPÉRIENCES XLII,..... XLV.

954. N°. 16. $F =$ 12 pouces 5 $\frac{1}{2}$ lig. $H =$ 15 pouces 6 lig. $K =$ 35 pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C =$ 26 lig. $L =$ 22 lig.	24	51,07
$C =$ 34 lig. $L =$ *	32	46,10
$C =$ 39 lig. $L =$ 32 lig.	40	43,00
$C =$ 48 lig. $L =$ 40 lig.	48	40,00

EXPÉRIENCES XLVI, XLVII, XLVIII.

955. N°. 13. $F =$ 12 pouces 8 lig. $H =$ 15 pouces 6 lig. $K =$ 75 pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C =$ 24 lig. $L =$ 20 lig.	24	45,60
$C =$ 34 lig. $L =$ 28 lig.	32	40,10
$C =$ 44 lig. $L =$ 34 lig.	40	36,10

IVe. CANAL.

EXPÉRIENCE XLIX, L, LI.

956. N°. 3. F = 12 pouces. H = 15 pouces 4 lig. K, indéfinie.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 36 lig. L = 30 lig.	32	41,66
C = 42 lig. L = 34 lig.	40	37,56
C = 48 lig. L = *	48	35,37

EXPÉRIENCES LII, LIII, LIV.

957. N°. 16. F = 12 pouces 5 $\frac{1}{2}$ lig. H = 15 pouces 4 lig. K, indéfinie.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 36 lig. L = 30 lig.	32	41,50
C = 42 lig. L = 36 lig.	40	37,00
C = 48 lig. L = 42 lig.	48	35,25

EXPÉRIENCES XLII,..... XLV.

954. N°. 16. F = 12 pouces 5 $\frac{1}{2}$ lig. H = 15 pouces 6 lig. K = 35 pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 26 lig. L = 22 lig.	24	51,07
C = 34 lig. L = *	32	46,10
C = 39 lig. L = 32 lig.	40	43,00
C = 48 lig. L = 40 lig.	48	40,00

EXPÉRIENCES XLVI, XLVII, XLVIII.

955. N°. 13. F = 12 pouces 8 lig. H = 15 pouces 6 lig. K = 75 pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 24 lig. L = 20 lig.	24	45,60
C = 34 lig. L = 28 lig.	32	40,10
C = 44 lig. L = 34 lig.	40	36,10

IV°. CANAL.

EXPÉRIENCE XLIX, L, LI.

956. N°. 3. F = 12 pouces. H = 15 pouces 4 lig. K, indéfinie.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 36 lig. L = 30 lig.	32	41,66
C = 42 lig. L = 34 lig.	40	37,56
C = 48 lig. L = *	48	35,37

EXPÉRIENCES LII, LIII, LIV.

957. N°. 16. F = 12 pouces 5 $\frac{1}{2}$ lig. H = 15 pouces 4 lig. K, indéfinie.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 36 lig. L = 30 lig.	32	41,50
C = 42 lig. L = 36 lig.	40	37,00
C = 48 lig. L = 42 lig.	48	35,25

Vme. CANAL.

EXPÉRIENCES LV, LVI, LVII.

958. N°. 3. $F = 12$ pouces. $H = 27$ pouces 3 lig. K, indéfinie.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	32	40,65
$C = 39$ lig. $L = 33$ lig.	40	35,60
$C = 46$ lig. $L = 38$ lig.	48	32,55

EXPÉRIENCES LVIII, LIX, LX.

959. N°. 16. $F = 12$ pouces 5 $\frac{1}{2}$ lig. $H = 27$ pouces 3 lig. K, indéfinie,	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 30$ lig. $L = 18$ lig.	32	39,00
$C = 36$ lig. $L = 24$ lig.	40	35,15
$C = 42$ lig. $L = 32$ lig.	48	31,83

VIme. CANAL.

EXPÉRIENCES LXI, LXII, LXIII.

960. N°. 2. $F = 12$ pouces. $H = 15$ pouces 6 lig. $K = 28$ pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 14$ lig. $L = *$	16	42,80
$C = 18$ lig. $L = *$	20	39,37
$C = 21$ lig. $L = *$	24	37,05

VIIme. CANAL.

EXPÉRIENCES LXIV, LXV, LXVI.

961. N°. 5. $F = 12$ pouces. $H = 15$ pouces 4 lig. $K = 28$ pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 18$ lig. $L = 12$ lig.	32	64,83
$C = 24$ lig. $L = 18$ lig.	40	59,60
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	48	54,50

signera par H, la profondeur de l'eau dans le canal, c'est-à-dire la hauteur de l'eau au-dessus du plancher qui est censé former le fond du canal; et par K, la largeur de ce même canal. Toutes ces quantités seront accompagnées, dans chaque cas, de leurs valeurs particulières. Enfin, pour plus de clarté, je distinguerai différens canaux, à raison des différentes dimensions horizontales ou verticales de l'eau qui y est comprise.

§. I. *CANAL OUVERT PAR LES DEUX BOUTS.*

Ier. CANAL.

EXPÉRIENCES I, II, III, IV, V.

943. N°. 1. F = 12 pouces. H = 15 pouces 2 lig. K = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 22 lig. L = 12 lig.	16	50,86
C = 26 lig. L = 21 lig.	20	46,95
C = 30 lig. L = 24 lig.	24	42,30
C = 35 lig. L = 30 lig.	28	39,80
C = 40 lig. L = 34 lig.	32	38,65

EXPÉRIENCES VI,..... IX.

944. N°. 3. F = 12 pouces. H = 15 pouces 2 lig. K = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 18 lig. L = *	32	68,83
C = 24 lig. L = 18 lig.	40	62,75
C = 30 lig. L = 24 lig.	48	58,33
C = 34 lig. L = 26 lig.	56	54,80

EXPÉRIENCES X,..... XIII.

945. N°. 15. F = 12 pouces 5 lig. H = 15 pouces 2 lig. K = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 18 lig. L = 12 lig.	24	69,86
C = 24 lig. L = 18 lig.	32	61,80
C = 30 lig. L = 21 lig.	40	55,65
C = 36 lig. L = 24 lig.	48	52,50

EXPÉRIENCES XIV,..... XVII.

946. N°. 16. F = 12 pouces 5 lig. H = 15 pouces 2 lig. K = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 18 lig. L = 12 lig.	24	68,79
C = 22 lig. L = 16 lig.	32	61,40
C = 26 lig. L = 20 lig.	40	54,29
C = 30 lig. L = 24 lig.	48	49,85

EXPÉRIENCES XVIII,..... XXI.

947. N°. 13. F = 12 pouces 8 lig, H = 15 pouces 2 lig. K = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 15 lig. L = 9 lig.	24	61,30
C = 18 lig. L = 12 lig.	32	53,45
C = 24 lig. L = 18 lig.	40	47,45
C = * L = *	48	44,31

EXPÉRIENCES

IIe. CANAL.

EXPÉRIENCES XXII,..... XXV.

948. N°. 1. $F = 12$ pouces. $H = 15$ pouces 2 lig. $K = 40$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 18$ lig.	16	45,10
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	20	41,90
$C = 36$ lig. $L = 24$ lig.	24	38,50
$C = 48$ lig. $L = 40$ lig.	32	34,81

EXPÉRIENCES XXVI, XXVII, XXVIII.

949. N°. 3. $F = 12$ pouces. $H = 15$ pouces 2 lig. $K = 40$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 20$ lig.	32	60,10
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	40	54,75
$C = 36$ lig. $L = 28$ lig.	48	51,00

EXPÉRIENCES XXIX,..... XXXII.

950. N°. 16. $F = 12$ pouces $5\frac{1}{2}$ lig. $H = 15$ pouces 2 lig. $K = 40$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 18$ lig.	24	63,37
$C = 29$ lig. $L = 21$ lig.	32	54,60
$C = 34$ lig. $L = 24$ lig.	40	49,62
$C = 38$ lig. $L = 30$ lig.	48	46,25

EXPÉRIENCES XXXIII, XXXIV, XXXV.

951. N°. 13. $F = 12$ pouces 8 lig. $H = 15$ pouces 2 lig. $K = 40$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 20$ lig.	24	53,00
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	32	46,00
$C = 36$ lig. $L = 30$ lig.	40	42,00

IIIe. CANAL.

EXPÉRIENCES XXXVI, XXXVII, XXXVIII.

952. N°. 1. $F' = 12$ pouces. $H = 15$ pouces 6 lig. $K = 75$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 20$ lig.	16	40,00
$C = 28$ lig. $L = 23$ lig.	20	35,00
$C = 32$ lig. $L = 26$ lig.	24	33,00

EXPÉRIENCES XXXIX, XL, XLI.

953. N°. 3. $F = 12$ pouces. $H = 15$ pouces 6 lig. $K = 75$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	32	47,83
$C = 38$ lig. $L = 30$ lig.	40	44,00
$C = *$ $L = *$	48	40,55

EXPÉRIENCES XLII,..... XLV.

954. N°. 16. $F = 12$ pouces $5\frac{1}{2}$ lig. $H = 15$ pouces 6 lig. $K = 35$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 26$ lig. $L = 22$ lig.	24	51,07
$C = 34$ lig. $L =$ *	32	46,10
$C = 39$ lig. $L = 32$ lig.	40	43,00
$C = 48$ lig. $L = 40$ lig.	48	40,00

EXPÉRIENCES XLVI, XLVII, XLVIII.

955. N°. 13. $F = 12$ pouces 8 lig. $H = 15$ pouces 6 lig. $K = 75$ pouces.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 20$ lig.	24	45,60
$C = 34$ lig. $L = 28$ lig.	32	40,10
$C = 44$ lig. $L = 34$ lig.	40	36,10

IVe. CANAL.

EXPÉRIENCE XLIX, L, LI.

956. N°. 3. F = 12 pouces. H = 15 pouces 4 lig. K, indéfinie.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 36 lig. L = 30 lig.	32	41,66
C = 42 lig. L = 34 lig.	40	37,56
C = 48 lig. L = *	48	35,37

EXPÉRIENCES LII, LIII, LIV.

957. N°. 16. F = 12 pouces 5 $\frac{1}{2}$ lig. H = 15 pouces 4 lig. K, indéfinie.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 36 lig. L = 30 lig.	32	41,50
C = 42 lig. L = 36 lig.	40	37,00
C = 48 lig. L = 42 lig.	48	35,25

VIme. CANAL.

EXPÉRIENCES LXI, LXII, LXIII.

960. N°. 2. *F* = 12 pouces. *H* = 15 pouces 6 lig. *K* = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en mares.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 14 lig. *L* = *	16	42,80
C = 18 lig. *L* = *	20	39,37
C = 21 lig. *L* = *	24	37,05

VIIme. CANAL.

EXPÉRIENCES LXIV, LXV, LXVI.

961. N°. 5. *F* = 12 pouces. *H* = 15 pouces 4 lig. *K* = 28 pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en mares.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
C = 18 lig. *L* = 12 lig.	32	64,83
C = 24 lig. *L* = 18 lig.	40	59,60
C = 30 lig. *L* = 24 lig.	48	54,50

§. II. *CANAL FERMÉ PAR LES DEUX BOUTS.*

VIme. CANAL.

EXPÉRIENCES LXVII, LXVIII, LXIX.

962. N°. 1. $F = 12$ pouces. $H = 15$ pouces 6 lig. $K = 28$ pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 24$ lig. $L = 18$ lig.	16	49,00
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	20	45,12
$C = 36$ lig. $L = 30$ lig.	24	41,94

EXPÉRIENCES LXX, LXXI, LXXII.

963. N°. 3. $F = 12$ pouces. $H = 15$ pouces 6 lig. $K = 28$ pouces 6 lig.	*Poids moteurs, exprimés en marcs.*	*Demi-secondes employées à parcourir 50 pieds.*
$C = 18$ lig. $L = 12$ lig.	32	69,80
$C = 24$ lig. $L = 18$ lig.	40	64,20
$C = 30$ lig. $L = 24$ lig.	48	60,60

RÉFLEXIONS.

964. Un corps en repos, flottant sur un fluide, est soulevé verticalement avec la même force, quelles que soient les dimensions du fluide. D'après ce principe d'hydrostatique, quelques personnes pourroient croire qu'il est indifférent, quant à l'effet de la résistance, qu'un bateau se meuve dans un fluide plus ou moins étendu. On sent que la différence ne peut être en effet que très-légère, lorsque la vîtesse du bateau est extrêmement petite; mais on sent aussi que si la vîtesse du bateau est un peu grande dans un canal étroit, le fluide que ce corps pousse devant lui, n'ayant pas une entière liberté de se répandre par les côtés, ni même par le bas si le canal est peu profond, doit opposer naturellement au bateau plus de résistance qu'il ne lui en opposeroit, s'il n'étoit pas contenu par le fond et par les parois du canal. L'expérience va décider si ce raisonnement est solide.

965. Avant que de chercher à comparer la résistance de l'eau dans un canal étroit avec la résistance de l'eau indéfinie, il est d'abord nécessaire et à propos de connoître les rapports des résistances pour un même corps qui se meut avec différentes vîtesses dans un canal étroit.

On a vu que les résistances d'un fluide indéfini dans lequel un même corps se meut avec différentes vîtesses, sont entr'elles comme les quarrés des vîtesses. La même loi s'observe dans les canaux étroits; c'est-à-dire qu'en nommant p et p' les poids moteurs

pour deux expériences faites avec un même bateau dans un même canal étroit; t et t' les temps employés à parcourir un même espace qui est ici de 50 pieds, on a, du moins sensiblement, $\sqrt{p} : \sqrt{p'} :: t' : t$. En voici la preuve.

Canal ouvert par les deux bouts.

966. Je prends au hasard quelques expériences : on trouveroit les mêmes résultats par toutes les autres.

I. Expériences I et II, $p = 16$; $p' = 20$; $t = 50,86$; $t' = 46,95$. La proportion donne, $t' = 45,49$.

II. Expériences I et III, $p = 16$; $p' = 24$; $t = 50,86$; $t' = 42,30$. La proportion donne, $t' = 41,53$.

III. Expériences I et IV, $p = 16$; $p' = 28$; $t = 50,86$; $t' = 39,80$. La proportion donne, $t' = 38,45$.

IV. Expériences I et V, $p = 16$; $p' = 32$; $t = 50,86$; $t' = 38,65$. La proportion donne, $t' = 35,97$.

V. Expériences VI et VII, $p = 32$; $p' = 40$; $t = 68,83$; $t' = 62,75$. La proportion donne, $t' = 61,57$.

VI. Expériences VI et VIII, $p = 32$; $p' = 48$; $t = 68,83$; $t' = 58,33$. La proportion donne, $t' = 56,20$.

VII. Expériences VI et IX, $p = 32$; $p' = 56$;

$t = 68,83$; $t' = 54,80$. La proportion donne, $t' = 52,03$.

Ces comparaisons se rapportent à la résistance directe; les suivantes sont relatives à la résistance oblique.

VIII. Expériences LXI et LXII, $p = 16$; $p' = 20$; $t = 42,80$; $t' = 39,37$. La proportion donne, $t' = 38,28$.

IX. Expériences LXI et LXIII, $p = 16$; $p' = 24$; $t = 42,80$; $t' = 37,05$. La proportion donne, $t' = 34,95$.

X. Expériences LXIV et LXV, $p = 32$; $p' = 40$; $t = 64,83$; $t' = 59,60$. La proportion donne, $t' = 57,99$.

XI. Expériences LXIV et LXVI, $p = 32$; $p' = 48$; $t = 64,83$; $t' = 54,50$. La proportion donne, $t' = 52,94$.

Canal fermé par les deux bouts.

967. I. Expériences LXVII et LXVIII, $p = 16$; $p' = 20$; $t = 49,00$; $t' = 45,12$. La proportion donne, $t' = 43,83$.

II. Expériences LXVII et LXIX, $p = 16$; $p' = 24$; $t = 49,00$; $t' = 41,94$. La proportion donne, $t' = 40,01$.

III. Expériences LXX et LXXI, $p = 32$; $p' = 40$; $t = 69,80$; $t' = 64\,20$; La proportion donne, $t' = 62,44$.

IV. Expériences LXX et LXXII, $p = 32$; $p' = 48$; $t = 69,80$; $t' = 60,60$. La proportion donne, $t' = 57,00$.

968. Il est prouvé par les calculs précédens, que les résistances qu'éprouve un même corps dans un canal étroit, ouvert ou fermé par les deux bouts, suivent entr'elles la même loi que les résistances dans un fluide indéfini, je veux dire la raison des quarrés des vîtesses; mais la valeur absolue de la résistance est fort différente dans les deux cas. De plus, les résistances dans les canaux étroits varient à mesure que le canal change de dimensions, soit en largeur, soit en profondeur. Tout cela demande à être développé avec quelque détail.

969. La loi dont nous venons de parler, nous offre d'abord un moyen facile de trouver le rapport de la résistance dans un canal étroit avec la résistance dans un fluide indéfini. Car nous n'avons qu'à prendre un même bateau qui ait couru dans les deux cas, chercher par les proportionnalités des résistances aux quarrés des vîtesses ou aux quarrés inverses des temps employés à parcourir un même espace, le poids moteur nécessaire pour que ce bateau se meuve dans le canal étroit, avec la même vîtesse qu'il s'est mu dans le fluide indéfini, au moyen d'un poids connu; alors les deux poids moteurs correspondans seront entr'eux, du moins sensiblement, dans le rapport cherché des résistances. Nous allons appliquer cette méthode à plusieurs exemples que nous discuterons séparément, parce que chacun d'eux fournira des remarques particulières. J'appellerai en général, Π la résistance dans le canal étroit; φ la résistance correspondante ou

relative à la même vitesse dans le fluide indéfini. Pour abréger, je désignerai les canaux de comparaison, par les mêmes numéros que je leur ai déjà imposés.

§. I. *Comparaison des résistances directes, dans un fluide indéfini, et dans un canal étroit, ouvert par les deux bouts.*

1er. CANAL.

970. I. Soit le bateau N°. 1. Dans le fluide indéfini, ce bateau (883; Exp. II) parcourt 50 pieds en 38,37 demi-secondes, par un poids moteur de 16 marcs; dans le canal étroit (943, Exp. I) il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 50,86 demi-secondes. Or, suivant l'article précédent, pour que le bateau parcoure les 50 pieds dans le canal étroit, en 38,37 demi-secondes, il faudra un poids moteur de 28,11 marcs. Ainsi on aura, $\Pi : \varphi :: 28,11 : 16$. Le dernier rapport est un peu trop grand, à raison d'une petite différence dans les frottemens; mais on peut supposer qu'on a sensiblement, $\Pi : \varphi :: 3 : 3$. D'où l'on voit que le bateau éprouve beaucoup plus de résistance dans le canal étroit, que dans le fluide indéfini.

Dans le canal étroit, la profondeur de l'eau sous le bateau, ou la distance du fond du bateau au fond du canal, est de 3 pouces 2 lignes; et la distance de chacune des parois latérales du bateau à chacune des parois latérales du canal est de 8 pouces 3 lignes. L'eau qui a choqué le bateau, n'ayant pas

une liberté suffisante pour s'échapper, soit par-dessous le bateau, soit le long de ses côtés, est forcée de rétrograder, ou de fuir en partie devant le bateau, du moins jusqu'à une certaine distance : c'est ce qui produit l'excès de Π sur ϕ.

II. Soit le bateau N°. 3. Dans le fluide indéfini ce bateau (885, Exp. XI) parcourt 50 pieds en 38,80 demi-secondes, par un poids moteur de 32 marcs; dans le canal étroit (944, Exp. VI), il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 68,83 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal étroit, en 38,80 demi-secondes, il faut un poids moteur de 100,70 marcs. Ainsi, $\Pi : \phi :: 100,70 : 32$; ou bien (en diminuant un peu le second rapport), $\Pi : \phi :: 3 : 1$, à-peu-près.

Dans le canal étroit, la profondeur du fluide sous le bateau, est de 3 pouces 2 lignes; et la distance de chacune des parois latérales du bateau à chacune des parois latérales du canal, est seulement de 2 pouces 3 lignes; d'où nous concluons que l'excès de Π sur ϕ doit être ici plus grand que dans le premier cas, comme on le trouve en effet.

III. Soient, pour le fluide indéfini, le bateau N°. 9, et pour le canal étroit le bateau N°. 16. La hauteur de la flottaison étant supposée la même dans les deux cas, ces deux bateaux diffèrent seulement par la longueur qui est d'environ 2 pieds plus grande N°. 9 que N°. 16; mais cette différence ne peut avoir qu'une très-légère influence sur le poids moteur, et nous allons considérer ces deux bateaux comme un seul et même corps flottant.

Cela posé, dans le fluide indéfini, le bateau (892, Exp. XLVI) parcourt 50 pieds en 42,07 demi-secondes, par un poids moteur de 24 marcs; dans le canal étroit (946, Exp. XIV), il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 68,79 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal étroit, en 42,07 demi-secondes, il faut un poids moteur de 64,17 marcs. Ainsi, $\Pi : \phi :: 64,17 : 24$; ou (en diminuant un peu le second rapport), $\Pi : \phi :: 5 : 2$, à-peu-près.

Dans le canal étroit, la hauteur du fluide sous le bateau est de 2 pouces 8 $\frac{1}{2}$ lignes; et la distance de chacune des parois latérales du bateau à chacune des parois latérales du canal, est de 4 pouces 5 lignes. On voit que la diminution de la profondeur de l'eau sous le bateau, fait augmenter sensiblement le rapport de Π à ϕ.

IV. Soit le bateau N°. 13. Dans le fluide indéfini, ce bateau (903, Exp. XCVII) parcourt 50 pieds en 38,92 demi-secondes, par un poids moteur de 24 marcs; dans le canal étroit (947, Exp. XVIII) il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 61,30 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal étroit en 38,92 demi-secondes, il faut un poids moteur de 59,53 marcs. Ainsi, $\Pi : \phi :: 59,53 : 24$; ou (en diminuant un peu le second rapport), $\Pi : \phi :: 9 : 4$, à-peu-près.

Dans le canal étroit, la profondeur du fluide, sous la quille du bateau, est de 2 pouces 6 lignes; et la plus courte distance de chacune des parois la-

térales du bateau à chacune des parois latérales du canal, est de 4 pouces 5 lignes. L'eau a ici un peu plus de facilité à s'échapper que dans le cas précédent; de-là vient que le rapport de Π à φ est un peu moindre que tout-à-l'heure.

I.I^e. CANAL.

971. I. Soit le bateau N°. 1. Dans le fluide indéfini (883, Exp. II), ce bateau parcourt 50 pieds en 38,37 demi-secondes, par un poids moteur de 16 marcs; dans le canal étroit (948, Exp. XXII), il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 45, 10 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal étroit, en 38,37 demi-secondes, il faut un poids moteur de 22, 10 marcs. Ainsi, $\Pi : \varphi :: 22,10 : 16$; ou (en diminuant un peu le second rapport), $\Pi : \varphi :: 4 : 3$, à-peu-près.

Ici la profondeur de l'eau dans le canal étroit, au-dessous du bateau, est de 3 pouces 2 lignes, et la distance de chacune des parois latérales du bateau à chacune des parois latérales du canal, est de 14 pouces. En comparant ce cas avec le premier de l'article précédent, on voit que l'élargissement du canal (la profondeur demeurant la même) fait diminuer sensiblement la résistance.

II. Soit le bateau N°. 3. Dans le fluide indéfini (885 Exp. XI), ce bateau parcourt 50 pieds en 38,80 demi-secondes, par un poids moteur de 32 marcs; dans le canal étroit (949, Exp. XXVI), il parcourt

parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 60,10 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal étroit, en 38,80 demi-secondes, il faut un poids moteur de 76,78 marcs. Ainsi, $\Pi : \varphi :: 76,78 : 32$, rapport qui doit être un peu diminué.

Dans le canal étroit, la profondeur de l'eau sous le bateau est de 3 pouces 2 lignes; et la distance de chacune des parois latérales du bateau à chacune des parois latérales du canal, est de 8 pouces: comparez ce cas avec le second de l'article précédent, vous verrez diminuer la résistance à mesure que le canal s'élargit.

III. Soit le bateau N°. 13. Dans le fluide indéfini (903, Exp. XCVII), ce bateau parcourt 50 pieds en 38,92 demi-secondes, par un poids moteur de 24 marcs; dans le canal étroit (951, Exp. XXXIII), il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 53 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal étroit, en 38,92 demi-secondes, il faut un poids moteur de 44,51 marcs. Ainsi, $\Pi : \varphi :: 44,51 : 24$, rapport qui doit être un peu diminué.

La profondeur de l'eau, sous la quille du bateau, est de $2\frac{1}{2}$ pouces; et la plus courte distance de chacune des parois latérales du bateau à chacune des parois latérales du canal, est de 10 pouces 2 lignes. Comparez ce cas avec le quatrième de l'article précédent, etc.

IIIe. CANAL.

972. I. Soit le bateau N°. 1. Dans le fluide indéfini (883, Exp. II), ce bateau parcourt 50 pieds en 38,37 demi-secondes, par un poids moteur de 16 marcs; dans le canal étroit (952, Exp. XXXVI), il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 40 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal étroit, en 38,37 demi-secondes, il faut un poids moteur de 17,39 marcs. Ainsi, $\Pi : \phi :: 17{,}39 : 16$, rapport qui doit être un peu diminué.

La profondeur de l'eau du canal, sous le bateau, est de $3\frac{1}{2}$ pouces; et la distance de chacune des parois latérales du bateau à chacune des parois latérales du canal est de $31\frac{1}{2}$ pouces. Ces deux distances peuvent être regardées comme indéfinies. On voit que ϕ se rapproche beaucoup de Π, mais que cependant $\Pi > \phi$, parce que le fluide est encore un peu gêné sous le bateau.

II. Soit le bateau N°. 3. Dans le fluide indéfini (885, Exp. XI), ce bateau parcourt 50 pieds en 38,80 demi-secondes, par un poids moteur de 32 marcs; dans le canal étroit (953, Exp. XXXIX), il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 47,83 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal étroit, en 38,80 demi-secondes, il faut un poids moteur de 48,62 marcs. Ainsi, $\Pi : \phi :: 48{,}62 : 32$, rapport qui doit être un peu diminué.

La profondeur du fluide sous le bateau, est de

$3\frac{1}{2}$ pouces; et la distance de chacune des parois latérales du bateau à chacune des parois latérales du canal, est de $25\frac{1}{2}$ pouces. On voit que l'eau est gênée, non-seulement par-dessous le bateau, mais encore par les côtés.

IV°. Canal.

973. Soit le bateau N°. 3. Dans le fluide indéfini (885, Exp. XI), le bateau parcourt 50 pieds en 38,80 demi-secondes, par un poids moteur de 32 marcs; dans le canal (956, Exp. XLIX), il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 41,66 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal, en 38,80 demi-secondes, il faut un poids moteur de 36,89 marcs. Ainsi, $\Pi : \phi :: 36,89 : 32$, rapport qui doit être un peu diminué.

La largeur du canal est indéfinie, mais la profondeur du fluide, sous le bateau, n'est que de $3\frac{1}{3}$ pouces; et c'est ce qui produit l'excès de Π sur ϕ.

V°. Canal.

974. Soit encore le bateau N°. 3. Dans le fluide indéfini (885, Exp. XI), ce bateau parcourt 50 pieds en 38,80 demi-secondes, par un poids moteur de 32 marcs; dans le canal (958, Exp. LV), il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 40,65 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal, en 38,80 demi-secondes, il faut un poids moteur de 35,12 marcs.

Ainsi, $\Pi : \phi :: 35,12 : 32$, rapport qui doit être un peu diminué.

La largeur du canal est indéfinie; la profondeur de l'eau sous le bateau, est de 15 pouces $\frac{1}{4}$. Il paroît que cette profondeur gêne un peu le mouvement du bateau, à raison de l'étendue de son fond : peut-être faut-il attribuer en grande partie l'excès de Π sur ϕ aux erreurs inévitables des observations.

§. II. *Comparaison des résistances obliques dans un fluide indéfini, et dans un canal étroit ouvert par les deux bouts.*

VIe. CANAL.

975. I. Soit le bateau N°. 2. Dans le fluide indéfini (884, Exp. VI), ce bateau parcourt 50 pieds, en 27,25 demi-secondes, par un poids moteur de 16 marcs; dans le canal étroit (960, Exp. LXI), il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 42,80 demi secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal étroit, en 27,25 demi-secondes, il faut un poids moteur de 39,47 marcs. Ainsi, $\Pi : \phi :: 39,47 : 16$; rapport qui doit être un peu diminué.

La profondeur de l'eau du canal sous le bateau, est de $3\frac{1}{2}$ pouces; et la distance de chacune des parois latérales du bateau à chacune des parois latérales du canal, est de 8 pouces 3 lignes. En comparant ce cas avec le premier de l'article 970, on verra que, toutes choses d'ailleurs égales, une proue an-

gulaire et tranchante fait diminuer beaucoup moins la résistance dans un canal étroit que dans un fluide indéfini. La raison s'en présente d'elle-même. Dans le canal étroit, le fluide divisé par le tranchant de la proue est soutenu par les parois du canal et réagit contre le bateau; au lieu que dans un fluide indéfini, l'eau divisée par la proue se répand de part et d'autre sans obstacle, dans le fluide environnant. On reconnoitra, d'une manière encore plus sensible, la vérité de cette observation, par l'exemple suivant.

II. Soit le bateau N°. 5. Dans le fluide indéfini (887, Exp. XXIII), ce bateau parcourt 50 pieds, en 31,60 demi-secondes, par un poids moteur de 32 marcs; dans le canal étroit (961, Exp. LXIV), il parcourt le même espace, par le même poids moteur, en 64,83 demi-secondes. Or, pour qu'il parcoure les 50 pieds dans le canal étroit, en 31,60 demi-secondes, il faut un poids moteur de 134,68 marcs. Ainsi, $\pi : \phi :: 134{,}68 : 32$; rapport qui doit être un peu diminué.

§. III. *Comparaison des résistances directes, dans un canal étroit ouvert par les deux bouts, et dans un canal étroit fermé par les deux bouts.*

976. Soient les bateaux N°s. 1 et 3. Si, parmi les expériences de ce chapitre, on compare d'abord chacune à chacune les expériences LXVII, LXVIII, LXIX, aux expériences I, II, III; ensuite les expériences LXX, LXXI, LXXII, aux expériences VI,

VII, VIII : on verra que pour le bateau N°. 1, la résistance est à-peu-près la même, lorsque le canal est fermé, ou lorsqu'il est ouvert, par les deux bouts; mais que pour le bateau N°. 3, elle est sensiblement plus grande dans le canal fermé que dans le canal ouvert. En effet, le fluide poussé par chaque bateau étant soutenu par la paroi antérieure et transversale du canal, a bien plus de liberté de refluer par les côtés, pour le bateau N°. 1, que pour le bateau N°. 3, qui est deux fois plus large.

Les deux canaux comparés ont la même largeur; seulement celui qui est fermé par les deux bouts, est de 4 lignes plus profond que le premier; ce qui tend à diminuer un peu la résistance.

Conclusion générale de ce chapitre.

977. Concluons de tout ce qui précède, que la résistance des fluides contenus dans des canaux étroits ou peu profonds, est plus grande que celle des fluides indéfinis en tous sens. La différence peut aller très-loin; elle dépend des dimensions transversales du canal et de la forme des bateaux de comparaison.

978. Nous avons observé que dans un canal étroit, le fluide poussé par le bateau, fuit, du moins en partie, devant lui, et forme un courant plus ou moins rapide, selon que le bateau se meut plus ou moins vîte. Ce courant doit avoir lieu, d'une manière plus ou moins marquée, dans toutes sortes de canaux étroits. Car si le bateau remplissoit en-

tièrement le canal, il pousseroit toute l'eau devant lui, à-peu-près de même que le piston d'une seringue chasse l'eau qu'elle contient : mais comme il y a toujours du vide par les côtés et par-dessous le fond du bateau, une partie du fluide s'écoule par ce vide ; l'autre partie est refoulée par le bateau ; ce qui produit des courans contraires, lesquels sont susceptibles de plusieurs variétés, à raison de la variété des causes qui tendent à les former, et de la longueur du canal dans lequel se fait le mouvement. Moins l'eau a de facilité pour passer de l'avant à l'arrière du bateau, plus le courant contraire est grand, et moins le bateau est soutenu vers sa partie postérieure ; d'où résulte une augmentation de résistance.

979. On voit par-là combien il est essentiel de donner aux canaux de navigation le plus de largeur et de profondeur qu'il est possible, sans se jeter néanmoins dans une dépense superflue. On doit donc éviter, à moins qu'on n'y soit forcé par des circonstances locales, extrêmement rares, de construire des canaux souterrains ; car si l'on veut donner à ces sortes de canaux, les dimensions requises pour y établir une navigation sûre et commode, ils coûteront souvent des sommes effrayantes, tant pour l'extraction des terres, que pour la construction des voûtes presque toujours indispensablement nécessaires pour soutenir le ciel et les parois de l'excavation. Il ne s'agit pas ici de se proposer la ridicule gloire de vaincre des difficultés. Un canal est

un objet d'utilité et non pas un monument d'ostentation. Si les frais, pour sa construction et son entretien, l'emportent sur les avantages qu'on en espère, aucune considération ne peut déterminer à l'entreprendre. Les canaux à ciel ouvert méritent en général toute préférence sur les canaux souterrains. Il est vrai qu'au moyen de ceux-ci, on peut quelquefois diminuer beaucoup le trajet de la navigation; mais cet avantage prétendu n'est le plus souvent qu'une illusion; car le but qu'on se propose dans le transport d'un bateau, n'est pas simplement d'abréger l'espace qu'il doit parcourir, mais d'arriver d'un point à un autre dans le moindre temps possible. Or la navigation est incomparablement plus facile et plus prompte dans un canal à ciel ouvert, que dans un canal souterrain. Ajoutons que le premier, s'il est bien entendu, bien adapté au terrain, coûtera ordinairement beaucoup moins que le second, malgré les différences qui peuvent se trouver dans les longueurs des deux canaux.

980. L'impulsion de l'eau qui se mouvant dans un coursier, va choquer les ailes d'une roue qu'elle fait tourner en conséquence, est une force analogue à la résistance des fluides dans des canaux étroits. Les parois du coursier empêchent que l'eau ne se détourne à droite ou à gauche, et dirigent son action contre les ailes de la roue. Aussi l'expérience fait voir que, lorsqu'un coursier n'a que la largeur et la profondeur simplement suffisantes pour le jeu

des ailes de la roue, et que de plus le fluide a la liberté de s'échapper après avoir donné son coup, l'impulsion directe et perpendiculaire contre l'aile est environ double de l'impulsion que l'aile recevroit, si elle étoit plongée à même profondeur dans un courant indéfini.

CHAPITRE XVII.

Nouvelles Expériences sur la résistance des fluides indéfinis.

981. Les expériences dont j'ai rendu compte dans les deux chapitres précédens, avoient pour objet principal de comparer la résistance des fluides indéfinis avec celle des fluides contenus dans des canaux étroits ou peu profonds. La question qui y donna lieu étoit de savoir si le projet d'un canal souterrain, qui a eu une célébrité éphémère, ne joignoit pas à une foule d'autres vices, celui d'exiger, pour le tirage des bateaux, une plus grande force qu'il ne la faut, proportion gardée, sur les rivières ou sur les canaux larges et profonds. Il paroît qu'elles ont fixé sur ce point l'opinion de cette partie du public, qui n'a d'autre intérêt que de connoître et de recevoir la vérité.

Parmi ces expériences, il s'en trouve plusieurs sur la résistance oblique des fluides; mais ce point

de la question qui n'avoit été traité qu'incidentellement, demandoit un examen particulier, à raison de son importance et de son utilité dans l'architecture navale. Cette considération me poussa, en 1778, à faire, de concert avec Condorcet, une nouvelle suite d'expériences destinées en grande partie à découvrir la loi suivant laquelle diminue, dans un fluide indéfini tel que la mer, la résistance qu'éprouve une proue angulaire, à mesure que l'angle de cette proue devient plus aigu.

L'appareil pour ces nouvelles expériences n'étant pas tout-à-fait le même que pour les précédentes, je vais l'exposer dans son entier avec un détail suffisant pour le faire bien connoître aux lecteurs, et en particulier à ceux qui pourront être curieux de vérifier mes résultats. Je ne ferai, pour ainsi dire, que redonner ici le Mémoire où j'ai déjà traité cette matière, et qui est imprimé parmi ceux de l'Académie, pour l'année 1778.

982. Un vaste réservoir, situé sur le côté nord des anciens boulevards de Paris, dans le prolongement de la vieille rue du Temple, nous offrit toutes les facilités de remplir notre objet; et nous en profitâmes. Ce réservoir, qu'on a détruit depuis, avoit été construit sous l'administration de Turgot le père, prévôt des marchands de la ville de Paris, pour arroser le boulevard et pour nettoyer l'aqueduc, nommé vulgairement le *grand égout*, qui partant du voisinage, va se décharger dans la Seine près Chaillot. Il formoit un quarré long, ou plutôt

un parallélépipède rectangle $ABCD$ (*Fig.* 79), dont la longueur AB étoit de 200 pieds, la largeur AD de 100 pieds, et la profondeur d'eau, au temps de nos expériences, a toujours été d'environ 8 pieds et demi.

983. On a fait mouvoir successivement sur le fluide plusieurs bateaux; et on a déterminé, au moyen d'une excellente montre à secondes, le temps qu'ils employoient à parcourir un espace donné. L'espace décrit par chacun d'eux, tombe sur la droite EF parallèle aux parois longitudinales BA, CD, et distante de la paroi nord CD, de 48 pieds. En $G, I,$ et $H, K,$ sont quatre planches plantées verticalement; les deux premières sont percées chacune dans la partie supérieure d'une fente étroite et longue suivant la hauteur; de manière que ces fentes forment des pinnules qui servent à observer le passage du bateau, et à le rapporter aux planches $H, K;$ les distances ID, KA sont chacune de 40 pieds; et les distances GC, HB, chacune de 64 pieds. A la ligne MN décrite réellement par le bateau, nous substituons la ligne GI, de même longueur, et située sur le bord du bassin, laquelle est de 96 pieds mesurés très-exactement par le moyen de la toise de l'Académie.

984. Comme le bateau parvenu en N poursuivroit sa route avec la même vîtesse, et par-là seroit exposé à venir se briser contre la paroi DA, si le poids, qui par sa chute le fait mouvoir, conti-

nuoit d'agir sur lui : on fait en sorte que le poids soit entièrement tombé un peu après que le bateau a passé la ligne IK ; d'où il résulte que le mouvement du bateau s'éteint en vertu de la résistance que l'eau lui oppose, et qu'il est ordinairement tout-à-fait anéanti quand le bateau est encore distant de plusieurs pieds du point F.

Je dis *ordinairement ;* car lorsque le bateau a une proue fort aiguë, et qu'il a été tiré par un grand poids, l'espace NF ne suffiroit pas pour l'extinction de son mouvement. Dans ces sortes de cas, nous ne faisons parcourir au bateau que l'espace Mn ou Gi qui est de 72 pieds.

985. On voit dans les *Figures* 80, 81, 82, 83, 84, 85, tout l'appareil des machines qui ont servi à produire les mouvemens dont nous avions besoin.

Le bateau B (*Fig.* 80) est tiré dans le sens EF par une corde qui est attachée au milieu ou centre de gravité C de sa partie submergée ; cette corde vient passer sous la poulie A de renvoi, qui est de cuivre, et va s'envelopper sur la roue X d'un tour horizontal, soutenu en l'air par deux montans ; elle est forcée de s'envelopper ainsi, par un poids P suspendu à une autre corde G qui se déroule de dessus le cylindre V du tour. Les deux points C et A sont de niveau ; de plus, comme la corde CAD est mince, et que sa pesanteur spécifique diffère peu de celle de l'eau, sa partie CA peut être considérée comme sensiblement rectiligne.

La *Figure* 81 représente l'élévation du tour, la-

quelle est perpendiculaire au profil longitudinal de la *Figure* 80 : en combinant ensemble ces deux *Figures*, on voit toutes les parties du tour, et les montans qui le soutiennent. Le cylindre et la roue sont de bois; mais ils sont revêtus l'un et l'autre d'une lame de cuivre, arrondie circulairement.

L'essieu du cylindre est de fer, et ses extrémités tournent sur deux rouleaux de fer, dont les essieux aussi de fer, tournent dans des yeux de cuivre. On voit de face et un peu en grand (*Fig.* 82) le cylindre *VV*, son essieu *t*, les rouleaux *r*, leurs essieux *s*. Toutes ces parties sont portées par deux chappes de fer clouées à deux planches qui s'assemblent avec les montans *TT*, *TT* (*Fig.* 81) : ces mêmes montans sont liés entr'eux dans la partie supérieure par le chapeau *Z*; et dans la partie inférieure, ils sont fixés solidement, comme on le voit dans les *Figures* 81 et 83; ils ont chacun environ 20 pieds de hauteur.

Le diamètre de la roue = 2 pieds 5 pouces 7 lignes; celui du cylindre = 4 pouces 1 $\frac{1}{5}$ ligne; celui de chaque tourillon du cylindre = 11 lignes; celui de chaque rouleau = 7 pouces 11 lignes; celui de chaque tourillon des rouleaux = 8 $\frac{3}{4}$ lignes; celui de la poulie *A* de renvoi = 5 pouces $\frac{1}{2}$ ligne; celui de chacun des tourillons de cette poulie = 4 $\frac{2}{3}$ lignes; celui de la corde *CAD* = 1 $\frac{3}{4}$ ligne; celui de la corde *G* = 4 $\frac{3}{4}$ lignes.

Le poids total de la roue et du cylindre, au moment qu'on les a mis en place, étoit de 45 livres 11 onces 36 grains; la longueur de l'axe commun au cylindre et à la roue est de près de 4 pieds.

986. Lorsqu'on veut faire une expérience, on commence par amener (*Fig.* 80) le bateau *B* de *F* vers *E*, par le moyen d'une corde *HKI* qui va passer sous la poulie *K* de renvoi, et s'envelopper autour d'un cylindre *I* garni d'une manivelle qu'un homme fait tourner. On voit ce mécanisme séparément (*Fig.* 84). Le bateau allant dans le sens *FE* (*Fig.* 80), le poids *P* s'élève, la corde *G* qui le soutient, se roule sur le cylindre *V*, et la corde *DAC* se dévide de dessus la roue. Quand le poids *P* est arrivé à sa plus grande hauteur, on lâche la manivelle, le poids descend, le bateau commence sa course de *E* vers *F*; et on a soin de dévider la corde *IKH* de dessus le cylindre *I*, pour qu'elle n'oppose pas de résistance sensible au mouvement du bateau.

La poulie *K* est de cuivre, et son diamètre = 5 pouces $\frac{1}{2}$ ligne; celui de chacun des tourillons de cette même poulie = $4\frac{2}{3}$ lignes; celui de la corde *HKI* = $1\frac{5}{4}$ ligne.

987. On fait aller le bateau en ligne droite, par un moyen semblable à celui qui a été employé dans le chapitre précédent. Une corde fortement tendue dans la direction *EF* (*Fig.* 80), règle la route du bateau. Cette corde, qui a 8 lignes de diamètre, fait un ventre d'autant moins sensible au-dessus de l'eau, qu'elle est un peu soulevée en sens contraire par le bateau; elle passe entre deux paires de poulies de cuivre, assemblées dans deux chappes dont les pieds s'attachent à une longue planche qui se pose sur chaque bateau dans la direction de son mou-

vement. On voit (*Fig.* 85) une paire de ces poulies x; et la *Figure* 86 montre comment la planche yy, qui porte les deux paires, s'applique sur le bateau. Il y a en avant de chaque paires de poulies, un petit rouleau mobile u (*Fig.* 85) qui soutient la corde et favorise le glissement du corps flottant.

Le diamètre de chacune des poulies $x = 4$ pouces; celui de leurs essieux $= 2\frac{1}{2}$ lignes; la distance yy des deux paires de poulies $= 8$ pieds 1 pouce.

988. Nous avons fait courir sur le fluide dix-neuf espèces de bateaux, savoir :

1°. Un parallèlépipède rectangle X (*Fig.* 86), dont la longueur $MP = 4$ pieds; la largeur $MN = 2$ pieds; l'enfoncement nh dans le fluide $= 2$ pieds; la hauteur nN de la partie saillante hors de l'eau $= 7$ pouces environ.

2°. Quatorze bateaux prismatiques Y (*Fig.* 87), ayant une proue isocèle MQN, dont l'angle Q du sommet varie de 12 degrés en 12 degrés, depuis 168 degrés jusqu'à 12 degrés; la longueur MP de chacun d'eux $= 4$ pieds; la largeur $MN = 2$ pieds; l'enfoncement nh dans l'eau $= 2$ pieds; la partie nN saillante hors de l'eau $= 7$ pouces environ.

3°. Un parallèlépipède rectangle Z (*Fig.* 88), dont la longueur $MN = 2$ pieds; la largeur $MP = 4$ pieds; l'enfoncement mg dans l'eau $= 2$ pieds; la partie mM saillante hors de l'eau $= 7$ pouces environ.

4°. Un bateau prismatique V (*Fig.* 89), dont la

proue est composée de deux parties planes égales MH, KP, et d'une partie angulaire et isocèle HQK; la largeur totale = 4 pieds; chacune des parties MH ou KP = 1 pied; HK = 2 pieds; la longueur MN = 2 pieds; l'enfoncement mg dans l'eau = 2 pieds; la partie mM saillante hors de l'eau = 7 pouces; et l'angle HQK = 24 degrés.

5°. Deux bateaux prismatiques S (*Fig.* 90) ayant chacun une proue circulaire, dont la flèche QR est égale, dans l'un, au rayon RM, et dans l'autre, au demi-rayon; la largeur MN = 2 pieds; la longueur MP = 4 pieds; l'enfoncement nh dans l'eau = 2 pieds; et la partie nN saillante hors de l'eau = 7 pouces environ.

989. Les poids qu'on emploie successivement pour faire mouvoir un bateau, se posent sur un plateau attaché à l'extrémité de la corde G (*Fig.* 80.) Il y a donc réellement dans chaque poids moteur, pour chaque expérience, deux poids séparés; l'un est celui qu'on pose sur le plateau; l'autre, la pesanteur même du plateau, qui subit quelques variations selon que ce plateau est plus ou moins mouillé. On a estimé ces variations le plus exactement qu'il a été possible. Pour plus de simplicité dans l'expression de la totalité du poids moteur, nous distinguons deux parties dans le poids particulier du plateau; l'une qui est constamment de 10 livres et que nous joignons tout de suite au poids posé sur le plateau; l'autre qui varie dans l'intervalle de demi-livre à $2\frac{1}{2}$ livres, et qui accompagne, au moyen du signe +, la

la première somme : cette seconde partie du poids du plateau est la seule qui soit un peu incertaine; mais on voit qu'une pareille incertitude ne peut produire aucun changement sensible dans les résultats.

Quant à la variation qui arrive au poids de la corde à mesure qu'elle se déroule, nous la compensons par un bout de corde de même grosseur que G, suspendu au plateau; ainsi le poids de la corde qui soutient le poids moteur peut être regardé comme constant, et nous le comprenons dans celui du plateau.

990. Chaque bateau a toujours parcouru plus de 40 pieds, avant que d'arriver à la ligne GH (*Fig.* 79), de laquelle on commence à compter le mouvement; ainsi il n'y a plus alors d'accélération, et l'on peut regarder le mouvement comme uniforme sur l'étendue MN ou Mn.

On a eu de la peine à observer les remous, à cause de la distance où l'on étoit des bateaux : on ne trouvera donc ici qu'un petit nombre d'observations de ce genre.

La même expérience a toujours été répétée 4 à 5 fois, et on a pris un milieu entre les temps des mouvemens, lorsqu'on jugeoit d'ailleurs que ces temps étoient déterminés avec une exactitude suffisante.

EXPÉRIENCES I, II,.... V.

991. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*SECONDES employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 86.	60 + 1,8	78,08
	110 + 2,5	57,51
Résistance directe.	160 + 2,5	47,44
Remou central = 2 p. $\frac{1}{2}$.	210 + 2,5	41,49
	260 + 2,5	37,32

EXPÉRIENCES VI, VII..... X.

992. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*SECONDES employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87.	60 + 2,0	77,50
	110 + 2,5	56,95
Angle $MQN = 168^d$	160 + 2,5	47,22
Remou central = 2 p. $\frac{1}{2}$.	210 + 2,5	41,26
	260 + 2,5	37,12

EXPÉRIENCES XI, XII,..... XV.

993. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*SECONDES employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87.	60 + 2,5	75,09
	110 + 2,5	56,15
Angle $MQN = 156^d$	160 + 2,5	46,44
Remou central = 2 p. $\frac{1}{3}$	210 + 2,5	41,03
	260 + 2,5	36,52

EXPÉRIENCES XVI,.... XX.

994. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87.	60 + 2,5	73,38
Angle $MQN = 144^d$	110 + 2,5	54,75
Remou central = 21 l.	160 + 2,5	45,35
	210 + 2,5	39,58
	260 + 2,5	37,57

EXPÉRIENCES XXI,.... XXV.

995. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87.	60 + 0,5	72,08
Angle $MQN = 152^d$	110 + 1,5	53,25
Remou central = 21 l.	160 + 2,5	43,75
	210 + 2,5	38,26
	260 + 2,5	34,30

EXPÉRIENCES XXVI,.... XXX.

996. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87.	60 + 2,5	68,32
Angle $MQN = 120^d$	110 + 2,5	50,84
	160 + 2,5	41,84
	210 + 2,5	36,62
	260 + 2,5	32,77

EXPÉRIENCES XXXI,..... XXXV.

997. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87. Angle $MQN = 108^d$	60 + 1,5	65,85
	110 + 2,5	48,75
	160 + 2,5	39,50
	210 + 2,5	34,46
	260 + 2,5	31,05

EXPÉRIENCES XXXVI,..... XL.

998. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87. Angle $MQN = 96^d$	60 + 0,5	63,00
	110 + 0,5	46,45
	160 + 2,5	38,05
	210 + 2,5	32,66
	260 + 2,5	29,27

EXPÉRIENCES XLI,..... XLV.

999. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87. Angle $MQN = 84^d$	60 + 0,5	60,55
	110 + 0,5	44,56
	160 + 2,5	35,78
	210 + 2,5	31,25
	260 + 2,5	27,51

EXPÉRIENCES XLVI,..... L.

1000. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87. Angle $MQN = 72^d$	60 + 2,5	57,50
	110 + 2,5	42,75
	160 + 2,5	34,85
	210 + 2,5	29,65
	260 + 2,5	25,36

EXPÉRIENCES LI,..... LV.

1001. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87. Angle $MQN = 60_d$	60 + 0,5	55,45
	110 + 2,5	40,04
	160 + 2,5	33,05
	210 + 2,5	28,25
	260 + 2,5	24,77

EXPÉRIENCES LVI,..... LX.

1002. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87. Angle $MQN = 48_d$	60 + 2,5	52,51
	110 + 2,5	38,05
	160 + 2,5	31,61
	210 + 2,5	27,56
	260 + 2,5	24,30

EXPÉRIENCES LXI, LXII, LXIII.

1003. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87. Angle $MQN = 36^d$	60 + 2,5	51,15
	110 + 2,5	36,96
	160 + 2,5	30,53

EXPÉRIENCES LXIV, LXV, LXVI.

1004. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87. Angle $MQN = 24^d$	60 + 1,5	49,48
	110 + 2,5	35,75
	160 + 2,5	30,23

EXPÉRIENCES LXVII, LXVIII, LXIX.

1005. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 72 pieds.*
Fig. 87. Angle $MQN = 12^d$	60 + 2,5	37,04
	110 + 2,5	26,50
	160 + 2,5	22,51

1006. *Scholie.* Le but des expériences précédentes est de faire connoître les rapports des résistances pour une suite de proues angulaires qui varient de 12 degrés en 12 degrés, depuis 180 degrés, c'est-à-dire, depuis le simple plan, jusqu'à l'angle de 12 degrés. Ayant rempli cet objet principal de notre travail, nous avons encore examiné d'autres points importans de la résistance des fluides : telles sont les questions suivantes.

PREMIÈRE QUESTION.

Les résistances des proues polygones ou curvilignes suivent-elles les mêmes lois que les résistances des proues angulaires simples ?

SECONDE QUESTION.

La poupe plus ou moins alongée d'un vaisseau influe-t-elle sensiblement, toutes choses d'ailleurs égales, sur la vîtesse du sillage ?

TROISIÈME QUESTION.

La longueur d'un vaisseau est-elle indifférente pour la marche, en supposant que la surface présentée au choc du fluide soit toujours la même ?

QUATRIÈME QUESTION.

Quels changemens produira-t-on dans la vîtesse du sillage, si l'on couvre d'une pointe triangu-

laire le milieu d'une proue plane ou celui d'une poupe plane ?

Les expériences que nous allons rapporter nous serviront, sinon à résoudre généralement ces questions, du moins à en donner des solutions particulières, applicables à plusieurs cas.

Dans les six premières, cotées LXX, LXXI, LXXII, LXXIII, LXXIV, LXXV, on a fait courir les bateaux représentés par la *Figure* 90.

Dans celles qui sont cotées LXXVI, LXXVII, LXXVIII, LXXIX, LXXX, LXXXI, le bateau mu n'est autre chose que celui de la *Figure* 87, retourné de l'avant à l'arrière, de sorte que OP est maintenant la proue, et MQN la poupe. Ainsi on aura des résistances directes qu'on pourra comparer avec celles du bateau de la *Figure* 86, où la poupe est simplement un plan vertical de même que la proue.

L'expérience cotée LXXXII a été faite avec le bateau de la *Figure* 88, dont la largeur $MP = 4$ pieds; la longueur $MN = 2$ pieds, et l'enfoncement dans l'eau $= 2$ pieds, comme il a été dit.

Les deux expériences cotées LXXXIII, LXXXIV, ont été faites avec le bateau de la *Figure* 89, l'angle KQH étant ici de 24 degrés; et enfin celles qui sont cotées LXXXV, LXXXVI, ont été faites avec le même bateau retourné de l'avant à l'arrière, l'angle KQH de la poupe étant de 24 degrés, comme celui de la proue dans les deux précédentes.

EXPÉRIENCES LXX, LXXI, LXXII.

1007. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*SECONDES employées à parcourir 72 pieds.*
Fig. 90. $QR = RM$.	60 + 2,0	42,25
	110 + 2,5	30,50
	160 + 2,5	25,25

EXPÉRIENCES LXXIII, LXXIV, LXXV.

1008. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*SECONDES employées à parcourir 72 pieds.*
Fig. 90. $QR = \frac{RM}{2}$.	60 + 2,0	51,25
	110 + 2,5	37,25
	160 + 2,5	30,50

EXPÉRIENCES LXXVI, LXXVII.

1009. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*SECONDES employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87, retournée. L'angle MQN de la poupe étant $= 48^d$	160 + 2,5	44,80
	260 + 2,5	35,18

EXPÉRIENCES LXXVIII, LXXIX, LXXX.

1010. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 96 pieds.*
Fig. 87, retournée.	160 + 2,5	43,85
Angle MQN de la poupe $= 24^d$	210 + 2,5	38,35
	260 + 2,5	34,48

EXPÉRIENCE LXXXI.

1011. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteur, exprimé en livres.*	*Secondes employées à parcourir 72 pieds.*
Fig. 87, retournée. Angle MQN de la poupe $= 12^d$	160 + 2,5	32,62

EXPÉRIENCE LXXXII.

1012. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteur, exprimé en livres.*	*Secondes employées à parcourir 72 pieds.*
Fig. 88.	110 + 2,5	72,00

EXPÉRIENCES LXXXIII, LXXXIV.

1013. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 72 pieds.*
Fig. 89.	110 + 2,5	60,00
Angle $KQH = 24^d$	210 + 2,5	43,25

EXPÉRIENCES LXXXV, LXXXVI.

1014. BATEAU QUI A ÉTÉ MU.	*Poids moteurs, exprimés en livres.*	*Secondes employées à parcourir 72 pieds.*
Fig. 89, retournée.	110 + 2,5	69,00
L'angle KQH de la poupe $= 24^d$	210 + 2,5	50,01

RÉFLEXIONS.

1015. Nos expériences de l'année 1775, ont suffisamment prouvé, et on trouveroit également par les précédentes, que la résistance d'une surface quelconque, plane ou courbe, mue avec différentes vîtesses, est à peu de chose près comme le quarré de la vîtesse : on a trouvé aussi que les résistances directes de différentes surfaces planes, mues avec

la même vitesse, sont sensiblement proportionnelles aux étendues de ces surfaces, pourvu néanmoins que le fluide ait dans tous les cas une liberté suffisante de venir gagner l'arrière du corps flottant, comme nous le verrons ci-dessous. Ainsi sur ces deux points, l'expérience est, à peu de chose près, d'accord avec la théorie ordinaire; mais relativement à la loi du quarré du sinus de l'angle d'incidence d'un fluide sur un plan, l'expérience s'éloigne sensiblement de la théorie, du moins lorsque les angles d'incidence deviennent un peu aigus. Notre objet présent est d'abord d'examiner, au moyen des soixante-neuf premières expériences qui précèdent, si la loi du choc pour une suite de proues angulaires simples, n'a pas une marche constante et régulière qu'on puisse soumettre aux formules de l'analyse: problème absolument nouveau jusqu'ici; nous tâcherons ensuite de résoudre, ou d'éclaircir, par les autres expériences, les questions intéressantes qui ont été proposées (1006).

1016. L'effort total que le poids moteur fait pour descendre, est contre-balancé à chaque instant par la résistance de l'eau dont nous sommes occupés, par celle de l'air et par le frottement. Il est évident que le bateau présentant une très-petite surface au choc de l'air qui est d'ailleurs environ 850 fois plus rare que l'eau, la résistance du premier de ces fluides peut être négligée par rapport à celle du second. La résistance qui provient du frottement, soit des parties de la machine, soit du mouvement de la corde

qui tire le bateau, est toujours beaucoup moindre que celle de l'eau : cependant il en faudroit tenir compte, si on vouloit assigner la mesure absolue de la résistance de de l'eau ; mais comme nous nous proposons simplement de déterminer les rapports des résistances de l'eau, nous pouvons faire abstraction du frottement, parce que dans les mouvemens uniformes, tels que nous les considérons, le frottement étant sensiblement proportionnel à la pression, les résistances totales que surmonte le poids moteur en descendant, sont entr'elles à peu de chose près, comme ces mêmes résistances diminuées des effets des frottemens.

1017. 1°. Soient pour un même espace et un même temps donnés,

La valeur absolue de la résistance directe qu'éprouve une surface plane donnée..... $= P$,

La valeur relative, prise arbitrairement de la même résistance..... $= p$,

La valeur absolue de la résistance qu'éprouve une surface quelconque X..... $= R$,

La valeur relative de la même résistance..... $= r$,

L'espace parcouru..... $= E$,

Le temps du mouvement..... $= T$.

2°. Soient pour un autre espace et un autre temps donnés,

La valeur absolue de la résistance qu'éprouve la surface X..... $= Q$,

L'espace parcouru..... $= e$,

Le temps du mouvement..... $= t$.

Cela posé, on a d'abord par hypothèse, $P : p :: R : r$, ou $r = R \times \frac{p}{P}$; d'un autre côté, l'expérience donne, $R : Q :: \frac{E^2}{T^2} : \frac{e^2}{t^2}$; donc $R = Q \times \frac{E^2 t^2}{e^2 T^2}$. Substituant cette valeur de R dans celle de r, on aura $r = p \times \frac{Q}{P} \times \frac{E^2 t^2}{e^2 T^2}$.

D'où l'on voit que connoissant par l'expérience les quantités P, E, T, Q, e, t, on connoîtra le rapport de p à r, c'est-à-dire, le rapport de la résistance directe d'une surface plane donnée, à la résistance d'une autre surface quelconque, pour une même vîtesse laquelle a pour expression $\frac{E}{T}$.

1018. Il est à propos de remarquer que le rapport des deux résistances dont on vient de parler, sera le même pour toute autre vîtesse $\frac{E'}{T'}$; car soient P', p', R', r', E', T', les quantités analogues chacune à chacune des quantités P, p, R, r, E, T, tout le reste demeurant d'ailleurs le même : on trouvera comme dans l'article précédent,

$$r' = p' \times \frac{Q}{P'} \times \frac{E'^2 e^2}{e^2 T'^2}.$$

Or, $\frac{Q}{P'} \times \frac{E'^2 e^2}{e^2 T'^2} = \frac{Q}{P} \times \frac{E^2 e^2}{e^2 T^2}$;

car, suivant l'expérience, $P : P' :: \frac{E^2}{T^2} : \frac{E'^2}{T'^2}$.

Donc $\frac{P'}{r'} = \frac{P}{r}$.

On voit par-là, que si l'on suppose $p' = p$, on aura aussi $r' = r$.

1019. D'après ces principes, nous avons construit la table ci-jointe, laquelle contient les rapports des résistances, suivant la théorie et suivant l'expérience, pour quinze sortes de proues angulaires. Ainsi, nous supposons dans cette table que la base *MN* (*Fig.* 87), qui est de 2 pieds, demeurant constamment la même, l'angle *MQN* d'une proue formée en triangle isocèle, est d'abord de 180 degrés (ce qui est le cas de la résistance directe et perpendiculaire), puis de 168 degrés, puis de 156 degrés, puis de 144 degrés, ainsi de suite jusqu'à 12 degrés : nous représentons la résistance directe par le nombre arbitraire 10000; ensuite nous déterminons par la théorie ordinaire et par les formules précédentes, les valeurs relatives des résistances pour les angles proposés.

Table comparative des résistances sous même vitesse, pour une suite d'angles MQN (Fig. 87), *depuis* 180 *degrés jusqu'à* 12 *degrés.*

SUITE DES ANGLES *MQN.*	RÉSISTANCES COMPARATIVES, SUIVANT LA THÉORIE.	RÉSISTANCES COMPARATIVES, SUIVANT L'EXPÉRIENCE.	DIFFÉRENCES DES DEUX SUITES PRÉCÉDENTES.
MQN = 180^{d}	10000	10000	0
168	9890	9893	3
156	9568	9578	10
144	9045	9084	39
132	8346	8446	100
120	7500	7710	210
108	6545	6925	380
96	5523	6148	625
84	4478	5433	955
72	3455	4800	1345
60	2500	4404	1904
48	1654	4240	2586
36	955	4142	3187
24	432	4063	3631
12	109	3999	3890

1020. On voit par cette table, que les résistances effectives ne diminuent pas en même raison que les quarrés des sinus des angles d'incidence : l'expérience s'éloigne de plus en plus de la théorie, à mesure que les angles d'incidence deviennent plus petits. Il seroit facile de construire une courbe du genre parabolique, dont les ordonnées représenteroient les résistances telles que l'expérience les donne : on pourroit remplir le même objet par la méthode de M. la Grange, pour former des tables des planètes

planètes d'après les seules observations, ou par celle que Condorcet a donnée pour déduire en général les loix des phénomènes d'après les observations; mais tous ces moyens exigent des calculs un peu longs pour la pratique. En considérant attentivement la suite des différences entre les résistances effectives et les résistances théoriques, j'ai observé qu'on pouvoit représenter les résistances effectives par une formule qui, sans être absolument générale, s'applique à un grand nombre de cas, et qui ne demande que des calculs numériques très-simples et très-faciles.

1021. En effet, chaque terme de la suite des différences dont il s'agit, étant l'excès de la résistance effective sur la résistance donnée par la théorie, et cette même suite allant toujours en montant, j'ai ainsi raisonné : la formule propre à représenter les résistances effectives, doit ou peut contenir :

1°. Le terme que donneroit la théorie; 2°. un terme ou un assemblage de termes dont la valeur aille toujours en augmentant suivant la loi de la suite proposée. Nommons x l'angle NMQ (*Fig.* 87), pour le rayon 1; P la résistance directe de la base NM; ϕ la résistance que devroit éprouver, selon la théorie, la proue angulaire MQN dans le sens de sa hauteur QR: on aura, comme on sait, $\phi = P \times (\cos. x)^2$. Soit Π la résistance effective de la même proue; et examinons s'il ne seroit pas possible de représenter les résistances effectives par une formule de cette espèce, $\Pi = P(\cos. x)^2 + Mx^n$, qui est

la plus simple qu'on puisse employer sous le point de vue que nous venons d'exposer, et dans laquelle l'exposant n est un nombre au-dessus de zéro, afin qu'on ait $\Pi = P$, lorsque $x = 0$.

1022. Dans la table de l'art. 1019, les angles x forment une progression arithmétique, dont la différence est égale au premier angle qui suit le cas de la proue plane, lequel angle est de 6 degrés. Ainsi, en nommant q ce premier angle, et supposant $P = 10000$, on aura, 1°. cette suite d'équations : $P\,(\cos.\ 0)^2 = 10000$; $P\,(\cos.\ q)^2 = 9890$; $P\,(\cos.\ 2\,q)^2 = 9568$; $P\,(\cos.\ 3\,q)^2 = 9045$; . . . . . $P\,(\cos.\ 14\,q)^2 = 109$.

2°. Supposons (si la chose est permise, ce qu'on verra dans un moment), que les termes de la suite des différences qui se trouvent entre les résistances effectives et les résistances théoriques, soient proportionnels chacun à chacun des termes de cette suite : $0, 3\,q^n, m\,(2\,q)^n, m\,(3\,q)^n, m\,(4\,q)^n, \ldots\ldots m\,(14\,q)^n$; en sorte qu'on ait ces différentes proportions,

$$3 : 10 :: 3\,q^n, : m\,(2\,q)^n :: 1 : \frac{m}{3} \times 2^n;$$

$$3 : 39 :: 3\,q^n : m\,(3\,q)^n :: 1 : \frac{m}{3} \times 3^n;$$

$$3 : 100 :: 3\,q^n : m\,(4\,q)^n :: 1 : \frac{m}{3} \times 4^n;$$

. . . . . .

$$3 : 3890 :: 3\,q^n : m\,(14\,q)^n :: 1 : \frac{m}{3} \times (14)^n;$$

proportions qui donnent, $m \times 2^n = 10$; $m \times 3^n = 39$; $m \times 4^n = 100$; . . . . . $m \times (14)^n = 3890$. Or, en combinant successivement la première de ces équations avec chacune des autres, on trouvera pour n à-peu-près les valeurs suivantes :

$$n = \frac{\log. 39 - \log. 10}{\log. 3 - \log. 2} = 3,35;$$

$$n = \frac{\log. 100 - \log. 10}{\log. 4 - \log. 2} = 3,32;$$

$$n = \frac{\log. 210 - \log. 10}{\log. 5 - \log. 2} = 3,32;$$

$$n = \frac{\log. 380 - \log. 10}{\log. 6 - \log. 2} = 3,31;$$

$$n = \frac{\log. 625 - \log. 10}{\log. 7 - \log. 2} = 3,30;$$

$$n = \frac{\log. 955 - \log. 10}{\log. 8 - \log. 2} = 3,28;$$

$$n = \frac{\log. 1345 - \log. 10}{\log. 9 - \log. 2} = 3,26;$$

$$n = \frac{\log. 1904 - \log. 10}{\log. 10 - \log. 2} = 3,26;$$

$$n = \frac{\log. 2586 - \log. 10}{\log. 11 - \log. 2} = 3,25;$$

$$n = \frac{\log. 3187 - \log. 10}{\log. 12 - \log. 2} = 3,21;$$

$$n = \frac{\log. 3631 - \log. 10}{\log. 13 - \log. 2} = 3,13;$$

$$n = \frac{\log. 3890 - \log. 10}{\log. 14 - \log. 2} = 3,06.$$

D'où l'on voit que la valeur de n est à-peu-près constante, et que par conséquent celle de m l'est

aussi. Ainsi, la supposition que nous avons faite, relativement au rapport des termes de la suite des différences, est sensiblement permise, du moins pour la plus grande partie de la suite : la valeur moyenne de n est, à peu de chose près, $3,25$ ou $3\frac{1}{4}$, et celle de m est en conséquence $1,051$. Par conséquent la formule approchée de la résistance, sera,

$$\Pi = 10000 \times (\cos. x)^2 + 3,153 \times \left(\frac{x}{q}\right)^{3\frac{1}{4}}.$$

1023. Cette formule est suffisamment exacte pour tous les cas où l'angle d'incidence du fluide sur les faces de la proue est un peu grand; mais elle n'est pas admissible pour de très-petits angles d'incidence : car, par exemple, lorsque l'angle d'incidence est de 12 degrés, ce qui est le cas des expériences LXIV, LXV, LXVI, le terme $3,153 \times \left(\frac{x}{q}\right)^{3\frac{1}{4}}$ devient 4766, tandis que l'expérience donne simplement 3631 : la formule s'éloigne encore plus de la vérité pour de plus petits angles d'incidence.

Du reste, on ne peut pas regarder comme un défaut de cette même formule, de ce qu'elle ne donne pas $\varphi = 0$, lorsque $x = 90$ degrés, comme le donne la formule tirée de la théorie ordinaire. Car tous les triangles NMQ ayant une même base finie NM, il y aura toujours une résistance, même lorsque $x = 90$ degrés, puisque le bateau poussera toujours devant lui et déplacera une colonne fluide dont la largeur est finie. D'ailleurs, l'angle x

étant parvenu aux environs de 90 degrés, la proue s'alonge considérablement; d'où il résulte que le frottement du fluide le long des parois du bateau, peut augmenter au point de former une résistance sensible, comparable et additive à celle qui provient du choc de l'eau.

Je passe aux questions de l'article 1006.

1024. La première est de savoir, *si les résistances des proues polygones ou curvilignes suivent les mêmes loix que les résistances des proues angulaires simples?* Or il paroît que ces loix ne sont pas les mêmes, ou que si toutes dépendent d'un même principe, la formule qui exprimeroit cette relation renfermeroit un très-grand nombre d'élémens qu'il est comme impossible d'apprécier avec exactitude. Les variétés que l'expérience présente à cet égard, sont une nouvelle preuve de l'insuffisance de la théorie ordinaire, du moins quant à la partie de la résistance, qui est relative au quarré du sinus de l'angle d'incidence. En effet, prenons pour base ou pour terme de comparaison, la résistance effective, directe et perpendiculaire d'une proue plane: comparons-lui successivement la résistance effective d'une proue angulaire simple, et celle d'une proue curviligne, de même hauteur et de même largeur: nous verrons, 1°. par la table de l'article 1019, que la résistance de la proue angulaire simple diminue en moindre rapport suivant l'expérience que suivant la théorie ordinaire. 2°. Au contraire la résistance d'une proue curviligne diminue

en plus grand rapport suivant l'expérience que suivant la théorie ordinaire. Car, par exemple, les *Expériences* cotées LXX, LXXI, LXXII font voir que la proue demi-circulaire éprouve une résistance qui est à celle du diamètre *MN*, comme 13 est à 25 environ, tandis que suivant la théorie ordinaire, ces deux résistances devroient être entr'elles comme les nombres 2 et 3. On sent qu'autant de différentes proues, autant de différentes sortes de résistances. Cependant, dans les vaisseaux flottans à la mer, construits suivant les bons principes reçus, toutes les résistances varient entre des limites qui ne sont pas fort éloignées. Il résulte des observations faites sur plusieurs de ces vaisseaux, que la résistance soufferte par la proue, dans le sens de la quille, est environ la quatrième ou la cinquième partie de la résistance qu'éprouveroit le maître couple, s'il étoit exposé sous la même vîtesse, au choc perpendiculaire du fluide.

1025. La seconde question : *si la proue demeurant la même, une poupe plus ou moins alongée fait diminuer la résistance ?* peut également s'éclaircir. En comparant les *Expériences* LXXVI, LXXVII, chacune avec chacune des *Expériences* III, V; les *Expériences* LXXVIII, LXXIX, LXXX, chacune avec chacune des *Expériences* III, IV, V; et l'*Expérience* LXXXI avec l'*Expérience* III : on voit qu'une poupe alongée fait augmenter sensiblement la vîtesse du sillage. Et comme on connoît par ces expériences les rapports des temps employés à

parcourir un même espace, on est en état de déterminer les rapports des résistances : ainsi, par exemple, on trouvera que sous même vîtesse, le bateau de la *Figure* 86, garni d'une poupe triangulaire isocèle, dont l'angle du sommet est de 48 degrés, éprouve une résistance moindre que celle qu'il éprouvoit quand il n'avoit pas de poupe, dans le rapport de $15\frac{3}{4}$ à 14, environ.

1026. La troisième question, *si la longueur d'un vaisseau influe sur la vîtesse du sillage*? est, en quelque sorte comprise dans les précédentes, et se résoud par les mêmes moyens. Il est constant par les expériences du *chapitre XV*, que les résistances perpendiculaires de différentes surfaces planes, pour une même vitesse, sont sensiblement proportionnelles aux étendues de ces surfaces; mais cette loi n'a lieu que pour les bateaux qui ont une certaine longueur relative à leur largeur. En effet, si l'on compare l'*Expérience* LXXXII avec l'*Expérience* II, on trouvera, que pour une même vîtesse, la résistance du bateau de la *Figure* 88 est à la résistance du bateau de la *Figure* 86, comme 31 est à 11 à-peu-près, tandis que si la loi citée avoit lieu généralement, ces deux résistances devroient être comme les nombres 22 et 11. La raison pour laquelle le bateau de la *Figure* 88 éprouve une si grande résistance, est qu'il a trop de largeur comparativement à sa longueur, ou à la dimension suivant le sens de laquelle il est mu; d'où il résulte que le fluide écarté par-devant n'a pas une liberté suffisante pour

couler le long du bateau, et pour venir occuper le creux qui se forme à l'arrière. Il existe donc dans tous les cas un certain rapport entre la largeur et la longueur d'un vaisseau, pour que la vîtesse du sillage acquière toute la plénitude dont elle est susceptible. Mais quel est ce rapport? il dépend visiblement en partie de la direction des molécules fluides, en partie de la forme de la carène, et en partie de la vîtesse même du sillage; on n'a pas encore pu le soumettre aux formules de l'analyse; mais les *Expériences* LXXVI, LXXVII, LXXVIII, LXXIX, LXXX, LXXXI, où le bateau de la *Figure* 86 a une poupe angulaire, étant combinées avec les *Expériences* I, II, III, IV, V, où le même bateau est dépourvu d'une poupe angulaire, font voir que pour la résistance directe et pour des vîtesses de 2 ou 3 pieds par seconde, la longueur du vaisseau doit être au moins triple de sa largeur, si l'on veut que la vîtesse du sillage atteigne son *maximum*. Si la vîtesse étoit plus grande, le rapport de la longueur du vaisseau à sa largeur seroit aussi plus grand. Je n'ai pas besoin d'ajouter que la longueur étant une fois suffisante, on ne pourroit que diminuer cette vîtesse en augmentant la longueur du vaisseau, puisqu'on augmenteroit par-là le frottement le long de ses côtés; mais il faut avouer que le frottement est peu sensible, et qu'il ne le deviendroit que sur des longueurs considérables.

1027. Enfin la quatrième question, concernant *les changemens qui peuvent arriver dans la vîtesse*

du sillage, lorsque l'on couvre d'une pointe triangulaire le milieu d'une proue plane, ou d'une poupe plane? va s'éclaircir par les *Expériences* LXXXIII, LXXXIV, LXXXV, LXXXVI : elle embrasse, comme on voit, deux objets. Ce qui a donné lieu au premier de ces problèmes, est que le fluide allant choquer perpendiculairement les deux surfaces planes PK, HM (*Fig.* 89), doit se détourner moins facilement de sa direction, que si les parties KO, HN étoient enlevées, ou que le bateau eût à l'avant une forme semblable à celui de la *Figure* 87; d'où il paroît s'ensuivre que la résistance de la proue KQN doit augmenter. Les *Expériences* LXXXIII, LXXXIV prouvent que cette conjecture est fondée; car il résulte de l'*Expérience* LXXXII que le système des deux surfaces PK, HM (*Fig.* 89), tiré par un poids de $56^{liv.},25$, parcourroit 72 pieds en 72 secondes, ou que le même système tiré par un poids de 81 livres, parcourroit 72 pieds en 60 secondes, qui sont la durée de l'*Expérience* LXXXIII. Retranchant 81 livres de $112^{liv.},5$, le reste $31^{liv.},50$, sera le poids qui tire la proue KQN dans le cas de l'*Expérience* LXXXIII; or si cette proue étoit isolée, ou que les deux parties planes PK, HM fussent enlevées, on trouveroit, au moyen de l'*Expérience* LXIV, et de la loi des résistances proportionnelles aux quarrés des vîtesses pour un même bateau, on trouveroit, dis-je, que la proue dont il s'agit, étant tirée simplement par un poids de $23^{liv.},53$, parcourroit 72 pieds en 60 secondes; d'où

l'on voit que la proue *KQN*, dans le cas de l'*Expérience* LXXXIII, éprouve une plus grande résistance, que si elle étoit isolée : la même chose se conclut par l'*Expérience* LXXXIV.

Quant à la seconde partie de la question, on trouve en comparant l'*Expérience* LXXXV avec l'*Expérience* LXXXII, que la poupe *KQH* fait diminuer la résistance ; ce qui rentre dans la seconde question.

CHAPITRE XVIII.

Expériences et Réflexions sur le mouvement des roues mues par le choc ou par le poids de l'eau.

1028. ON voit (*Fig.* 91) une roue *AGFH* qui avoit d'abord 48 ailes, et qu'on a réduites successivement à 24 et à 12. Toutes ces ailes sont dirigées au centre *C*. Elles ont 5 pouces juste de largeur, c'est-à-dire, suivant la dimension perpendiculaire au plan de la roue; et 4 à 5 pouces de hauteur, c'est-à-dire, suivant la dimension dirigée au centre. Elles trempent dans le canal dont il a été parlé (*Chapitre XII*), et qui est représenté dans la *Figure* 50. La roue tourne librement, et il s'en faut d'environ demi-ligne que les extrémités des ailes n'atteignent le fond et les parois du canal. L'arbre de la roue, qui est horizontal, a une gorge cylindrique pour recevoir les rangs parallèles d'une corde *COS* qui s'enveloppe autour d'elle, et qui au moyen de la poulie *O* de renvoi, fait monter le poids Π, lorsque le courant *XYTZ* frappe les ailes. Le diamètre extérieur *BK* de la roue est de 3 pieds 1 pouce 10 lignes; le diamètre à nud de la gorge cylindrique qui reçoit la corde est de deux pouces : le diamètre des tourillons placés aux extrémités de l'arbre est de

$2\frac{1}{2}$ lignes; la poulie *O* de renvoi a 3 pouces 8 lignes de diamètre, et celui de ses tourillons est $2\frac{2}{3}$ lignes. Le diamètre de la corde est de 2 lignes.

L'endroit où la machine est placée, est distant d'environ 50 pieds du réservoir *ADCB* (*Fig.* 50). La vîtesse du courant a été préalablement déterminée par les moyens expliqués au long dans le *Chapitre XII*, qu'on doit avoir présent à l'esprit pour pouvoir entendre ce qui suit.

J'avertis une fois pour toutes, qu'ici et dans la suite je ne commence à compter le nombre de tours que fait la roue pendant le nombre de secondes marquées dans l'avant-dernière colonne de chaque table, que quand le mouvement ascensionnel du fardeau Π est devenu uniforme; ce qui arrive toujours, lorsque la roue a fait 4 à 5 tours.

EXPÉRIENCES I, II, III,..... VI.

1029. La pale est élevée de 1 p^ce.; et la vîtesse de l'eau dans le canal, est de 300 pieds en 33 sec., comme dans l'article 802.	*Nombre des ailes de la roue.*	*FARDEAU élevé, exprimé en livres.*	*DURÉE du mouvement, exprimée en secondes.*	*Nombre des tours de la roue.*
	48	12	60	$33\frac{1}{4}$
	48	16	60	$28\frac{1}{2}$
	24	12	60	29
	24	16	60	$25\frac{1}{2}$
	12	12	60	$25\frac{1}{2}$
	12	16	60	$19\frac{1}{4}$

EXPÉRIENCES VII, VIII, ... XII.

1030. La pale est élevée de 1 pce.; et la vîtesse de l'eau dans le canal,	*Nombre des ailes de la roue.*	*Fardeau élevé, exprimé en livres.*	*Durée du mouvement exprimée en secondes.*	*Nombre des tours de la roue.*
est de 300 pieds en 30 sec., comme dans l'article 800.	48	12	48	34
	48	16	48	$31\frac{1}{4}$
	24	12	48	$30\frac{1}{3}$
	24	16	48	$28\frac{1}{2}$
	12	12	48	25
	12	16	48	23

RÉFLEXIONS.

1031. Le fardeau élevé étant le même, la roue tourne plus vîte lorsqu'elle a 48 ailes, que lorsqu'elle en a 24; et plus vîte lorsqu'elle en a 24 que lorsqu'elle en a 12. Ainsi dans tous les cas pareils à nos expériences, il sera avantageux de donner au moins 48 ailes à la roue, si toutefois elle peut les porter sans devenir trop pesante, et sans que d'un autre côté les trous qu'il faut percer dans l'anneau pour recevoir les chevilles destinées à porter les ailes, n'affoiblissent trop ce même anneau, et n'enlèvent à l'assemblage la solidité dont il a besoin. Voyons donc quelle est la valeur de l'arc *MBN* qui trempe dans l'eau. A 50 pieds de distance au réservoir, endroit où la roue est placée, l'eau s'élève au-dessus du fond du canal, d'environ 13 à 14 lignes; et la

plus grande profondeur à laquelle les ailes s'enfoncent, est d'environ 13 lignes. D'après ces données et la connoissance du rayon de la roue, je trouve que l'arc *MBN* est de 24 degrés 54 minutes. Dans les grandes roues qui ont environ 20 pieds de diamètre, et qui sont mues par un courant rapide, l'arc plongé dans l'eau n'excède guère 25 à 30 degrés; et on ne leur donne pas ordinairement plus de 40 ailes. Si on leur en donnoit davantage, elles produiroient un plus grand effet. La théorie et l'expérience sont d'accord sur ce point, qui mérite attention.

1032. C'est un usage reçu de donner un petit nombre d'ailes aux roues qui trempent dans les rivières; et cela, pour empêcher que les ailes ne se couvrent les unes les autres, et pour que chacune puisse recevoir le choc de l'eau. L'expérience va nous indiquer ce qu'on doit penser de cette pratique.

La roue dont je me suis servi ici (*Fig.* 92 *et* 93) est faite autrement que la précédente; *BGFHhbgf* est l'élévation commune de deux couronnes de fer dont la largeur *Bb* est de 9 lignes, et l'épaisseur de 1 ligne; les ailes sont de tôle et elles ont environ demi-ligne d'épaisseur; l'extrémité extérieure *B* de chacune d'elles est portée par une petite cheville de fer qui s'assemble dans les deux couronnes, tandis que l'autre extrémité est portée par deux tiges *AR* de fer qui sont attachées en *R* à la roue *K* mobile autour du centre *C*. Par ce moyen, on peut ou diriger les ailes au centre, ou leur donner telle inclinaison qu'on veut par rapport au rayon; on peut

aussi, quand on veut, ôter et remettre une partie des ailes. A l'égard des dimensions, le diamètre extérieur BF est de 3 pieds; la largeur des ailes est de 5 pouces; leur hauteur BA de 6 pouces; le diamètre à nud de la bobine cylindrique sur laquelle s'enveloppe la corde $CO\Pi$ qui porte le poids Π, est de 2 pouces 6 lignes; celui des tourillons de l'arbre, de 3 lignes; le diamètre de la poulie, de 3 pouces 8 lignes; et celui de ses tourillons, de $2\frac{2}{5}$ lignes. Le diamètre de la corde est de 2 lignes, en sorte que le bras de levier du poids Π est de 1 pouce 4 lignes à très-peu-près. Comme la roue ne fait pas toujours un nombre entier de tours pendant un certain nombre de secondes; pour pouvoir mesurer facilement les fractions de tours, j'ai fait garnir encore l'arbre, d'une petite roue à dents, qui à l'aide d'un cliquet sert à arrêter la machine au moment précis qu'on veut. Cette machine pèse en tout 44 livres, c'est-à-dire, en y comprenant le poids de toutes les parties de la roue principale, et celui de la roue d'arrêt. Elle est, aux dimensions et à d'autres légères différences près, celle dont Deparcieux s'est servi (*Mém. de l'Acad. année* 1759); elle a l'avantage de pouvoir être employée à des expériences de plusieurs espèces.

Le courant sur lequel les expériences de la table suivante ont été faites, est contenu entre deux murs verticaux, paralléles et distans l'un de l'autre d'environ 12 à 13 pieds. Le fond de ce canal est un radier assez uni; et la profondeur totale de l'eau est d'environ 7 à 8 pouces. Cette profondeur a toujours

été la même pour la même suite d'expériences. Je dirai ci-dessous, comment j'ai déterminé la vîtesse du courant. Le bâtis de la machine est porté par de forts madriers qui forment une espèce de pont sur le ruisseau, et il n'y a point d'obstacle qui trouble les effets de la percussion du fluide contre les ailes de la roue.

EXPÉRIENCES XIII, XIV, XV, XVI.

1033. Les ailes sont plongées dans l'eau, de 4 pouces, suivant la verticale, (*Figure* 92).	*Nombre des ailes de la roue*	*FARDEAU élevé, exprimé en livres.*	*DURÉE du mouvement, exprimée en secondes.*	*Nombre des tours de la roue.*
	48	24	60	$27\frac{19}{48}$
	24	24	60	$27\frac{7}{48}$
	24	40	40	$15\frac{28}{48}$
	12	40	40	$13\frac{15}{48}$

RÉFLEXIONS.

1034. La roue élève le même fardeau avec une vîtesse sensiblement plus grande lorsqu'elle a 24 ailes, que lorsqu'elle en a 12 seulement; mais elle ne marche guère plus vîte lorsqu'elle a 48 ailes, que lorsqu'elle en a 24. L'arc *MBN* enfoncé dans l'eau est de 77 degrés 53 minutes. Il est donc certain que dans les cas pareils à celui-ci, il convient de donner au moins 24 ailes à la roue. On pourroit lui en donner moins, si l'enfoncement dans l'eau étoit plus considérable. Dans la pratique on donne pour l'ordinaire 8 à 10 ailes, quelquefois moins, aux roues

roues de moulin placées sur des rivières. Ce nombre est trop petit, et les roues dont il s'agit, marcheroient mieux si elles avoient 12 à 18 ailes.

1035. Nous avons déterminé (390) par la théorie, la vitesse que la roue doit prendre par rapport à celle du courant, pour que la machine produise le plus grand effet qu'il est possible. Consultons là-dessus l'expérience.

Les expériences qui composent la première des deux tables suivantes ont été faites sur le canal de la *Figure* 50; celles de la seconde table, sur le courant dont on a fait la description à la fin de l'article 1032. Je me suis servi dans les deux cas de la roue représentée par la *Figure* 92; mais dans le premier, cette roue a 48 ailes; dans le second, elle en a seulement 24.

EXPÉRIENCES XVII, XVIII, ... XXVIII.

1036.	*Fardeau élevé, exprimé en livres.*	*Durée du mouvement, exprimée en secondes.*	*Nombre des tours de la roue.*
La pale est élevée de 2 pouc.; et la vitesse de l'eau dans le canal, est de 300 p^ds. en 27 second., comme dans l'art. 803.	$30\frac{1}{2}$	40	$22\frac{12}{48}$
	31	40	$22\frac{4}{48}$
	$31\frac{1}{2}$	40	$21\frac{42}{48}$
	32	40	$21\frac{32}{48}$
	$32\frac{1}{2}$	40	$21\frac{20}{48}$
	33	40	$21\frac{8}{48}$
	$33\frac{1}{2}$	40	$20\frac{44}{48}$
	34	40	$20\frac{32}{48}$
	$34\frac{1}{2}$	40	$20\frac{21}{48}$
	35	40	$19\frac{44}{48}$
	$35\frac{1}{2}$	40	$19\frac{15}{48}$
	36	40	$18\frac{29}{48}$

RÉFLEXIONS.

1037. Les différens fardeaux élevés ayant le même bras de levier, et se mouvant pendant le même temps, il est clair que leurs vîtesses sont entr'elles comme les nombres de tours de la roue, qui composent la quatrième colonne de la table. Ainsi, en négligeant l'effort que l'eau emploie pour vaincre le frottement et la résistance de l'air, l'effet de la machine sera le plus grand qu'il est possible, lorsque le produit du fardeau élevé, par le nombre correspondant de tours de la roue, sera le plus grand qu'il est possible. Or, on trouve que le plus grand de ces sortes de produits est celui qui répond à $34\frac{1}{2}$ livres. L'effet de la machine est donc un *maximum*, lorsque la roue fait $20\frac{7}{16}$ tours en 40 secondes. Il ne s'agit plus que de comparer sa vîtesse à celle de l'eau dans le canal.

1038. En prenant 40 secondes pour la durée commune des mouvemens de l'eau et de la roue, on trouvera,

1°. Que l'eau parcourant 300 pieds en 27 secondes, elle parcourt environ 5334 pouces en 40 secondes.

2°. Que la roue ayant 36 pouces de diamètre extérieur (1032), chaque point de sa circonférence parcourt, en 40 secondes, un nombre de pouces, exprimé par $36 \times \frac{355}{113} \times (20 + \frac{7}{16})$, c'est-à-dire, environ 2311 pouces. La fraction $\frac{355}{113}$ est le rapport de la circonférence au diamètre.

Ainsi la vitesse de l'eau dans le canal, est à la vitesse de la circonférence extérieure de la roue, comme 5334 est à 2311, environ.

Le diamètre de la circonférence décrite par le centre d'impression, est d'environ 34 pouces; et par conséquent la vitesse de ce centre est d'environ 2183 pouces en 40 secondes. La vitesse de l'eau est donc à la vitesse du centre d'impression, comme 5334 est à 2183 à-peu-près. Ce rapport ne diffère pas beaucoup de celui de 5 à 2. On voit que la vitesse du centre d'impression des ailes, est au-dessus du tiers et au-dessous de la moitié de la vitesse du courant.

1039. Mais ce rapport des vitesses demeurera-t-il le même, si l'on a égard aux résistances? La question peut être réduite à ceci. On a deux quantités semblables et consécutives $M.v$, $N.v'$, qui expriment chacune le produit d'un fardeau, par sa vitesse; on suppose que $M.v$ soit un *maximum*, et par conséquent $M.v > N.v'$. Maintenant, pour tenir compte des résistances, les poids M et N doivent être censés augmentés chacun d'une certaine quantité. Supposons donc que M devienne $M+m$, et que N devienne $N+n$. On demande si la même vitesse v qui rend $M.v$ un *maximum*, rendra aussi $M.v + m.v$ un *maximum*, ou si l'on aura $M.v+m.v > N.v'+n.v'$? Il est évident qu'en général cela peut être ou n'être pas, suivant le rapport que les poids m et n ont entr'eux. Mais en supposant (ce qui est sensiblement vrai) que les forces $m.v$ et $n.v'$ des résistances, sont entr'elles comme les forces

$M.v$ et $N.v'$, on aura, $m.v : n.v' :: M.v : N.v'$; d'où l'on tire $M.v + m.v : N.v' + n.v' :: M.v : N.v'$; donc, à cause de $M.v > N.v'$, on aura aussi $M.v + m.v > N.v' + n.v'$.

Quoique ce résultat ne soit pas fondé sur une démonstration absolument géométrique, je crois qu'on ne peut guère se tromper en l'adoptant dans la pratique. Ainsi je conclus que lorsqu'une roue garnie de 48 ailes ou environ, tourne dans un coursier, et qu'elle n'est pas plongée bien profondément dans l'eau, sa circonférence doit prendre environ les deux cinquièmes de la vitesse du courant, pour que la machine produise le plus grand effet qu'il est possible.

EXPÉRIENCES XXIX,..... XLV.

1040.	*Fardeau élevé, exprimé en livres.*	*Durée du mouvement, exprimée en secondes.*	*Nombre des tours de la roue.*
La roue tourne sur le courant de l'art. 1032. Elle a 24 ailes qui sont plongées dans l'eau, de 4 pouces, suivant la verticale.	30	40	$17\frac{22}{48}$
	35	40	$16\frac{35}{48}$
	40	40	$15\frac{48}{48}$
	45	40	$14\frac{31}{48}$
	50	40	$13\frac{43}{48}$
	55	40	$12\frac{55}{48}$
	56	40	$12\frac{48}{48}$
	57	40	$12\frac{9}{48}$
	58	40	$12\frac{19}{48}$
	59	40	$12\frac{1}{48}$
	60	40	$11\frac{42}{48}$
	61	40	$11\frac{30}{48}$
	62	40	$11\frac{19}{48}$
	63	40	$11\frac{7}{48}$
	64	40	$10\frac{37}{48}$
	65	40	$10\frac{25}{48}$
	66	40	$10\frac{5}{48}$

RÉFLEXIONS.

1041. Pour mesurer la vîtesse de l'eau, je me suis servi d'un moulinet très-léger, placé à côté de la roue. Il portoit six ailettes qui trempoient dans l'eau d'environ 4 lignes, et qui prenoient sensiblement toute la vîtesse du courant. Par-là j'ai trouvé que la vîtesse *moyenne* de l'eau est d'environ 2740 pouces, en 40 secondes.

En multipliant chaque fardeau élevé, par le nombre correspondant de tours de la roue, on trouvera que le plus grand de ces produits répond à 60 livres. D'où il suit que dans le cas du plus grand effet, la vîtesse de la circonférence de la roue est de 1338 pouces en 40 secondes, et que la vîtesse du centre d'impression est de 1189 pouces, pendant le même temps. Il paroît donc encore que pour les roues placées sur des rivières, la vîtesse du centre d'impression doit être environ les deux cinquièmes de celle du courant.

1042. Examinons maintenant si dans les roues verticales, il est avantageux ou non d'incliner les ailes au rayon, comme on le fait quelquefois, et comme on le voit *Figure* 93.

Les expériences qui composent la première des trois tables suivantes, ont été faites sur le canal de la *Figure* 50; celles des deux autres tables, sur le courant de l'article 1032.

Par le mot *directes*, ou en abrégé, *direct.* qu'on trouvera dans ces tables, j'entends que les ailes sont

dirigées au centre (*Fig.* 92); et par les mots, *inclinaison de* 8 d, *inclinaison de* 12 d, *etc.* (ce que j'écris ainsi par abréviation, *incl.* 8 d, *incl.* 12 d, *etc.*), j'entends que les ailes font avec le rayon *CB* un angle *CBA* (*Fig.* 93), de 8 d, de 12 d, *etc.*

EXPÉRIENCES XLVI, XLVII,..... LI.

1043. La pale est élevée de 2 pouc., et la vitesse de l'eau dans le canal, est de 300 pds en 27 secdes., comme dans l'art. 803.	*La roue porte 8 ailes.*	*FARDEAU élevé, exprimé en livres.*	*DURÉE du mouvement, exprimée en secondes.*	*Nombre des tours de la roue.*
	direct.	34	40	$20\frac{26}{48}$
	incl. 8d	34	40	$19\frac{20}{48}$
	incl. 8d	38	40	$17\frac{5}{48}$
	incl. 12d	34	40	$19\frac{40}{48}$
	incl. 12d	38	40	$17\frac{22}{48}$
	incl. 16d	34	40	$20\frac{24}{48}$

RÉFLEXIONS.

1044. Les ailes dirigées au centre sont, dans l'hypothèse du canal proposé, plus avatageuses que les ailes inclinées de 8 degrés au rayon, celles-ci moins avantageuses que les ailes inclinées de 12 degrés, celles-ci moins avantageuses que les ailes inclinées de 16 degrés. L'effet est à-peu-près le même, lorsque les ailes sont directes, et lorsqu'elles sont inclinées de 16 degrés au rayon. Tout cela est évident à l'inspection de notre table. En voici l'explication physique. Lorsque les ailes tendent au centre,

il s'en faut peu que chacune d'elles soit frappée perpendiculairement par le fluide, et que par conséquent la percussion soit la plus grande qu'il est possible. Mais lorsqu'elles sont inclinées au rayon, la percussion est oblique ; et elle se décompose en deux forces, l'une perpendiculaire à l'aile, la seule qui agisse par le choc, l'autre dirigée suivant l'aile, qui n'agit pas par le choc, mais qui fait monter l'eau le long de l'aile : or, comme cette eau ainsi élevée demeure pendant un certain temps sur l'aile, elle la presse par son poids, et il peut se faire que l'effort qui en résulte, compense à-peu-près la diminution que le choc reçoit par l'obliquité sous laquelle l'aile est frappée. On ne peut pas établir en général quelle est la meilleure combinaison de ces différentes forces ; elle dépend de la vîtesse, de l'inclinaison du courant, et du fardeau élevé. Mais en supposant qu'on ait trouvé en effet la position la plus avantageuse des ailes, cet avantage se fera d'autant plus sentir (toutes choses d'ailleurs égales) que la roue tournera plus lentement. Dans les roues posées sur des canaux qui ont peu de pente et dans lesquels l'eau a la liberté de s'échapper aisément après le choc, il convient de diriger les ailes au centre. Au contraire, sur les coursiers qui ont beaucoup de pente, les ailes doivent être inclinées d'une certaine quantité au rayon, tant pour être frappées plus perpendiculairement, que pour recevoir une augmentation de force de la part du poids de l'eau.

EXPÉRIENCES LII, LIII,..... LVIII.

1045. La roue est plongée verticalement, de 3 pouces, dans l'eau.	*La roue porte 48 ailes.*	*FARDEAU élevé, exprimé en livres.*	*DURÉE du mouvement, exprimée en secondes.*	*Nombre des tours de la roue.*
	direct.	20	60	$17\frac{5}{48}$
	direct.	32	60	$10\frac{26}{48}$
	incl. 10d	20	60	$16\frac{42}{48}$
	incl. 10d	32	60	$11\frac{5}{48}$
	incl. 20d	20	60	17
	incl. 20d	32	60	$11\frac{40}{48}$
	incl. 30d	32	60	$11\frac{7}{48}$

On doit remarquer qu'il y avoit quelques irrégularités dans le mouvement du courant, lesquelles empêchent qu'on ne puisse regarder ces expériences comme parfaitement sûres. Il n'en est pas de même des suivantes qui sont fort exactes.

EXPÉRIENCES LIX, LX, LXI, LXII.

1046. La roue est plongée verticalement, de 4 pouces, dans l'eau.	*La roue porte 12 ailes.*	*FARDEAU élevé, exprimé en livres.*	*DURÉE du mouvement, exprimée en secondes.*	*Nombre des tours de la roue.*
	direct.	40	40	$13\frac{17}{48}$
	incl. 15d	40	40	$14\frac{21}{48}$
	incl. 30d	40	40	$14\frac{22}{48}$
	incl. 37d	40	40	$14\frac{15}{48}$

RÉFLEXION.

1047. Le lecteur fera aisément de lui-même les remarques qui naissent de ces expériences. On voit que dans les cas pareils à celui de la dernière table, l'obliquité la plus avantageuse des ailes au rayon est placée entre 15 et 30 degrés. Il y a toujours une certaine obliquité qu'il ne faut pas passer, parce qu'on perdroit plus par la diminution du choc qu'on ne regagneroit par le poids de l'eau qui glisse sur les ailes et qui les presse.

Deparcieux rapporte dans le mémoire déjà cité plusieurs expériences dans lesquelles les ailes inclinées au rayon sont plus avantageuses que les ailes dirigées au centre.

1048. Je passe aux expériences que j'ai faites sur les roues mues par le poids de l'eau : elles sont en petit nombre; cependant je crois qu'on ne sera pas fâché de les trouver ici.

La *Figure* 94 représente la machine que j'y ai employée. Le canal $XYTZ$, qui amène l'eau à la roue, est horizontal; il a 5 pouces de largeur, et l'eau y est comme stagnante; il fournit constamment la même quantité d'eau qui est de 1194 pouces cubes en 1 minute. Le diamètre AD de la roue est de 3 pieds; celui de la bobine cylindrique sur laquelle la corde s'enveloppe est de 2 pouces 7 lignes; celui des tourillons, de $2\frac{1}{2}$ lignes. La poulie O est la même que dans les expériences sur les roues à ailes.

La hauteur des pots est d'environ 3 pouces; leur largeur de 5 pouces; ils sont au nombre de 48.

Dans les expériences qui suivent, on ne commence à compter le nombre de tours que lorsque le mouvement est devenu uniforme; ce qui arrive après les 5 ou 6 premiers tours.

EXPÉRIENCES I, II, III,..... VIII.

1049.

Fardeau élevé, exprimé en livres.	*Durée du mouvement, exprimée en secondes.*	*Nombre des tours de la roue.*
11	60	$11\frac{46}{48}$
12	60	$11\frac{11}{48}$
13	60	$10\frac{25}{48}$
14	60	$9\frac{40}{48}$
15	60	$9\frac{10}{18}$
16	60	$8\frac{31}{48}$
17	60	$8\frac{9}{48}$
18	60	$7\frac{52}{48}$

En mettant 19 livres pour fardeau, la roue tourne encore, mais très-lentement. Lorsque le fardeau est de 20 livres, la roue s'arrête quoiqu'on l'ait d'abord mise en mouvement avec la main, pour lui faire prendre l'eau. Cependant le fardeau paroît encore un peu foible.

La roue, lorsqu'elle n'a point de fardeau à élever, fait $40\frac{1}{4}$ tours en 1 minute.

RÉFLEXIONS.

1050. Si l'on multiplie chaque fardeau élevé par le nombre correspondant de tours de la roue, on trouvera que ces produits vont d'abord en augmentant, puis en diminuant. Le plus grand d'entr'eux est celui qui répond à 17 livres environ. Alors la roue tourne avec une vîtesse qui est sensiblement telle que la formule de l'article 421 le demande.

1051. Puisque dans le cas du plus grand effet la roue fait $8\frac{5}{16}$ tours en 1 minute, et que durant le même temps elle feroit $40\frac{1}{4}$ tours si elle n'élevoit aucun fardeau, il s'ensuit que la vîtesse ici requise pour le plus grand effet, est à la vîtesse que la roue prendroit naturellement si elle n'avoit aucun fardeau à élever, comme $8\frac{5}{16}$ est à $40\frac{1}{4}$, ou comme 1 est à 5 environ. Cette remarque peut être utile dans la pratique.

FIN.

APPENDIX PREMIER.

Notice d'un Recueil d'Ouvrages Italiens, sur le cours des eaux.

L'ITALIE étant traversée en divers sens par une multitude de torrens et de rivières, sujets à se déborder, et qui par-là occasionnent toutes sortes de dommages dans les campagnes voisines, l'examen du mouvement des eaux courantes à la surface de la terre a fort occupé plusieurs Savans de cette nation : ils se sont appliqués à connoître la nature des terreins qui forment le lit des rivières; le plus ou moins de consistance des berges destinées à contenir les eaux; la position respective et les pentes des rivières qui s'unissent; la qualité des matières, telles que les rochers, les graviers, les sables que les eaux entraînent avec elles; en un mot, toutes les circonstances physiques et locales, qui peuvent tendre à produire des changemens dans le cours de l'eau. La plupart des ouvrages qu'ils ont publiés sur ce sujet, jusqu'à l'année 1768, ont été rassemblés dans un recueil en 7 volumes *in*-4°. imprimé à Parme en 1766 et 1768. On m'a demandé un extrait de ce recueil; en voici seulement une idée générale et succincte.

Tome I. (I.) *Traité de la mesure des eaux courantes, par le P. Castelli.*

Cet ouvrage parut pour la première fois en 1628.

L'auteur établit fort clairement quelques propositions élémentaires sur le cours des rivières : par exemple, il a remarqué que le cours d'une rivière étant devenu régulier et permanent, au moins pendant un certain temps, c'est-à-dire, tant que la rivière ne reçoit pas d'accroissement par les pluies, ou par la fonte des neiges, il a remarqué, dis-je, qu'il passe, pendant cet intervalle de temps, des quantités égales d'eau par chacune des sections faites perpendiculairement au courant; que ces quantités sont entr'elles comme les produits des sections par les vîtesses; et que par conséquent les sections étant supposées inégales, les vîtesses sont en raison réciproque des sections. Il applique ces propositions générales au cours de quelques rivières, et il explique plusieurs phénomènes, d'une manière qui peut être regardée comme suffisante, lorsqu'on veut se contenter de connoître en gros la marche de la Nature, mais où il mêle quelquefois, à des choses vraies, des suppositions que la saine théorie, ni même l'expérience ne peuvent avouer en rigueur. Du nombre de ces suppositions, est la proposition que l'auteur avance (*Liv. II, prop. II.*), que *si l'eau d'une rivière passant par un canal rectangulaire, avec une certaine vîtesse, vient à acquérir, par une crûe d'eau, une hauteur double dans ce canal, la*

vitesse deviendra aussi double. Cela n'est vrai, ni dans la théorie mathématique, ni en ayant égard au frottement, si ce n'est accidentellement dans quelque cas particulier.

(II.) Le traité précédent est suivi de plusieurs lettres de Castelli et de quelques Savans, sur la même matière. On fait à Castelli des objections auxquelles il répond suivant les principes contenus dans son livre.

(III.) *La mer Adriatique et ses courans examinés par le Docteur Geminiano Montanari.*

Dès le seizième siècle, on commença à conjecturer, par divers indices, que le fond de la mer Adriatique et la superficie de ses eaux s'élevoient peu-à-peu par la succession des temps. Cette conjecture est devenue une vérité constante, par toutes les observations qui ont été faites depuis, et qui se répètent encore tous les jours. Quelques Savans, contemporains de Montanari, pensoient que l'élévation du fond de la mer Adriatique étoit produite, du moins pour la plus grande partie, par les limons et les sables que l'ancienne Piave y amenoit sans cesse. En 1684, Montanari combattit fortement cette opinion, dans le discours dont il s'agit ici. Il soutint que la cause principale de l'effet indiqué, étoit l'amas de matières apportées par un courant qui partant du détroit de Gibraltar suit le bord de la Méditerranée, le long des côtes de la Barbarie, et qui, après avoir

fait le tour de la mer supérieure et inférieure, c'est-à-dire, de l'Adriatique et de la Méditerranée, vient sortir par le détroit de Gibraltar du côté de l'Espagne. L'existence de ce courant est prouvée par la différence des temps qu'un bâtiment mettroit, dans les mêmes circonstances, pour aller de Venise à l'isle de Corfou, qui est située à l'embouchure du golfe Adriatique avec la mer Ionienne, et pour revenir ensuite, par le même chemin, de Corfou à Venise: l'observation a fait voir que le premier temps est sensiblement plus long que le second. Aussi les gens de mer sont-ils dans l'usage de côtoyer les bords septentrionaux du golfe, en allant de Corfou à Venise, et de côtoyer, en revenant de Venise à Corfou, les bords opposés, ceux qui touchent l'État Ecclésiastique et le royaume de Naples. Montanari, après plusieurs remarques sur la vîtesse de ce courant et sur celle des rivières qui se jettent dans la mer Adriatique, conclut qu'il faudroit la réunion de trois circonstances, pour que l'ancienne Piave apportât des sables et des limons jusqu'au port Saint-Nicolas: savoir, 1°. que ces matières restassent trois jours entiers en chemin; 2°. que pendant ces trois jours la mer conservât le même état, en sorte qu'elles ne pussent pas tomber au fond; 3°. que les ouragans de la mer et l'affluence ou le débordement de la rivière eussent lieu en même temps. Or le concours de toutes ces circonstances est trop fortuit, pour en faire avec quelqu'apparence de vérité la base d'une explication physique.

(IV.) *Discours de Viviani sur la manière d'empêcher le remplissage et la corrosion des fleuves, appliqué à l'Arno.*

Viviani commence par faire voir dans ce discours, que le lit de l'Arno s'exhausse continuellement; ce qui est prouvé, tant par la chute des moulins, que par la comparaison de différens points de repaires; et ce qui doit arriver en effet par l'encombrement des pierres, du gravier et des sables que l'eau entraîne et qu'elle abandonne successivement. Il propose ensuite des moyens pour prévenir l'encombrement du lit de l'Arno, et pour obvier aux inconvéniens des grandes inondations qui ont lieu dans la ville de Florence. Son projet consistoit sommairement à élever les bords de l'Arno au-dessus de Florence; à construire en ces endroits des digues et des traverses pour arrêter les pierres et les graviers; et à se ménager dans les vallées voisines des réservoirs de décharge, pour recevoir une partie des eaux qui, de-là, auroient pu aller se rejoindre à l'Arno au-dessous de Florence : mais ce projet, dont on avoit commencé l'exécution, n'a pas été suivi; et l'on observe que depuis Viviani le lit de l'Arno s'est élevé de plus en plus.

(V.) Quelques écrits du célèbre Jean-Dominique Cassini, alors Professeur d'Astronomie à Bologne, sur la manière de régler le cours des eaux du Bolonais et du Ferrarois. Ces écrits contiennent plusieurs observations locales, qui ont été fort utiles dans le temps.

(VI.)

(VI.) *Mesure des eaux courantes, par Guglielmini.*

L'auteur, qui entre dans de grands détails sur le sujet qu'il s'est proposé, redonne les principales propositions élémentaires de Castelli; il s'en écarte seulement pour la mesure de la vîtesse qu'il fait proportionnelle à la racine quarrée de la hauteur, et non pas à la hauteur. Il examine tout ce qui concerne le mouvement des eaux dans des aqueducs; il détermine la position et les dimensions de ces aqueducs relativement à leurs pentes et aux volumes d'eau qu'ils doivent porter; il donne des méthodes pour mesurer les quantités d'eau qui sortent par des orifices, en des temps donnés, et sous des hauteurs d'eau données. En général, cet ouvrage, qui peut être fort utile à ceux qui sont chargés de la conduite des eaux, est fondé sur une théorie qui n'est pas assez rigoureuse, et qui ne peut même souvent être admise qu'avec des modifications qui la changent totalement.

(VII.) A la suite de ce traité, viennent deux lettres de Guglielmini, dans lesquelles il répond à quelques objections, et il éclaircit quelques points de sa théorie.

Tome II. *Traité de la nature des fleuves, par Guglielmini, avec les notes d'Eustache Manfredi.*

Ce traité, qui eut dans son temps la plus grande célébrité, mérite encore aujourd'hui l'attention des Savans hydrauliciens; Eustache Manfredi en a enri-

chi les dernières éditions de notes instructives : il est divisé en quatorze chapitres.

Les trois premiers contiennent des définitions et des notions générales sur l'équilibre des fluides, sur l'origine des fleuves et des fontaines, etc. Guglielmini voulant expliquer mathématiquement l'équilibre des fluides, les regarde comme composés de molécules sphériques : supposition purement gratuite qui produit de l'embarras dans les démonstrations et nuit à leur généralité. Il se seroit épargné beaucoup de peine, en prenant pour base de l'équilibre des fluides, la propriété générale qu'ils ont, d'exercer en tous sens des pressions égales, quelle que soit d'ailleurs la figure de leurs élémens, qui nous est réellement inconnue.

Dans le *Chapitre IV*, l'auteur traite, suivant la doctrine de Galilée sur l'accélération des graves, du mouvement de l'eau qui tombe verticalement, ou qui descend le long d'un lit incliné à l'horizon; il essaye d'apporter aux résultats de la théorie les modifications que demandent la résistance de l'air, le frottement, et en général tous les obstacles que l'eau peut rencontrer dans son chemin, et qui détruisent une partie de sa vîtesse.

Le *chapitre V* a pour objet la situation du lit des rivières, c'est-à-dire, leur profondeur, leur largeur et leur pente. C'est ici que l'auteur commence à *anatomiser*, pour employer son expression, le lit des rivières. Entrons avec lui dans quelques détails.

Il est évident que l'eau prendra du mouvement,

pourvu qu'elle soit plus élevée que l'endroit vers lequel elle est supposée avoir la liberté de s'étendre. Ainsi un fleuve dont la surface est horizontale, ne laissera pas de s'écouler, s'il a une décharge placée un peu plus bas que sa surface. Dans l'état physique et actuel des choses, les lits des rivières sont inclinés, du moins dans la plus grande partie de leur étendue. Leurs différentes inclinaisons et leurs sinuosités dépendent de la résistance du fond et des obstacles que l'eau rencontre.

L'eau d'une rivière, en frottant contre le fond et les bords du lit, en détache nécessairement de la terre qui est emportée par le courant. Ainsi la rivière doit s'aprofondir et s'élargir. Cet approfondissement et cet élargissement auront lieu, tant que la force de l'eau n'éprouvera pas une résistance égale qui la détruise. Mais comme le lit de la rivière, en s'agrandissant, perd peu-à-peu sa pente; que la vîtesse primitivement acquise diminue par les coudes du lit ou par d'autres obstacles; qu'au contraire, les terres, à une plus grande profondeur, ont plus de ténacité : il arrive enfin que la force des eaux et la résistance des terres se mettent sensiblement en équilibre. Si pour troubler cet équilibre, vous placez quelqu'obstacle dans la rivière, la force de l'eau luttera contre cet obstacle et rétablira peu-à-peu, d'une manière ou d'autre, l'état d'équilibre.

Les fleuves doivent plutôt cesser de s'approfondir que de s'élargir : car deux causes, la ténacité du fond et la diminution de la vîtesse concourent à ral-

lentir ou à empêcher tout-à-fait l'approfondissement du lit; mais en même temps la diminution de la pente et de la vitesse doit faire augmenter la hauteur de l'eau dans la rivière; d'où résulte une augmentation dans la pression, et par conséquent aussi dans le frottement qui tend à emporter les terres des bords du lit, ou à les faire ébouler dans la rivière. C'est par cette raison que, toutes choses d'ailleurs égales, les fleuves qui coulent dans des lits de matières homogènes et de peu de consistance, sont beaucoup plus larges que profonds. Tels sont, par exemple, le Pô de la Lombardie, le Reno, etc.

Tous les fleuves ne se forment pas leurs lits de la même manière; car il est certain, par exemple, qu'un même courant creuse et emporte plus facilement un fond de sable, qu'un fond composé de craie ou de gravier. Mais supposons que la force de l'eau et la résistance du terrein soient données, et voyons l'effet précis qui doit résulter de la combinaison de ces deux forces.

Qu'on se représente, pour cela, plusieurs plans de même longueur et différemment inclinés à l'horizon: supposons ensuite un corps grave qui les parcoure successivement; il est évident que la pesanteur relative du corps en question, est d'autant plus grande, que le plan sur lequel il se meut, approche plus d'être vertical. Si maintenant on imagine que les plans proposés sont hérissés de pointes qui résistent au mouvement du corps, on verra que pour imprimer à ce corps une même vîtesse, il faudra

ajouter à la pesanteur relative une force étrangère d'autant plus grande que la pesanteur relative est plus petite, ou que le plan sur lequel le corps est posé, approche plus d'être horizontal. Les obstacles répandus sur les plans résistent donc, toutes choses d'ailleurs égales, avec d'autant plus d'avantage, que les plans approchent plus d'être horizontaux. Il en est de même du terrein qui forme le lit de la rivière : plus le lit approche d'être horizontal, plus il a de consistance, et plus, par conséquent, il oppose d'obstacle à la force du courant.

Il suit de-là que si l'inclinaison du fond du lit est suffisante pour empêcher la corrosion que la force du courant tend à produire, et que cette dernière force vienne à augmenter, elle tendra, par cette augmentation, à creuser le lit et à l'élargir. Or, lorsqu'une section latitudinale et perpendiculaire du fleuve augmente, la vîtesse diminue nécessairement, ou répond à une moindre pente. Ainsi, à mesure qu'un fleuve s'éloigne de sa source ou s'approche de la mer, et que sa quantité d'eau ou sa force vient à augmenter, il doit nécessairement perdre de plus en plus sa pente, comme l'expérience le fait voir. De-là vient principalement que si plusieurs fleuves se réunissent, le lit commun a moins de pente, que n'en avoient les lits particuliers des mêmes fleuves avant leur réunion.

Lorsqu'un fleuve contient par-tout la même quantité d'eau, le fond peut être considéré comme rectiligne sur une étendue peu considérable ; mais sur un

long espace, ce fond forme réellement une courbe que l'on peut regarder comme une spirale dont les tangentes font par-tout des angles égaux avec les perpendiculaires correspondantes, tirées du centre de la terre, qui est en même temps le centre de la spirale.

Si deux fleuves inégaux en masses, ont des vîtesses égales, le plus considérable aura une moindre pente, toutes choses d'ailleurs égales; puisqu'alors la plus grande force du courant doit être contre-balancée par une plus grande résistance, qui provient d'une moindre inclinaison du lit.

Lorsqu'une rivière, par une vîtesse primitivement acquise, a la force de corroder le fond subséquent, ce fond finira par devenir horizontal; car si l'on prétendoit qu'il pût conserver quelque pente un peu sensible, il en résulteroit une augmentation de vîtesse, et par conséquent aussi de force. Or, dans son premier état, le courant pouvoit (*hyp.*) corroder le fond; donc sa force ayant augmenté, il n'en sera que plus capable de produire le même effet, et par conséquent de rendre le fond horizontal.

De-là il suit que si la force de l'eau vient à augmenter, la grandeur du lit augmentera : mais sa situation horizontale ne sera point changée, pourvu que la résistance du terrein soit la même, et que les autres circonstances soient aussi les mêmes.

Si le lit d'un fleuve étant devenu horizontal dans une partie, vient à se retrécir dans la partie suivante, il se formera, d'une partie à l'autre, une

contre-pente dont l'angle sera continuellement rongé; et le lit dans la seconde partie tendra vers la position horizontale; mais il pourra se faire que la force de l'eau ne soit pas capable de l'y amener entièrement, et qu'il conserve de la pente. Il peut arriver d'ailleurs une multitude de variétés, soit par l'accroissement des eaux, soit par le transport des matières qu'elles entraînent et qu'elles déposent successivement.

L'auteur ayant établi que la résistance du terrein étant donnée, plus le courant a de force, moins la rivière a de pente, il conclut réciproquement que la force du courant étant donnée, plus la ténacité du terrein est grande, plus la rivière aura de pente. De-là vient que les fleuves dont le fond est composé de craie ou de tuf, ont plus de pente que ceux dont le fond est de sable ou de limon.

Lorsque le fond est composé de pierres, de gravier, et autres matières que l'eau peut entraîner, la pente sera d'autant moindre que les parties dont il s'agit auront moins de pesanteur spécifique; car moins ces parties sont pesantes, moins elles résistent à l'eau, et plus par conséquent la rivière a de force pour creuser le lit et le rendre horizontal. De plus, la figure des mêmes parties peut présenter plus ou moins d'obstacle au choc de l'eau; ce qui doit produire encore des variétés dans la vîtesse et dans la pente. Les fleuves qui coulent entre des montagnes, ou dont le fond est de roc, doivent avoir et ont en effet plus de pente que les fleuves qui

coulent dans les plaines, parce que le fond de ceux-ci est ordinairement composé de sable.

Comme la plupart des fleuves, dans la partie supérieure de leur cours, ont leur lit rempli de grosses pierres, et que ces pierres vont en diminuant de grosseur à mesure qu'on s'éloigne de la source, on voit que dans les fleuves qui roulent ainsi sur un fond pierreux, ce fond doit former une courbe concave, qui, en s'éloignant de la source, fait des angles de plus en plus petits avec l'horizon. Il n'est pas moins évident que si un fleuve se meut entre des montagnes, sur un fond composé de pierrailles, et qu'ensuite dans la plaine le fond soit composé d'un sable par-tout uniforme, le fond entier sera composé de deux courbes, l'une concave, l'autre convexe, qui se raccordent.

Si un fleuve court un fond qui résiste à l'excavation, et que cette excavation, pour être portée au point requis par la force du courant combinée avec la résistance du terrein, demande un certain temps; qu'ensuite on suppose qu'avant qu'elle soit achevée, le fleuve reçoive de la nouvelle matière, de même espèce que le fond : le fleuve tendra à emporter cette matière, ou à creuser de nouveau le fond; de sorte qu'on pourra regarder le fond comme établi entre deux termes, dont l'un répond à la plus grande hauteur que la nouvelle matière peut occasionner, l'autre à la plus grande profondeur où l'excavation est réellement portée. On sent assez que l'élévation et l'abaissement de l'eau produisent des variétés dans

la force du courant; mais dans toutes ces choses, il faut prendre des résultats moyens.

Un torrent qui vient se jeter dans un fleuve y apporte non-seulement de l'eau, mais encore des matières étrangères; d'où résultent des changemens dans le lit du fleuve. Il est clair par ce qui précède, que plus la durée des crûes du torrent sera petite, ou plus les crûes seront petites, ou plus l'un et l'autre auront lieu à la fois, et moins le fleuve aura de pente.

Lorsque les matières étrangères à l'eau, apportées par le torrent, viendront à tomber au fond du fleuve, elles l'exhausseront nécessairement: quand le cours du torrent cessera, ces matières seront corrodées et emportées par le courant du fleuve. Si pour produire cet effet, il faut plus de temps qu'il ne s'en écoule entre deux affluences consécutives du torrent, le fond ne pourra pas être réduit à la moindre pente que demandent la force de l'eau et la résistance du terrein; mais ce fond s'établira entre deux termes, dont l'un est celui qui répond à la plus grande corrosion que peut faire l'eau de la rivière, l'autre est celui qui répond à la plus grande élévation que peut produire la matière apportée par le torrent.

Le *chapitre VI* est une application des principes précédens aux directions que prennent les lits des rivières.

Tout mouvement est essentiellement rectiligne; et un mobile ne se détourne de cette direction que

quand il y est forcé par quelque cause extérieure. Les rivières se rendroient donc à leur terme suivant une ligne droite, si rien ne les en empêchoit; mais l'inégale résistance du terrein, les dépôts qui se forment par les matières que l'eau charrie, les obstacles naturels ou artificiels que l'eau rencontre, produisent dans le fond et sur les bords, des coudes, des gorges, des sinuosités de toutes espèces.

L'art de régler le cours des fleuves et de les contenir dans leurs lits, suppose donc la connoissance parfaite de la nature des terres sur lesquelles ils doivent couler, et des accroissemens qu'ils peuvent recevoir. Guglielmini pose pour introduction à ce sujet quelques propositions élémentaires sur la route que doit prendre un corps jeté sur un plan incliné, soit que ce corps n'ait plus qu'à obéir à la seule action de la pesanteur, soit que cette force se combine avec un mouvement de projection. Je ne le suivrai pas dans ces détails, ni dans quelques autres à-peu-près semblables: je me borne à rapporter brièvement ses principaux résultats.

Lorsque le cours d'un fleuve rectiligne, et dont les bords sont parallèles, est entièrement établi, il n'y a pas de raison tirée du fleuve même pour que le lit vienne à changer en direction ou en figure. Tous les changemens qui pourront survenir, dépendront de causes étrangères. Supposons, par exemple, que la section latitudinale et perpendiculaire au courant de l'eau, soit un parallélogramme rectangle: cette figure subsistera tant que le fleuve demeurera le

même ; mais s'il vient à recevoir des matières étrangères par quelque cause; comme par l'affluence d'un torrent), la section changera de figure; les bords, qui ont ordinairement moins de consistance que le fond, seront corrodés, et il se formera un talus des bords vers le milieu du lit.

Si le lit d'un fleuve est composé d'un bord à l'autre de matières inégalement résistantes, il s'approfondira du côté où est la matière la moins résistante, et il s'élèvera du côté de la matière la plus tenace. Il est clair que de pareils accidens, multipliés le long du cours d'un fleuve, peuvent occasionner plusieurs variétés dans sa direction.

Tout corps grave tendant à s'approcher autant qu'il peut du centre de la terre, une eau courante cherche toujours à s'écouler par les points les plus bas qui se présentent. La vîtesse d'un fleuve peut donc augmenter par cette cause; elle peut aussi augmenter par le rétrécissement du lit.

Si l'eau va choquer avec une grande vîtesse un obstacle qu'elle ne puisse surmonter, elle perdra une partie de sa vîtesse, et elle s'élèvera à une certaine hauteur, d'où retombant elle ira frapper le bord opposé. De-là peuvent résulter des gorges et des sinuosités de toutes espèces le long du cours d'une rivière; et c'est en observant avec attention les causes des réflexions de l'eau, qu'on doit s'attacher à trouver dans chaque cas les moyens d'en empêcher les mauvais effets, et de contenir la rivière dans un lit fixe et déterminé.

Aux variétés que le cours de l'eau peut recevoir de la qualité particulière du lit, se joignent celles qui résultent des matières étrangères apportées par les torrens. Notre auteur discute au long les principaux accidens qui proviennent de toutes ces causes. Les règles qu'il donne sont principalement applicables aux fleuves d'Italie qu'il avoit en vue, et ne pourroient être employées qu'avec des modifications pour les fleuves du Nord, à raison de la diversité des matières qui forment les lits.

Dans le *chapitre VII*, Guglielmini examine les mouvemens que l'on observe dans les eaux des fleuves, en diverses circonstances. Il suit, pour ainsi dire, pas à pas le mouvement de l'eau depuis la source de la rivière jusqu'à son embouchure dans la mer ou dans une autre rivière. Tout ce chapitre n'est qu'un développement ou une extension du *chapitre IV*. En appliquant de nouveau ici la théorie de l'accélération des graves au mouvement des rivières, l'auteur modifie cette théorie, à raison des changemens que le lit éprouve pendant son cours, soit dans sa direction, soit dans sa figure et ses dimensions. On ne doit pas s'attendre à des résultats géométriques sur ce sujet : aussi la plupart des propositions de Guglielmini sont vagues, et ne peuvent donner qu'une idée générale et approchée du mouvement de l'eau.

Le *chapitre VIII* traite de l'embouchure d'une rivière dans une autre ou dans la mer.

Un fleuve supposé contenu entre des bords assez

élevés pour empêcher les inondations dans les campagnes latérales, venant à se jeter dans un vaste réservoir dont les eaux ne montent ni ne descendent, au moins sensiblement, conservera aussi la même position à son embouchure, s'il verse précisément autant d'eau qu'il en arrive continuellement de ses parties supérieures; il s'élèvera, s'il n'a pas la liberté de verser autant d'eau qu'il en reçoit; et enfin il s'abaissera, si à l'embouchure il y a une chute ou une cataracte. Ce dernier cas ne peut pas avoir lieu dans les fleuves dont les lits sont susceptibles de corrosion.

L'auteur examine en détail, d'après ces principes simples, tous les cas qui peuvent arriver lorsqu'une rivière se jette dans une autre, perpendiculairement ou obliquement, et lorsqu'une rivière se jette dans une mer sujette ou non sujette au mouvement de flux et de reflux.

Dans le *chapitre IX*, Guglielmini considère l'union de plusieurs fleuves, et les effets qui en résultent. Il observe que si deux fleuves entièrement semblables en toutes choses, se rendent séparément à la mer, la somme de leurs largeurs sera plus grande que la largeur qu'ils auroient eue s'ils avoient été réunis dans un même lit; que deux fleuves semblables venant à s'unir, approfondissent plus le lit commun que les lits séparés; que la pente du fleuve composé est moindre que chacune des pentes des fleuves simples; que si un grand fleuve qui a peu de pente, et qui a cessé de porter du gravier, vient à s'unir à un autre fleuve qui en porte, le premier

sera obligé ou de changer son cours, ou d'élever son lit dans les parties supérieures. Ces propositions et plusieurs conséquences que l'auteur en tire, forment le fond de la doctrine qu'il établit sur ce sujet.

Le *chapitre X* a pour objet l'accroissement ou le décroissement des rivières, et la proportion suivant laquelle les eaux viennent à augmenter.

Il n'y a point de fleuve naturel qui ne soit sujet à croître ou à décroître par les temps de pluie ou de sécheresse, et par les changemens de dimensions du lit qui venant à s'élargir ou à se retrécir, fait diminuer ou augmenter la profondeur. Les crûes d'eau qui peuvent venir de la surabondance de la source, ou des parties supérieures du fleuve, s'annoncent ordinairement par degrés. Il n'en est pas de même de celles qui proviennent des pluies ou de la fonte des neiges; on voit souvent un fleuve croître tout-à-coup par cette cause. Les petits fleuves sont plus sujets que les grands à des variations dans leurs eaux. Les premiers se débordent plus souvent et plus à proportion que les autres; mais en compensation la durée des débordemens est plus longue dans les derniers. Il y a en général, dans chaque fleuve, des temps réglés pour les plus grandes crûes; mais plusieurs circonstances peuvent déranger cette combinaison, et faire augmenter ou diminuer l'accroissement. L'art de contenir une rivière dans son lit, demande que l'on étudie avec attention le cours de l'eau et la nature du terrein sur lequel il est établi; qu'on examine les crûes d'eau auxquelles il est ex-

posé, les torrens qu'il peut recevoir, la quantité de matières que ces torrens peuvent apporter, etc.

Le *chapitre XI* contient des remarques sur les écoulemens qui ont lieu dans les campagnes, et sur les règles qu'ils suivent.

Outre les grandes rivières, il y a encore à la surface de la terre une infinité de petits courans, qui n'ont pas de sources réglées, qui proviennent des pluies, et qui en conséquence sont sujets à tarir. Ces courans prennent leurs directions, selon que la nature du terrein le leur permet. L'eau cherche toujours à se rendre dans les endroits les plus bas; et quand on n'a pas soin de lui ménager des issues, ou quand le terrein s'y oppose, elle s'accumule dans des lacs, ou forme des marais qui infectent quelquefois l'air environnant. Les courans bien ménagés et bien distribués peuvent servir à fertiliser les terres et sur-tout les prairies. Il faut donc bien connoître les pentes du terrein, pour pouvoir diriger les eaux de la manière la plus avantageuse.

Dans le *chapitre XII*, il est question des canaux réguliers et des principales attentions qu'il faut avoir pour les dériver des rivières ou des réservoirs alimentaires.

Guglielmini considère les canaux comme des rivières de moyenne grandeur, et il y applique, avec quelques modifications, les principes qu'il a établis sur le cours des rivières en général. La description des canaux de navigation qui ont été construits en France, et principalement celle du canal du Lan-

guedoc, est plus instructive que les observations générales et physiques de Guglielmini, sur toute cette matière. Voyez le *Traité des canaux de navigation* de la Lande.

Le *chapitre XIII* traite des moyens de bonifier un terrein que les eaux privent de sa fertilité en y séjournant continuellement, ou du moins une grande partie de l'année. Cet effet s'opère, ou par le dessèchement du terrein, ou quelquefois par l'affluence d'un courant d'eau que l'on introduit pour un temps dans la mare, et qui entraînant les eaux nuisibles, laisse en dépôt des matières qui peuvent former d'excellens engrais.

Enfin dans le *chapitre XIV*, Guglielmini fait plusieurs remarques sur les précautions qu'il faut employer lorsqu'on veut changer le lit d'un fleuve. Cette opération ne doit être entreprise que d'après une parfaite connoissance du terrein où la rivière doit prendre son nouveau cours : les principes que l'auteur a posés sur la manière dont les rivières établissent leurs lits, trouvent encore ici leur application.

Tome III. (I.) *Traité géométrique du mouvement des eaux, par le P. Guido Grandi.*

Cet ouvrage est un traité élémentaire du mouvement des eaux, suivant les théorêmes de Galilée, sur l'accélération des graves, et suivant le théorême de Toricelli, que la vîtesse de l'eau, sous une hauteur proposée, est dûe à cette hauteur. Dans la multitude de propositions et de corollaires qui contiennent

tiennent les applications des principes que je viens d'indiquer, on ne trouve rien qui ait pu contribuer au progrès de la science. L'auteur ne doit même être suivi qu'avec précaution; car, par exemple, il prétend que si un fleuve ayant été forcé, par la rencontre d'un plan, de changer de direction, vient à rencontrer un second plan, sa vîtesse sera la même que s'il eût d'abord rencontré le second plan; ce qui est évidemment faux, parce que les angles du polygone étant finis, l'eau perd nécessairement à chaque détour une partie finie de sa vîtesse. Il a tiré de sa proposition une conséquence également fausse; savoir, qu'on ne gagne rien à redresser le lit d'un fleuve pour prévenir les inondations: car dans un fleuve tortueux, l'eau perdant à chaque coude une partie de sa vîtesse, doit nécessairement s'élever plus que dans un fleuve rectiligne, la pente entre le point de départ et le point d'arrivée, étant supposée la même dans les deux cas.

On trouve dans ce traité la méthode suivante pour mesurer la vîtesse d'un fleuve à différentes profondeurs. Une boîte de fer-blanc, de figure parallélépipède, close hermétiquement de tous côtés, est percée d'un petit trou au haut de l'une de ses faces verticales: ce trou est recouvert exactement par une plaque qu'un ressort presse et contient; il s'ouvre et se ferme à volonté, en faisant glisser la plaque. Cela posé, on plonge la boîte dans la rivière, de façon que le trou soit à la profondeur pour laquelle on veut connoître la vîtesse; alors on lève la

plaque, et on laisse ainsi entrer l'eau dans la boîte pendant un temps que l'on compte exactement : ce temps écoulé, on ferme le trou, on retire la boîte, et on mesure la quantité d'eau qu'elle contient, ou plus simplement, la hauteur où l'eau s'est élevée au-dessus de son fond. On fait une opération semblable pour une autre profondeur; et le rapport des deux quantités d'eau, ou des deux hauteurs de l'eau au-dessus du fond, est celui des vîtesses de l'eau à ces deux profondeurs proposées.

Cette méthode paroît fort simple et fort commode; mais, pour l'exactitude des résultats, il faut que dans l'un et l'autre cas le trou se présente bien directement, ou du moins de la même manière, au cours de l'eau; ce qui est difficile à obtenir dans la pratique. Or, comme les vîtesses de l'eau, à des profondeurs différentes, peuvent néanmoins approcher beaucoup de l'égalité, il peut se faire que leurs différences soient moindres que les erreurs des observations; et alors on ne peut rien conclure de l'instrument pour le véritable rapport des vîtesses.

Je n'ai pas besoin de faire remarquer l'analogie du tube recourbé de Pitot, avec la boîte hydraulique du P. Grandi.

(II.) Plusieurs dissertations du même P. Grandi, sur la rivière d'Era, et sur d'autres courans d'eau du même pays. L'exactitude et l'utilité de ces écrits ne peuvent être appréciées que par ceux qui ont les connoissances locales sur lesquelles l'auteur s'appuie.

(III.) *Du mouvement mixte de l'eau, par le Marquis Poleni, professeur de Mathématiques à Padoue.*

La théorie que l'auteur donne du mouvement de l'eau est la même dans le fond que celle des auteurs qui précèdent dans ce recueil; mais il la présente sous une forme qui demande plusieurs notions et définitions qu'il est obligé de mettre en avant. Il suppose, par exemple, que le lit d'un fleuve soit un canal rectangulaire; il considère une section quelconque perpendiculaire au courant, comme un orifice; il appelle *eau morte* celle qui est comprise depuis la surface jusqu'au point par rapport auquel toutes les molécules fluides de l'orifice auroient des momens égaux, et se feroient par conséquent équilibre suivant les lois de la mécanique des corps solides; *eau vive* le reste de l'eau comprise depuis le centre d'équilibre jusqu'au bas de l'orifice. De-là, les dénominations qu'on entend assez, de *hauteur morte* de l'eau, et de *hauteur vive*. Cela posé, il regarde le mouvement de toute l'eau qui passe par l'orifice, comme produit en partie par l'action que l'eau vive tire naturellement de sa chute, en partie par la pression que l'eau morte exerce sur l'eau vive; et c'est pour cela qu'il l'appelle *mouvement mixte* de l'eau; il en donne la mesure d'après l'hypothèse que je viens d'exposer. Ensuite il rapporte plusieurs expériences qu'il a faites, et dont il compare en détail les résultats avec la théorie; il applique aussi ses principes aux cours des rivières et aux lagunes de

Venise. Cet ouvrage ne contient aucune nouvelle vérité d'une certaine importance; mais on y trouve des observations physiques qui peuvent être utiles, principalement dans le pays que l'auteur habitoit.

(IV.) Écrit du même auteur sur les digues et sur les moyens de dériver en partie les eaux d'une rivière par des canaux dont il examine la forme et la position les plus avantageuses.

(V.) Lettre du même auteur sur la mesure des eaux courantes.

(VI.) Petit écrit de Jean Buteon, sur le même sujet.

Tome IV. Ce volume ne contient, pour ainsi dire, que des observations générales sur quelques fleuves et quelques marais d'Italie; il n'est donc pas susceptible d'extrait, et je me contenterai simplement d'avertir qu'on y trouve en particulier :

(I.) Différentes dissertations hydrauliques de Castelli, qui n'avoient pas encore été imprimées.

(II.) Plusieurs lettres (non encore imprimées) de Galilée à Castelli, dans lesquelles il n'est question du mouvement des eaux que d'une manière vague et seulement relative aux idées de Castelli.

(III.) Un mémoire d'Eustache Manfredi, concernant la construction d'une digue sur la rivière d'Éra.

(IV.) La réponse du même auteur à une critique de Ceva et de Moscatelli.

(V.) Une réponse des habitans de Bologne à ceux de Ferrare, relativement au cours du Reno.

(VI.) Un examen raisonné et appuyé de calculs, d'un livre imprimé à Modène, sous ce titre : *Effets nuisibles du Reno.*

(VII.) La réfutation d'un autre écrit publié à Modène, sur le même sujet.

La plupart de ces dissertations ne sont que des ouvrages purement polémiques, et ne peuvent guère intéresser que les Italiens à portée d'examiner sur les lieux les objets des discussions.

Tome V. (I.) *Rapport des Cardinaux d'Adda et Barberini, fait en* 1694, *concernant l'état des eaux qui portoient du dommage dans la Romagne, le Ferrarois et le Bolonois; avec les moyens d'y remédier.* Observations locales, nullement susceptibles d'extrait.

(II.) *Rapport et vœu de Monsignor Riviera, pour reconnoître l'état du Reno, du Panaro et du Pô; et pour remédier aux dommages que les crûes du premier de ces fleuves occasionnent.* Observations locales.

(III.) *Choix fait, dans un ouvrage de Zendrini, de choses principalement utiles à la pratique des eaux courantes.*

Bernard Zendrini, mathématicien de la république de Venise, a composé un ouvrage fort étendu, où il examine, par la voie de la théorie et des observations physiques, les loix et les phénomènes du

mouvement des eaux. On n'a imprimé dans le présent recueil que les principes et les remarques dont on a cru que la pratique pouvoit retirer de l'avantage.

L'auteur traite d'abord au long des écoulemens par des orifices, suivant les principes de Galilée et de Toricelli. Il expose les loix du mouvement des eaux courantes, selon les divers auteurs qui en ont écrit. De-là il passe à la recherche de ces loix d'après des observations qu'il a faites et qu'il rapporte; ces observations lui servent à établir une formule dont il montre l'usage et les applications. Il y a en général dans cet ouvrage beaucoup de vues et d'expériences qui peuvent être fort utiles. L'auteur a remanié presque toutes les matières qui avoient été déjà traitées par Guglielmini; mais il montre plus de savoir en géométrie, et il fait des remarques de pratique, qui méritent l'attention des architectes hydrauliciens.

(IV.) *Mémoire sur les moyens d'empêcher les inondations du Ronco et du Montone dans la ville de Ravene, par Zendrini et Eustache Manfredi.* Beaucoup d'observations locales très-curieuses.

(I.) Tome VI. *Traduction italienne du Traité du nivellement de l'Abbé Picard.*

(II.) *Traduction italienne des expérience de Genneté, sur le cours des fleuves.*

J'ai fait mention du livre de Genneté (842).

(III.) *Expériences de Théodore Bonati, de Ferrare, pour réfuter celles de Genneté.*

Ces expériences paroissent faites avec beaucoup

de soin ; et il en résulte des conséquences bien contraires aux assertions de Genneté.

(IV.) *Réflexions de Genneté sur les expériences précédentes.*

(V.) *Remarques d'Eustache Manfredi sur l'élévation continuelle du fond de la mer.*

On soupçonnoit depuis long-temps, comme nous l'avons déjà dit en parlant de la dissertation de Montanari sur la mer Adriatique, que le fond de cette mer s'exhaussoit continuellement. Eustache Manfredi est le premier qui ait établi cette opinion d'une manière incontestable, par les observations et les nivellemens qu'il fit, en 1731, sur plusieurs anciens édifices de la ville de Ravenne, et qu'il rapporte dans le Mémoire dont il s'agit ici.

(VI.) *Discours d'Eustache Zanotti, professeur d'Astronomie en l'Université de Bologne, sur la disposition du lit des fleuves près de leur embouchure dans la mer.*

Ce Discours a principalement pour objet les fleuves de la Romagne, du Ferrarois et du Bolonois. L'auteur cherche à déterminer, par des observations exactement combinées, la position que le lit de ces fleuves doit prendre aux approches de la mer, relativement à la superficie de leurs eaux.

(VII.) *Mémoire d'Emeric Bolognini, Gouverneur de mer et de terre, sur l'état ancien et présent des marais Pontins, et sur les moyens de les dessécher.*

On sait que les marais Pontins sont situés dans la

Campagne de Rome, aux environs de la mer, et qu'ils y occupent une étendue d'environ huit lieues de long sur deux lieues de large. Autrefois ce pays étoit couvert de villes florissantes; mais comme le fond en est un peu bas, et qu'il reçoit de tous côtés des eaux qui détachent de la terre et du gravier des montagnes supérieures, il est arrivé par la succession des temps et par la négligence des hommes, que les eaux ont perdu insensiblement la pente nécessaire pour leurs écoulemens, et qu'elles ont formé des marécages dont les exhalaisons sont si fortes qu'on les regarde comme l'une des principales causes du mauvais air que l'on respire à Rome dans les chaleurs d'été, quoique Rome soit distante des marais Pontins d'environ quatorze lieues. Cette opinion étoit déjà établie du temps de Pline. Clodius Appius, environ trois cents dix ans avant J. C. fit construire un chemin à travers les marais Pontins, et plusieurs canaux pour favoriser l'écoulement des eaux. Ces travaux n'eurent qu'un succès médiocre et passager. Jules-César avoit formé les plus vastes projets pour un dessèchement général; Auguste en commença l'exécution; Trajan fit paver la voie Appienne et construire plusieurs ponts. Si on avoit mis plus de suite et plus d'activité dans une pareille entreprise, on seroit parvenu sans doute à détruire, ou du moins à diminuer considérablement le mal. Il ne fit plus qu'augmenter pendant la décadence de l'Empire Romain. Les Papes l'ont attaqué plusieurs fois: rien n'est en effet plus digne d'occuper l'esprit, la vigi-

lance et la charité du père commun des fidèles. Depuis quelques années on a repris ce grand ouvrage, et on le pousse avec plus d'ardeur et plus de succès qu'on n'a jamais fait.

L'auteur du Mémoire dont il s'agit propose non-seulement les moyens physiques pour dessécher les marais Pontins, mais il indique encore la manière de se procurer l'argent nécessaire pour l'exécution d'un projet si dispendieux. Il joint à son ouvrage un plan qu'il fit lever, en 1759, de tout le pays occupé par les marais, et un état des excavations à faire pour procurer aux eaux les écoulemens qu'elles avoient autrefois.

(VIII) *Comparaison des canaux; moyens de régler les écoulemens dans les campagnes, par Narducci, Patrice de Lucques.* Petit ouvrage fort clair et fort méthodique : il est accompagné d'une lettre de complimens du P. Grandi à l'auteur, avec quelques remarques.

(IX.) *Sentiment de Perelli, sur le cours d'un torrent appelé la Maroggia.* Observations locales.

Tome VII. (I.) *Dissertation sur les Torrens.* La plupart des observations et des raisonnemens contenus dans cette dissertation, regardent des torrens particuliers d'Italie.

(II) *Discours historique sur l'état ancien et présent de la Valdichiana.*

La Valdichiana est une vallée fort étendue, dans la Toscane, et ainsi nommée à cause de la rivière de *Chiana* qui la traverse.

(III.) *Mémoire sur trois torrens appelés le* Tradate, *le* Gardaluso, *et le* Bozzenti; *par le P. Lecchi.*

Ces trois torrens étoient autrefois séparés; depuis ils furent unis dans le seul Bozzenti. Le P. Lecchi propose de les séparer de nouveau, de leur former des lits et de procurer de l'écoulement à leurs eaux.

(IV.) *Discours sur la manière d'empêcher les inondations de l'Adige dans la ville de Véronne, par M. Lorgna, capitaine d'artillerie.*

Quoique ce discours paroisse borné à une utilité purement locale, il contient plusieurs remarques qui peuvent trouver ailleurs leur application.

(V.) *Manière de régler les fleuves et les torrens, par le P. Frisi.*

Cet ouvrage est divisé en trois livres, dont le premier traite des rivières et des torrens qui coulent sur le gravier; le second, de la vitesse et de la pente des rivières; le troisième, des rivières qui portent des sables et des limons,

On voit que cet ouvrage a, quant au fond, à-peu-près le même objet que celui de Guglielmini, de Grandi et de Zendrini. Il est écrit avec beaucoup de méthode et de clarté. L'auteur approfondit une question intéressante, souvent agitée, et que personne n'avoit encore éclaircie comme il le fait. Elle consiste à savoir si les pierres que les rivières transportent, viennent de la pulvérisation des pierres, ou si ce sont des corps originaires répandus çà et là, comme les pierres. Guglielmini ayant observé

qu'en descendant une rivière on rencontre d'abord de grosses pierres, d'une forme irrégulière; ensuite des pierres rondes, successivement plus petites; puis du gravier gros et menu; enfin des sables et de la terre pure; a conclu que les sables n'étoient autre chose que de petits morceaux de pierre décomposée, ce qui, à son avis, est d'autant plus vraisemblable, que plusieurs pierres sont composées de gravier. Il a pensé que le poli des graviers des rivières étoit une preuve évidente de la brisure de leurs angles; que le bruit que font les rivières qui charrient du gravier, est plutôt produit par le choc de ces graviers que par celui de l'eau et de l'air; que les pierres, en se choquant et en se froissant les unes les autres, s'arrondissoient, diminuoient de grosseur, se résolvoient peu-à-peu en gravier; et qu'enfin une partie de ces graviers se réduisoit en sables. Le P. Frisi combat fortement toute cette doctrine; il soutient que les graviers et les sables sont des corps originaires répandus par tout le globe terrestre; que les pierres, en roulant dans le lit d'une rivière, peuvent bien s'arrondir et se polir; que semblablement les graviers peuvent s'atténuer; mais que tout cela a des limites, et que jamais les pierres et les graviers ne peuvent, par le froissement mutuel, se résoudre en sable. Ainsi, selon lui, la raison pour laquelle on trouve dans le lit des rivières, les pierres, les graviers, les sables, dans l'ordre observé par Guglielmini, provient de la diminution de la chute et de la vitesse des eaux courantes qui abandonnant, dans

les parties supérieures, les pierres les plus grosses et les plus irrégulières, ne peuvent transporter à de plus grandes distances que les pierres rondes et les graviers par degrés toujours plus petits. Le P. Frisi établit son opinion, 1°. sur ce que l'on trouve partout, dans les montagnes et dans les plaines, des sables entièrement semblables à ceux des rivières; d'où il résulte que tous ont une même origine, indépendante du frottement des pierres : 2°. sur ce que le frottement mutuel des pierres dans une rivière, quelque violent qu'il puisse être, n'est pas capable de produire du sable : assertion que l'auteur prouve par des expériences où un frottement incomparablement plus fort et plus agissant que celui qui a lieu dans les rivières les plus rapides, n'a jamais pu donner un véritable sable.

Guglielmini, en partant de son système, et supposant de plus que la brisure des pierres pouvoit s'opérer dans l'espace compris entre l'origine de la rivière et la dernière limite des graviers, s'étoit persuadé que lorsqu'il survenoit de nouveaux graviers, ils ne devoient point faire hausser le lit de la rivière, et que la quantité de ceux qu'on retiroit de la rivière pour divers usages, absorboit à-peu-près cette augmentation. Au contraire, dit le P. Frisi, si les pierres et les graviers ne se résolvent point en sables, et n'arrivent point jusqu'à la mer, mais restent dans le lit des rivières, comme ils y ont été transportés dans les crûes d'eau, ce sera une conséquence nécessaire que le fond des rivières doit se re-

hausser continuellement dans les lieux où elles coulent sur le gravier ; et c'est ce qui est conforme aux observations.

APPENDIX SECOND.

Relation entre la vîtesse uniforme d'un mobile et la hauteur dûe à cette vîtesse.

ON a souvent besoin, dans la pratique de l'hydrodynamique ou de la mécanique en général, de connoître la hauteur dûe à la vîtesse uniforme donnée d'un mobile, ou réciproquement la vîtesse uniforme qui résulte ou peut être censée résulter d'une chute donnée. Or, si l'on nomme E l'espace qu'un corps parcourt uniformément pendant un temps t ; h, la hauteur dûe à la vîtesse de ce corps ; α, la hauteur dont un corps grave tombe librement pendant un temps θ, on aura (*Voyez ma Méch. art.* 384), $h = \frac{E^2}{4\alpha} \times \frac{\theta^2}{t^2}$, formule qui contient en général la relation entre les vîtesses uniformes et les hauteurs dûes à ces vîtesses. Cette formule a servi à construire la table suivante que le C. Boizot, savant professeur de mathématiques, a bien voulu prendre la peine de calculer. On y suppose, 1°. que les vîtesses sont relatives à une seconde de temps, et que ces vîtesses, ou les espaces parcourus pendant une seconde, ainsi que les hauteurs dûes à ces mêmes vîtesses, sont exprimés en pouces et parties déci-

males de pouce ; 2°. qu'un corps grave tombant pendant une seconde, parcourt 15 pieds $\frac{1}{10}$, et acquiert par conséquent une vîtesse capable de lui faire parcourir uniformément 30,2 pieds en une seconde. Lorsqu'on voudra évaluer les vîtesse et les hauteurs en pieds, pouces, lignes, etc. il faudra, 1°. diviser par 12 les entiers des pouces (s'il y en a) ; ce qui donnera des pieds et aussi des pouces quand la division ne se fera pas exactement : 2°. on multipliera les parties décimales de pouces, par 12 ; et faisant toujours occuper la même place à la virgule décimale, le nombre à gauche exprimera des lignes, et les parties décimales exprimeront maintenant des parties de lignes, qu'on pourra de même en évaluer en points : ainsi de suite.

Vîtesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vîtesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vîtesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
0,1	0,000014	1,6	0,003532	3,1	0,013259
0,2	0,000056	1,7	0,003987	3,2	0,014128
0,3	0,000124	1,8	0,004470	3,3	0 015025
0,4	0,000221	1,9	0,004981	3,4	0,015949
0,5	0,000345	2,0	0,005519	3,5	0,016901
0,6	0,000497	2,1	0,006084	3,6	0,017881
0,7	0,000676	2,2	0,006678	3,7	0,018888
0,8	0,000883	2,3	0,007299	3,8	0,019923
0,9	0,001118	2,4	0,007947	3,9	0,020985
1,0	0,001380	2,5	0,008623	4,0	0,022075
1,1	0,001669	2,6	0,009327	4,1	0,023193
1,2	0,001987	2,7	0,010058	4,2	0,024338
1,3	0,002332	2,8	0,010817	4,3	0,025511
1,4	0,002704	2,9	0,011603	4,4	0,026711
1,5	0,003104	3,0	0,012417	4,5	0,027939

Vitesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
4,6	0,029194	8,1	0,090521	11,6	0,185651
4,7	0,030477	8,2	0,092770	11,7	0,188866
4,8	0,031788	8,3	0,095047	11,8	0,192108
4,9	0,033126	8,4	0,097351	11,9	0,195378
5,0	0,034492	8,5	0,099683	12,0	0,198675
5,1	0,035886	8,6	0,102042	12,1	0,20200
5,2	0,037307	8,7	0,104429	12,2	0,20535
5,3	0,038756	8,8	0,106843	12,3	0,20873
5,4	0,040232	8,9	0,109285	12,4	0,21214
5,5	0,041736	9,0	0,111755	12,5	0,21557
5,6	0,043267	9,1	0,114252	12,6	0,21904
5,7	0,044826	9,2	0,116777	12,7	0,22253
5,8	0,046413	9,3	0,119329	12,8	0,22605
5,9	0,048027	9,4	0,121909	12,9	0,22959
6,0	0,049669	9,5	0,124517	13,0	0,23317
6,1	0,051338	9,6	0,127152	13,1	0,23677
6,2	0,053035	9,7	0,129815	13,2	0,24040
6,3	0,054760	9,8	0,132505	13,3	0,24405
6,4	0,056512	9,9	0,135223	13,4	0,24774
6,5	0,058292	10,0	0,137969	13,5	0,25145
6,6	0,060099	10,1	0,140742	13,6	0,25519
6,7	0,061934	10,2	0,143543	13,7	0,25895
6,8	0,063797	10,3	0,146371	13,8	0,26275
6,9	0,065687	10,4	0,149227	13,9	0,26657
7,0	0,067605	10,5	0,152111	14,0	0,27042
7,1	0,069550	10,6	0,155022	14,1	0,27430
7,2	0,071523	10,7	0,157961	14,2	0,27820
7,3	0,073524	10,8	0,160927	14,3	0,28213
7,4	0,075552	10,9	0,163921	14,4	0,28609
7,5	0,077608	11,0	0,166943	14,5	0,29008
7,6	0,079691	11,1	0,169992	14,6	0,29409
7,7	0,081802	11,2	0,173068	14,7	0,29814
7,8	0,083940	11,3	0,176173	14,8	0,30221
7,9	0,086106	11,4	0,179305	14,9	0,30631
8,0	0,088300	11,5	0,182464	15,0	0,31043

Vitesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
15,1	0,31458	18,6	0,47732	22,1	0,67385
15,2	0,31876	18,7	0,48246	22,2	0,67997
15,3	0,32297	18,8	0,48764	22,3	0,68611
15,4	0,32721	18,9	0,49284	22,4	0,69227
15,5	0,33147	19,0	0,49807	22,5	0,69847
15,6	0,33576	19,1	0,50332	22,6	0,70469
15,7	0,34008	19,2	0,50861	22,7	0,71094
15,8	0,34443	19,3	0,51392	22,8	0,71722
15,9	0,34880	19,4	0,51926	22,9	0,72352
16,0	0,35320	19,5	0,52463	23,0	0,72986
16,1	0,35763	19,6	0,53002	23,1	0,73622
16,2	0,36209	19,7	0,53544	23,2	0,74260
16,3	0,36657	19,8	0,54089	23,3	0,74902
16,4	0,37108	19,9	0,54637	23,4	0,75546
16,5	0,37562	20,0	0,55188	23,5	0,76193
16,6	0,38019	20,1	0,55741	23,6	0,76843
16,7	0,38478	20,2	0,56297	23,7	0,77496
16,8	0,38940	20,3	0,56856	23,8	0,78151
16,9	0,39405	20,4	0,57417	23,9	0,78809
17,0	0,39873	20,5	0,57981	24,0	0,79470
17,1	0,40344	20,6	0,58549	24,1	0,80134
17,2	0,40817	20,7	0,59118	24,2	0,80800
17,3	0,41293	20,8	0,59691	24,3	0,81469
17,4	0,41771	20,9	0,60266	24,4	0,82141
17,5	0,42253	21,0	0,60844	24,5	0,82816
17,6	0,42737	21,1	0,61425	24,6	0,83493
17,7	0 43224	21,2	0,62009	24,7	0,84174
17,8	0,43714	21,3	0,62595	24,8	0,84856
17,9	0,44207	21,4	0,63184	24,9	0,85542
18,0	0,44702	21,5	0,63776	25,0	0,86231
18,1	0,45200	21,6	0,64371	25,1	0,86922
18,2	0,45701	21,7	0,64968	25,2	0,87616
18,3	0,46204	21,8	0,65568	25,3	0,88312
18,4	0,46711	21,9	0,66171	25,4	0,89012
18,5	0,47220	22,0	0,66777	25,5	0,89714

Vitesses

Vitesses en 1 sec.	Hauteurs corresp.	Vitesses en 1 sec.	Hauteurs corresp.	Vitesses en 1 sec.	Hauteurs corresp.
pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
25,6	0,90419	29,1	1,16834	32,6	1,46628
25,7	0,91127	29,2	1,17638	32,7	1,47529
25,8	0,91838	29,3	1,18445	32,8	1,48433
25,9	0,92551	29,4	1,19255	32,9	1,49339
26,0	0,93267	29,5	1,20068	33,0	1,50248
26,1	0,93986	29,6	1,20883	33,1	1,51160
26,2	0,94707	29,7	1,21701	33,2	1,52075
26,3	0,95432	29,8	1,22522	33,3	1,52993
26,4	0,96159	29,9	1,23346	33,4	1,53913
26,5	0,96889	30,0	1,24172	33,5	1,54836
26,6	0,97621	30,1	1,25001	33,6	1,55762
26,7	0,98357	30,2	1,25833	33,7	1,56690
26,8	0,99095	30,3	1,26668	33,8	1,57621
26,9	0,99836	30,4	1,27505	33,9	1,58556
27,0	1,00579	30,5	1,28346	34,0	1,59492
27,1	1,01326	30,6	1,29189	34,1	1,60432
27,2	1,02075	30,7	1,30035	34,2	1,61374
27,3	1,02827	30,8	1,30883	34,3	1,62319
27,4	1,03582	30,9	1,31734	34,4	1,63267
27,5	1,04339	31,0	1,32588	34,5	1,64218
27,6	1,05100	31,1	1,33445	34,6	1,65171
27,7	1,05862	31,2	1,34305	34,7	1,66127
27,8	1,06628	31,3	1,35167	34,8	1,67086
27,9	1,07397	31,4	1,36032	34,9	1,68048
28,0	1,08168	31,5	1,36900	35,0	1,69012
28,1	1,08942	31,6	1,37770	35,1	1,69980
28,2	1,09718	31,7	1,38644	35,2	1,70950
28,3	1,10498	31,8	1,39520	35,3	1,71922
28,4	1,11280	31,9	1,40399	35,4	1,72897
28,5	1,12065	32,0	1,41280	35,5	1,73876
28,6	1,12853	32,1	1,42165	35,6	1,74857
28,7	1,13644	32,2	1,43052	35,7	1,75840
28,8	1,14437	32,3	1,43942	35,8	1,76827
28,9	1,15233	32,4	1,44834	35,9	1,77816
29,0	1,16032	32,5	1,45730	36,0	1,78808

Vitesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
36,1	1,79803	39,6	2,16357	43,1	2,56393
36,2	1,80800	39,7	2,17452	43,2	2,57483
36,3	1,81801	39,8	2,18549	43,3	2,58577
36,4	1,82804	39,9	2,19648	43,4	2,59873
36,5	1,83809	40,0	2,20751	43,5	2,61072
36,6	1,84818	40,1	2,21856	43,6	2,62274
36,7	1,85829	40,2	2,22964	43,7	2,63478
36,8	1,86843	40,3	2,24074	43,8	2,64685
36,9	1,87860	40,4	2,25188	43,9	2,65895
37,0	1,88880	40,5	2,26304	44,0	2,67108
37,1	1,89902	40,6	2,27423	44,1	2,68324
37,2	1,90927	40,7	2,28545	44,2	2,69542
37,3	1,91955	40,8	2,29681	44,3	2,70763
37,4	1,92986	40,9	2,30796	44,4	2,71987
37,5	1,94019	41,0	2,31926	44,5	2,73213
37,6	1,95055	41,1	2,33061	44,6	2,74443
37,7	1,96094	41,2	2,34194	44,7	2,75675
37,8	1,97136	41,3	2,35332	44,8	2,76910
37,9	1,98180	41,4	2,36473	44,9	2,78153
38,0	1,99227	41,5	2,37617	45,0	2,79387
38,1	2,00277	41,6	2,38764	45,1	2,80630
38,2	2,01330	41,7	2,39913	45,2	2,81876
38,3	2,02385	41,8	2,41065	45,3	2,83125
38,4	2,03444	41,9	2,42219	45,4	2,84376
38,5	2,04505	42,0	2,43377	45,5	2,85630
38,6	2,05568	42,1	2,44538	45,6	2,86887
38,7	2,06635	42,2	2,45701	45,7	2,88147
38,8	2,07704	42,3	2,46867	45,8	2,89410
38,9	2,08776	42,4	2,48035	45,9	2,90675
39,0	2,09851	42,5	2,49207	46,0	2,91942
39,1	2,10929	42,6	2,50381	46,1	2,93213
39,2	2,12009	42,7	2,51558	46,2	2,94487
39,3	2,13092	42,8	2,52737	46,3	2,95763
39,4	2,14177	42,9	2,53920	46,4	2,97042
39,5	2,15266	43,0	2,55105	46,5	2,98324

Vitesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
46,6	2,99608	58,5	4,72165	76,0	7,96909
46,7	3,00895	59,0	4,80270	76,5	8,07429
46,8	3,02185	59,5	4,88445	77.0	8,18019
46,9	3,03478	60,0	4,96688	77,5	8,28677
47,0	3,04774	60,5	5,05002	78,0	8,39404
47,1	3,06072	61,0	5,13383	78,5	8,50200
47,2	3,07373	61,5	5,21834	79,0	8,61065
47,3	3,08683	62,0	5,30353	79,5	8,71999
47,4	3,09983	62,5	5,38942	80,0	8,83002
47,5	3,11293	63,0	5,47599	80,5	8,94074
47,6	3,12605	63,5	5,56326	81,0	9,05215
47,7	3,13920	64,0	5,65121	81,5	9,16425
47,8	3,15237	64,5	5,73986	82,0	9,27704
47,9	3,16558	65,0	5,82919	82,5	9,39052
48,0	3,17881	65,5	5,91922	83,0	9,50469
48,5	3,24538	66,0	6,00993	83,5	9,61955
49,0	3,31264	66,5	6,10133	84,0	9,73510
49,5	3,38059	67,0	6,19343	84,5	9,85134
50,0	3,44923	67,5	6,28622	85,0	9,96827
50,5	3,51864	68,0	6,37969	85,5	10,08589
51,0	3,58858	68,5	6,47386	86,0	10,20420
51,5	3,65928	69,0	6,56871	86,5	10,32321
52,0	3,73069	69,5	6,66425	87,0	10,44287
52,5	3,80277	70,0	6,76048	87.5	10,58761
53,0	3,87555	70,5	6,85741	88,0	10,68433
53,5	3,94902	71,0	6,95502	88,5	10,80610
54,0	4,02318	71,5	7,05332	89,0	10,92853
54,5	4,09803	72,0	7,15232	89,5	11,05166
55,0	4,17356	72,5	7,25200	90,0	11,17550
55,5	4,24981	73,0	7,35237	90,5	11,30001
56,0	4,32671	73,5	7,45343	91,0	11,42522
56,5	4,40432	74,0	7,55519	91,5	11,55112
57,0	4,48269	74,5	7,65763	92,0	11,67770
57,5	4,56160	75,0	7,76076	92,5	11,80498
58,0	4,64128	75,5	7,86458	93,0	11,93294

Vitesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces.	pouces.	pouces.	pouces	pouces.	pouces.
93,5	12,06160	111,0	16,99917	128,5	22,78180
94,0	12,19095	111,5	17,15266	129,0	22,95943
94,5	12,32098	112,0	17,30684	129,5	23,13776
95,0	12,45170	112,5	17,46171	130,0	23,31677
95,5	12,58312	113,0	17,61727	130,5	23,49651
96,0	12 71523	113,5	17,77353	131,0	23,67687
96,5	12,84803	114,0	17,93046	131,5	23,85796
97,0	12,98151	114,5	18,08810	132,0	24,03973
97,5	13,11571	115,0	18,24641	132,5	24,22220
98,0	13,25055	115,5	18,40542	133,0	24,40535
98,5	13,38610	116,0	18,56512	133,5	24,58920
99,0	13,52235	116,5	18,72551	134,0	24,77373
99,5	13,65935	117,0	18,88699	134,5	24,95895
100,0	13,79691	117,5	19,04856	135,0	25,14487
100.5	13,93523	118,0	19,21081	135,5	25,33147
101.0	14,07423	118,5	19,37396	136,0	25,51876
101,5	14,24671	119,0	19,53780	136,5	25,70674
102,0	14,35430	119,5	19,70233	137,0	25,89542
102,5	14,49588	120,0	19.86755	137,5	26,08478
103,0	14,63714	120,5	20,03345	138,0	26,27483
103,5	14,77959	121,0	20,20005	138,5	26,46558
104,0	14.92274	121,5	20,36734	139,0	26,65700
104.5	15,06657	122,0	20,53531	139,5	26,84913
105,0	15,21109	122,5	20,70399	140,0	27,04194
105.5	15,35630	123,0	20,87334	140,5	27,23543
106,0	15,50220	123,5	21,04341	141,0	27,42963
106,5	15,64880	124,0	21,21413	141,5	27,62450
107,0	15,79608	124,5	21,38063	142,0	27,82008
107,5	15,94406	125,0	21,55767	142,5	28,01636
108,0	16,09271	125,5	21,73047	143,0	28,21330
108,5	16,24206	126,0	21,90397	143,5	28,41094
109,0	16,39211	126,5	22,07815	144,0	28,60927
109,5	16,54284	127,0	22 25303	144,5	28,80831
110,0	16,69426	127,5	22,42860	145,0	29,00800
110,5	16,84637	128,0	22,60480	145,5	29,20840

Vitesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
146,0	29,40951	163,5	36,88224	181,0	45,20006
146,5	29,61127	164,0	37,10816	181,5	45,45011
147.0	29,81374	164,5	37,33477	182,0	45,70083
147,5	30,01690	165,0	37,56208	182,5	45,95234
148,0	30,22074	165,5	37,79008	183,0	46,20446
148,5	30,42530	166,0	38,01876	183,5	46,45730
149,0	30,63052	166,5	38,24900	184,0	46,71081
149.5	30,83644	167,0	38,47820	184,5	46,96503
150,0	31,04305	167,5	38,70895	185,0	47,21990
150,5	31,25031	168,0	38,94040	185,5	47,47550
151,0	31,45833	168,5	39,17254	186,0	47,73178
151,5	31,66700	169,0	39,40535	186,5	47,98875
152.0	31,87642	169,5	39,63886	187,0	48,24641
152,5	32,08643	170,0	39,87306	187,5	48,50477
153,0	32,29718	170.5	40,10796	188,0	48,76381
153,5	32,50863	171,0	40,34354	188,5	49,02446
154,0	32,72075	171,5	40,57981	189,0	49,28406
154,5	32,93353	172,0	40,81677	189,5	49,54505
155,0	33,14708	172,5	41,05443	190,0	49,80685
155,5	33,36127	173,0	41,29277	190,5	50,06934
156.0	33,57615	173,5	41,53180	191.0	50,33251
156,5	33,79173	174,0	41,77151	191,5	50,59637
157.0	34,00800	174,5	42,01192	192,0	50,86092
157,5	34,22496	175,0	42,25302	192,5	51,12696
158,0	34,44260	175,5	42,49482	193,0	51,39210
158,5	34,66094	176,0	42,73731	193,5	51,65873
159.0	34,87996	176,5	42,98048	194,0	51,92603
159.5	35,09969	177,0	43,22435	194,5	52,19405
160,0	35,32009	177,5	43,46889	195,0	52,46275
160,5	35.54118	178,0	43,71413	195,5	52,73215
161,0	35,76297	178.5	43.96005	196,0	53,00220
161,5	35,98544	179,0	44,20667	196,5	53,27300
162.0	36.20860	179,5	44,45400	197,0	53,54442
162,5	36,43247	180,0	44,70200	197,5	53,81658
163,0	36,65700	180,5	44.95067	198,0.	54,08941

Vitesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
198,5	54,36308	216,0	64,37087	233,5	75,22387
199,0	54,63715	216,5	64,66923	234,0	75,54637
199,5	54,91204	217,0	64,96826	234,5	75,86951
200,0	55,18764	217,5	65,26801	235,0	76,19343
200,5	55,46392	218,0	65,56844	235,5	76,51800
201,0	55,74090	218,5	65,86954	236,0	76,84327
201,5	56,01856	219,0	66,17134	236,5	77,16920
202,0	56,29708	219,5	66,47384	237,0	77,49583
202,5	56,57594	220,0	66,77704	237,5	77,82319
203,0	56,85562	220,5	67,08091	238,0	78,15123
203,5	57,13610	221,0	67,38550	238,5	78,47994
204,0	57,41722	221,5	67,69073	239,0	78,80934
204,5	57,69900	222,0	67,99670	239,5	79,13940
205,0	57,98152	222,5	68,30331	240,0	79,47019
205,5	58,26468	223,0	68,61066	240,5	79,80167
206,0	58,54855	223,5	68,91867	241,0	80,13380
206,5	58,83314	224,0	69,22736	241,5	80,46667
207,0	59,11837	224,5	69,53675	242,0	80,80022
207,5	59,40431	225,0	69,84685	242,5	81,13442
208,0	59,69092	225,5	70,15762	243,0	81,46937
208,5	59,97828	226,0	70,46910	243,5	81,80500
209,0	60,26627	226,5	70,78125	244,0	82,14125
209,5	60,54103	227,0	71,09411	244,5	82,47829
210,0	60,84443	227,5	71,40762	245,0	82,81594
210,5	61,13444	228,0	71,72183	245,5	83,15431
211,0	61,42523	228,5	72,03675	246,0	83,49336
211,5	61,71657	229,0	72,35238	246,5	83,83312
212,0	62,00884	229,5	72,66867	247,0	84,17358
212,5	62,30166	230,0	72,98565	247,5	84,51468
213,0	62,59520	230,5	73,30332	248,0	84,85652
213,5	62,88941	231,0	73,62170	248,5	85,19902
214,0	63,18433	231,5	73,94075	249,0	85,54220
214,5	63,47993	232,0	74,26050	249,5	85,88612
215,0	63,77621	232,5	74,58093	250,0	86,23066
215,5	64,07319	233,0	74,90203	250,5	86,57594

Vitesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
251,0	86,92192	268,5	99,46502	286,0	112,8531
251,5	87,25856	269,0	99,83585	286,5	113,2481
252,0	87,61586	269,5	100,20731	287,0	113,6437
252,5	87,96394	270,0	100,57947	287,5	114,0400
253,0	88,31264	270,5	100,95234	288,0	114,4371
253,5	88,66206	271,0	101,3259	288,5	114,8347
254,0	89,01212	271,5	101,7001	289,0	115,2331
254,5	89,36294	272,0	102,0750	289,5	115,6323
255,0	89,71440	272,5	102,4506	290,0	116,0320
255,5	90,06656	273,0	102,8270	290,5	116,4324
256,0	90,41944	273,5	103,2040	291,0	116,8336
256,5	90,77293	274,0	103,5823	291,5	117,2354
257,0	91,12719	274,5	103,9600	292,0	117,6379
257,5	91,48210	275,0	104,3391	292,5	118,0412
258,0	91,83774	275,5	104,7188	293,0	118,4451
258,5	92,19402	276,0	105,0993	293,5	118,8497
259,0	92,55106	276,5	105,4804	294,0	119,2549
259,5	92,90876	277,0	105,8623	294,5	119,6609
260,0	93,26709	277,5	106,2448	295,0	120,0676
260,5	93,62614	278,0	106,6280	295,5	120,4750
261.0	93,98591	278,5	107,0121	296,0	120,8830
261,5	94,34854	279,0	107,3965	296,5	121,2917
262,0	94,70750	279,5	107,7818	297,0	121,7011
262,5	95,06932	280,0	108,1678	297,5	122,1113
263,0	95,43182	280,5	108,5544	298,0	122,5221
263,5	95,79504	281,0	108,9417	298,5	122,9335
264,0	96,15894	281,5	109,3298	299,0	123,3457
264,5	96,52354	282,0	109,7185	299,5	123,7586
265,0	96,88882	282,5	110,1080	300,0	124,1722
265,5	97,25474	283,0	110,4980	300,5	124,5864
266,0	97,62139	283.5	110,8889	301,0	125,0014
266,5	97,98874	284,0	111,2803	301,5	125,4170
267,0	98,35680	284,5	111,6725	302,0	125,8333
267,5	98,72552	285,0	112,0654	302,5	126,2503
268,0	99,09492	285,5	112,4589	303,0	126,6680

Vitesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
303,5	127,0864	321,0	142,1647	338,5	158,0881
304,0	127,5055	321,5	142,6080	339,0	158,5555
304,5	127,9253	322,0	143,0519	339,5	159,0235
305,0	128,3456	322,5	143,4965	340,0	159,4923
305,5	128,7669	323,0	143,9418	340,5	159,9617
306,0	129,1887	323,5	144,3878	341,0	160,4318
306,5	129,6113	324,0	144,8344	341,5	160,9027
307,0	130,0345	324,5	145,2818	342,0	161,3741
307,5	130,4584	325,0	145,7299	342,5	161,8464
308,0	130,8830	325,5	146,1786	343,0	162,3193
308,5	131,3085	326,0	146,6280	343,5	162,7928
309,0	131,7343	326,5	147,0781	344,0	163,2671
309,5	132,1610	327,0	147,5290	344,5	163,7420
310,0	132,5883	327,5	147,9804	345,0	164,2177
310,5	133,0164	328,0	148,4327	345,5	164,6941
311,0	133,4451	328,5	148,8855	346,0	165,1710
311,5	133,8745	329,0	149,3391	346,5	165,6488
312,0	134,3046	329,5	149,7934	347,0	166,1272
312,5	134,7354	330,0	150,2483	347,5	166,6063
313,0	135,1669	330,5	150,7040	348,0	167,0860
313,5	135,9117	331,0	151,1603	348,5	167,5666
314,0	136,0320	331,5	151,6173	349,0	168,0477
314,5	136,4655	332,0	152,0750	349,5	168,5296
315,0	136,8999	332,5	152,5334	350,0	169,0121
315,5	137,3348	333,0	152,9925	350,5	169,4953
316,0	137,7704	333,5	153,4523	351,0	169,9793
316,5	138,2068	334,0	153,9128	351,5	170,4639
317,0	138,6438	334,5	154,3740	352,0	170,9493
317,5	139,0814	335,0	154,8358	352,5	171,4352
318,0	139,5198	335,5	155,2984	353,0	171,9219
318,5	139,9589	336,0	155,7616	353,5	172,4092
319,0	140,3987	336,5	156,2255	354,0	172,8974
319,5	140,8392	337,0	156,6901	354,5	173,3861
320,0	141,2803	337,5	157,1554	355,0	173,8756
320,5	141,7222	338,0	157,6214	355,5	174,3657

Vitesses en 1 sec.	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*	*Vitesses en 1 sec.*	*Hauteurs corresp.*
pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
356,0	174,8565	358,5	177,3210	361,0	179,8027
356,5	175,3480	359,0	177,8159	361,5	180,3011
357,0	175,8402	359,5	178,3116	362,0	180,8002
357,5	176,3330	360,0	178,8080	362,5	181,2000
358,0	176,8267	360,5	179,3050		

APPENDIX TROISIÈME.

De la Machine à Feu.

(I.) LA machine à feu est une des plus belles découvertes de la Mécanique moderne. Le mouvement y est produit par l'action de la vapeur de l'eau, combinée avec les résistances qu'il faut vaincre, comme on le verra bientôt. Voici comment on est parvenu par degrés à inventer ce mécanisme ingénieux.

(II). Lorsqu'on fait chauffer de l'eau dans un chaudron, il s'élève à sa surface une espèce de fumée ou de *vapeur*, qui forme un fluide très-subtil, susceptible, comme l'air, d'expansion et de condensation. Ce fluide acquiert d'autant plus de force élastique, que la chaleur de l'eau d'où il sort, devient plus grande. S'il a une entière liberté de s'étendre, il se raréfie et augmente de volume; s'il est contenu de tous côtés, il augmente de ressort; et enfin s'il n'est contenu qu'en partie, il a moins de ressort à proportion. Il se condense subitement aussitôt qu'on y fait une injection d'eau froide.

(III.) Les premières notions qu'on ait eues sur la force de la vapeur de l'eau paroissent venir d'Angleterre. En 1663, le marquis de Worcester fit imprimer à Londres un livre intitulé : *Centuries d'inventions*, dans lequel il raconte qu'ayant rempli

d'eau jusqu'aux trois quarts un canon dont le bout avoit éclaté, et puis ayant scellé fortement ce bout, ainsi que la lumière; il fit un grand feu sous le canon pendant vingt-quatre heures, et qu'au bout de ce temps, le canon se brisa avec un grand bruit. Il ajoute qu'on peut former une fontaine d'eau jaillissante, en faisant servir l'eau d'un vaisseau, raréfiée par le feu, à pousser l'eau froide d'un autre vaisseau, par le moyen de robinets qu'on tournera convenablement.

Papin, médecin françois, membre de la Société royale de Londres, et depuis professeur de mathématiques à Marbourg, publia à Paris, en 1682, la description d'une *machine propre à amollir les os, pour en faire du bouillon*. Cette machine est connue de tous les Physiciens sous le nom de *marmite de Papin*. On y voit des effets de la force qu'acquiert l'eau réduite en vapeur par l'action du feu. Ce même Papin fit imprimer à Cassel, en 1707, un petit ouvrage intitulé: *Nouvelle manière d'élever l'eau par la force du feu*, où il rapporte que dès l'année 1698, il avoit déjà fait un grand nombre d'expériences, par ordre du Landgrave de Hesse, pour essayer d'élever l'eau par la force du feu, et où il donne la description d'une machine propre à remplir cet objet.

Tous les esprits des mécaniciens étoient dirigés, dans ce temps-là, vers ce problème important. En 1699, Amontons donna, dans les Mémoires de l'Académie, le projet d'un moulin qui devoit être mu par

le ressort de l'air alternativement tendu par l'action du feu, et détendu par le contact de cet air avec de l'eau froide. J'ignore si ce moulin a été jamais exécuté.

On trouve dans l'Histoire de l'Académie pour l'année 1705, que Dalesme avoit imaginé que l'on pourroit employer pour une force mouvante le ressort de la vapeur qui s'élève de l'eau chaude, et qu'il avoit fait voir, par une machine où ce ressort seul faisoit jaillir de l'eau à une très-grande hauteur, combien il a de puissance.

A-peu-près dans le même temps, le capitaine Thomas Savery étoit occupé, en Angleterre, à construire des machines qui devoient continuer leur mouvement par la seule action de la vapeur de l'eau alternativement dilatée et condensée : il réussit sans peine à élever, par ce moyen, de l'eau à de petites hauteurs; et après quelques essais infructueux, il parvint également à tirer l'eau de mines profondes. Sa machine est très-préférable à celle de Papin; car dans celle-ci il faut, pour entretenir le mouvement, l'action continuelle d'un certain nombre d'hommes; au lieu que dans l'autre, le mouvement une fois imprimé, se perpétue par la seule action continuée du feu sous la chaudière. Aussi la machine de Savery fut-elle d'abord adoptée et exécutée universellement en Angleterre, en France, en Hollande, en Allemagne, etc. J'en donnerai la description après que j'aurai établi quelques principes nécessaires pour la parfaite intelligence de toute cette matière.

(IV.) Aussitôt qu'on eût commencé à connoître les effets que produit la vapeur de l'eau par sa force élastique, et l'analogie de ces effets avec ceux de la force élastique de l'air, quelques Physiciens se hâtèrent de conclure que la vapeur de l'eau n'est autre chose que l'air même qui se dégage de l'eau par l'action du feu; mais une expérience très-simple du docteur Desaguliers, détruit cette opinion. Mettez dans un grand vaisseau une certaine quantité d'eau que vous aurez soin d'abord de bien purger d'air, soit en la faisant bouillir, soit par le moyen de la machine pneumatique; suspendez par un cordon dans le vaisseau, une cloche de verre assez pesante pour s'enfoncer totalement dans l'eau; faites en sorte que dans sa position bien verticale elle soit parfaitement remplie d'eau, et qu'il n'y reste point de bulle d'air par en haut. Ensuite vous ferez bouillir l'eau; et alors vous verrez la cloche se vider par degrés de son eau qui est chassée en en-bas par l'expansion de la vapeur qui se forme à sa surface. Cette vapeur qui ressemble à de l'air n'en est pas néanmoins; car si vous élevez la cloche de manière que sa base seule demeure dans l'eau, la vapeur venant à se condenser par le froid de l'air qui environne la cloche, l'eau s'y élèvera sans qu'il y reste une seule bulle d'air; ce qui prouve évidemment que la vapeur qui avoit chassé l'eau, n'étoit pas de l'air. Elle est un de ces fluides aériformes, si connu aujourd'hui des Physiciens.

(V.) Examinons maintenant l'effet du mécanisme

de la pompe à feu, et pour bien comprendre cet effet, faisons-en la comparaison avec celui qui seroit produit par la machine pneumatique.

Soit (*Pl. II, Fig.* 7) *ABCD* un cylindre vertical dans lequel joue un piston *P* sur l'étendue de la hauteur *EF*. La tige de ce piston est attachée à l'extrémité *G* du levier *GH*, qui tourne sur l'axe *O*, et qui porte à son autre extrémité un poids Π, tel que dans l'état de repos de la machine, le levier est incliné du côté de ce poids: en ce même état l'air contenu dans le cylindre est de la même nature que l'air extérieur.

Maintenant, imaginons que par un moyen semblable à celui qu'on emploie dans la machine pneumatique, on fasse le vide dans la partie *EFKL* du cylindre : alors la pression de l'atmosphère sur la tête du piston, le fera descendre, et fera aussi en conséquence monter le poids Π. Que le piston étant parvenu en *FK*, on fasse entrer l'air par-dessous; le piston remontera, pour redescendre comme tout-à-l'heure; ainsi de suite alternativement.

Il est clair que par ce moyen on pourroit tirer de l'eau de mines aussi profondes qu'on voudroit, en proportionnant convenablement le diamètre de la tête du piston *P* avec celui des tuyaux de pompe destinés à élever l'eau. Mais une semblable machine, par la lenteur de ses mouvemens et par la dépense des agens qu'elle demanderoit pour sa manœuvre, n'est aucunement propre à évacuer l'eau des fosses de charbon ou des autres mines.

(VI.) Supposons qu'au lieu de faire le vide sous le piston de la manière que nous venons d'indiquer, on mette dans la partie inférieure *FBCK* du cylindre, de l'eau qu'on fera bouillir par du feu posé au-dessous du fond *BC*; et qu'il y ait en *m n* une soupape par où la vapeur puisse entrer dans l'espace *FKLE*, et en chasser l'air qui trouve à s'échapper par quelqu'issue pratiquée dans les parois du cylindre: alors, au bout d'un certain temps, tout l'air de l'espace *FKLE* sera expulsé, et la vapeur de l'eau aura pris sa place; de sorte que si l'on suppose que la force élastique de cette vapeur soit égale à celle de l'air, tout demeurera dans le même état que si l'espace *EFKL* étoit occupé par l'air.

Cela posé, concevons que d'une manière quelconque on fasse dans cette vapeur une petite injection d'eau froide: tout-à coup la vapeur se condensera et n'occupera plus qu'un très-petit espace: il y aura donc un vide presque entier dans l'espace *EFKL*; d'où il résulte que la pression de l'atmosphère sur la tête du piston *P* l'abaissera de *E* vers *F*. Le piston étant parvenu en *FK*, on fera passer par-dessous de la nouvelle vapeur qui le fera monter en *EL*: puis on le fera descendre comme tout à-l'heure; ainsi de suite alternativement.

(VII.) On voit que le mouvement d'une telle machine n'est pas uniforme: dans les premiers instans, soit de la montée, soit de la descente du piston *P*, le mouvement s'accélère; ensuite il est retardé. Ceux qui voudront soumettre ces variations au cal-

cul, pourront y appliquer la théorie des articles 336, 337, 338, etc. du *Traité précédent*. Ici nous nous contenterons d'observer que pour établir, autant qu'il est possible, la régularité et la permanence dans le mouvement, il faut que les forces correspondantes aux points extrêmes F, E de la course du piston, fassent des efforts égaux.

(VIII.) Considérons donc la machine en plein exercice de son mouvement. Lorsque le piston P monte de F en E, il est soulevé par la force de la vapeur et par l'action du poids Π placé de l'autre côté de l'axe O du mouvement, et il est poussé de haut en bas par la pression de l'atmosphère sur sa tête; mais quand il est arrivé en EL, et qu'on vient à faire une injection d'eau froide dans l'espace $EFKL$, ce qui condense la vapeur, et forme à-peu-près le vide dans cet espace, alors le piston P descend; il est poussé de haut en bas par la pression de l'atmosphère, et de bas en haut par l'action du poids Π. Donc, si l'on nomme a le bras OG du levier; b le bras OH; c^2 le cercle de la tête du piston; H la hauteur d'une colonne d'eau qui ayant c^2 pour base est équivalente à la force de la vapeur; h la hauteur d'une colonne d'eau, de même base et équivalente à la pression de l'atmosphère: le moment de la force résultante ascensionnelle initiale du piston P sera, $(H-h)c^2 \times a + \Pi \times b$; et le moment de sa force résultante descensionnelle initiale sera, $h c^2 \times a - \Pi \times b$. Égalant ensemble ces deux momens, on aura, $(H-h)c^2 a + \Pi b = h c^2 a - \Pi b$: équation

qui

qui contient la relation entre les élémens du problême.

(IX.) Tout subsistant d'ailleurs le même, supposons maintenant qu'à l'extrémité H du balancier (*Fig.* 8) soit suspendue, au moyen d'une chaîne, la tige du piston d'une pompe foulante qui élève l'eau d'un puits et la conduit dans une basche N. Que la machine soit en plein mouvement. Cela posé, le piston P du cylindre monte de F en E, par la force expansive de la vapeur et par l'action du poids Π attaché à la tige du piston de la pompe (dans lequel poids je comprends celui des attirails, estimé convenablement); ensuite, quand le piston P arrivé en EL vient à descendre, après que la vapeur a été condensée, il descend par la pression de l'atmosphère sur sa tête, à quoi s'opposent le poids Π, et (*Traité précédent*, N°. 84) le poids d'une colonne d'eau qui a pour base le cercle de la tête du piston de la pompe, et pour hauteur la verticale NR qui exprime la hauteur de la basche au-dessus du niveau de l'eau du puits. Conservons les dénominations précédentes; et nommons de plus f^2 le cercle de la tête du piston de la pompe; k la hauteur NR; il est clair que le moment de la force résultante ascensionnelle initiale du piston P est, $(H-h)\,c^2 \times a + \Pi \times b$; et que le moment de la force résultante descensionnelle initiale de ce même piston est, $h\,c^2 \times a - \Pi \times b - f^2\,k \times b$. Égalons ensemble ces deux momens; nous aurons, $(H-h)\,c^2\,a + \Pi\,b = h\,c^2\,a$

$-\Pi b - f^2 k b$; équation qui servira à établir les dimensions et le produit de la machine.

Par exemple, supposons $a = b$; $H = h$, ou la force de la vapeur égale à la pression de l'atmosphère, que j'estime par le poids d'une colonne d'eau de 32 pieds de hauteur; $c^2 = 12$ pieds quarrés; $f^2 = 4$ pieds quarrés; $k = 50$ pieds : on trouvera, $\Pi = 42$ pieds cubes, qu'il faut multiplier par 70 livres, poids du pied cube d'eau; ce qui donnera 2940 livres pour la valeur de Π considéré comme un poids. Maintenant, si l'on suppose que la machine donne 15 coups de balancier par minute, et que la hauteur du jeu du piston de la pompe soit de 6 pieds, il est clair que cette pompe donnera dans la basche N, en une minute, un nombre de pieds cubes d'eau, exprimé par $4 \times 6 \times 15$, ou par 360.

Machine de Savery.

(X.) Il y a au village de *Fresne* près Condé, une machine de ce genre, pour évacuer l'eau qui abonde dans les mines de charbon de ce pays. Le Chevalier Dubuat eut la bonté, en 1769, de m'envoyer une description très-claire et très-détaillée de cette machine : elle forme tout le fond de ce qui suit; et je n'ai même fait souvent qu'employer les propres expressions de Dubuat.

(XI.) La machine dont il s'agit est représentée (*Pl. I, Fig.* 1 *et* 2), quant aux parties qui la caractérisent spécialement. La *Figure* 1, la montre en perspective; la *Figure* 3 en profil.

Il faut concevoir que la tige *X* du piston *P* et la pièce de bois *FG* mobile verticalement dans le sens de sa longueur, sont appliqués, par le moyen de chaînes, à l'un des bras d'un grand balancier ou levier dont l'autre bras fait mouvoir des pompes : la *Figure* 8 donne une idée suffisante de ce mécanisme; on n'a pas jugé nécessaire de répéter le balancier et les pompes dans les *Figures* 1 et 2.

(XII.) Une grande chaudière *VIYT* (*Figure* 2) contient de l'eau qu'on fait bouillir par un feu ardent entretenu au-dessous, dans l'espace *II' Y' Y*; la vapeur qui s'élève à la surface de l'eau passe dans le cylindre *H*, où elle est alternativement dilatée et condensée. De-là, tous les mouvemens de la machine, qui s'exécutent par le moyen de différens tuyaux, robinets, leviers, etc. dont nous allons expliquer successivement les usages particuliers.

Dans les *Figures* 1 *et* 2, on a coté les mêmes pièces par les mêmes lettres ou chiffres; mais on ne s'est pas assujetti à cette loi dans les autres *Figures* relatives à la machine.

(XIII.) Au fond du grand cylindre *H* est adapté un petit cylindre *K*, nommé ordinairement le *collet*, ouvert par les deux bouts, qui déborde un peu par en haut le fond du cylindre *H*, pour une raison que nous dirons ci-dessous, et qui pénètre par le bout inférieur *Z* le chapiteau *VZT* de la chaudière. Ce tuyau *K* sert à faire passer la vapeur de la chaudière dans le cylindre *H*. Une plaque de cuivre, cir-

culaire et horizontale, nommée *régulateur*, portant une queue ou manche mobile autour d'un axe vertical, s'applique exactement contre la base inférieure du collet *K*; elle en ouvre et ferme alternativement l'entrée, en tournant autour de son axe. Tant que la vapeur agit avec toute sa force contre le piston *P*, il monte, ou du moins il peut demeurer suspendu à une certaine hauteur; mais on le fait descendre, quand il faut, en fermant le régulateur, et en produisant dans le cylindre *H* une injection d'eau froide. Cette eau est amenée par le tuyau *Q M* 3', nommé *tuyau d'injection*, garni d'un robinet *R* appelé *robinet d'injection*, lequel en tournant sur son axe ou dans un sens ou dans un autre, arrête ou laisse passer l'eau. Dans le second cas, elle jaillit par l'ajutage 3' de bas en haut, et va frapper la base inférieure du piston; ce qui la fait retomber en pluie, condense la vapeur et donne lieu à la pression de l'atmosphère de faire descendre le piston.

(XIV.) Comme le mouvement se perpétue dans la machine par cette action alternative du régulateur et du robinet d'injection, on doit s'attacher à la bien comprendre.

Les *Figures* 3, 4, 5 qui sont dessinées plus en grand que les *Figures* 1 *et* 2, montrent le jeu du régulateur et des pièces qui le conduisent.

Dans la *Figure* 4, *a a a a* représente un anneau de fer, horizontal, placé au-dedans du chapiteau de la chaudière, et suspendu à ce même chapiteau par

quatre supports ou montans verticaux qui sont désignés par les lettres *a*, *a*, *a*, *a*. Le cercle *b b* représente la base inférieure du *collet*. Le cercle *d d* est le régulateur garni de son manche *m m* qui ne fait qu'un même corps avec lui. Cette pièce est traversée carrément par un axe ou essieu vertical *e* qui la fait tourner, et qui fait décrire au centre *o* l'arc *c o* pour ouvrir, et l'arc *o c* pour fermer l'orifice du collet. *DF* est un ressort destiné à presser le régulateur contre l'orifice du collet.

Dans la *Figure* 4, qui est un profil élevé sur le diamètre *d d* perpendiculairement à *e o*, *MN* est le profil du chapiteau de la chaudière; *K* celui du collet; *d t b* le régulateur; *A E* l'anneau dont nous avons parlé; *A N*. *E M* les montans qui le soutiennent; *A B C* le ressort contre lequel le bouton *t* du régulateur s'appuie en allant de *A* vers *B* lorsqu'il se ferme.

La *Figure* 5 est un autre profil élévé sur *e o*, perpendiculairement au précédent. *x y* est l'essieu vertical qui fait mouvoir le régulateur. Le pivot inférieur de cet essieu joue dans l'anneau *a a a a* (*Fig.* 3). Le bout *e* du manche du régulateur est lié par une clavette *L* à l'axe *x y* qui, dans sa partie supérieure *e x*, est bien rond et joue exactement dans un canon *f g* adapté au chapiteau de l'alambic. Enfin le bout supérieur *x* de l'essieu *x y* reçoit une clef *i* (*Fig.* 2) par le moyen de laquelle le régulateur est mu.

(XV.) Maintenant, voyons comment les mouve-

mens du régulateur et du robinet d'injection sont produits.

Deux poteaux A, A (*Fig.* 1) soutiennent un essieu horizontal BC qui tourne dans les anneaux d'un étrier $a\,b\,c\,d$, lequel est traversé d'un boulon e. Autour de ce boulon jouent les anneaux d'une fourche $h\,f\,g$ dont la queue h tire ou pousse horizontalement la clef i du régulateur. Dans le même essieu BC sont fixées quatre pièces différentes; savoir, une patte à deux griffes k, l qui font mouvoir l'étrier; une branche de fer m; une autre branche de fer n; la tige o d'un poids p tenu par une courroie lâche attachée au sommier en q et r. Voilà les pièces qui font mouvoir le régulateur, comme on le verra tout-à-l'heure.

A l'égard du robinet d'injection R, son tampon est soudé avec une patte d'écrevisse $s\,t$ qui embrasse la broche ux qui tient au manche d'un grand marteau y mobile sur la charnière u. Ce marteau est engagé par la tête dans une espèce de déclit formé par une coche ou crochet fait dans une pièce de bois horizontale, tenue à charnière en D, et suspendue en E avec une corde. La coulisse FG est garnie de quatre chevilles β, z, Π, *&c.*, dont les distances se règlent d'après l'épreuve qu'en a faite d'abord le conducteur de la machine.

(XVI.) Tout étant ainsi disposé, supposons que le régulateur étant ouvert, la force de la vapeur, jointe au poids qui est appliqué au bras de levier de la droite, fasse monter le piston, et par conséquent

aussi la coulisse *FG*. La cheville π rencontrant la branche de fer *m* la soulève et la fait monter; ce qui fait tourner l'essieu *BC*, et le poids *p*, lequel, après avoir passé la verticale de l'essieu, tombe du côté du cylindre et tend la courroie *p r*. Or ce mouvement ne peut s'exécuter sans que la griffe *k* n'emmène avec elle l'étrier *a b c d* qui tire la queue *h*, et fait tourner la clef *i*, laquelle ferme le régulateur. En ce moment la vapeur enfermée dans le cylindre *H*, a la même élasticité, la même force que celle de la chaudière; elle soutiendroit donc toujours le piston. Mais l'instant après que le régulateur a été fermé, la coulisse *F G* frappe la pièce *D E* au moyen de la cheville β. Cette pièce se soulève et le déclit lâche la tête du marteau *y* qui tombe sur une planche *L*. Or pendant qu'il tombe, la broche *u x* décrit un arc de cercle qui fait tourner la patte d'écrevisse et ouvre par conséquent le robinet d'injection. Aussitôt l'eau entre dans le cylindre *H*, et jaillit avec toute la force que lui procure sa chute propre et la pression de l'atmosphère. La violence du choc de cette eau contre le dessous du piston la divise en gouttes qui retombent en pluie dans le cylindre, comme nous l'avons déjà dit, et qui condensent très-promptement la vapeur. Alors le piston descend par la pression de l'atmosphère, et par conséquent la coulisse *FG* descend aussi. La cheville β ramène vers *z* la queue *u z'* du marteau *y* qui est obligé de remonter et de s'engager de nouveau dans le déclit de la pièce *DE*; ce qui fait tourner la broche *u x*, et

dans le fond du cylindre; elle ne peut pas passer dans la chaudière, parce que le collet *K* déborde le fond du cylindre, comme nous l'avons dit. Elle s'échappe par un tuyau 1, 1, qui communique par un bout avec le fond du cylindre, et qui est fermé hermétiquement à l'autre bout. A ce tuyau sont adaptés deux autres tuyaux 2, 2, et 3, 3.

(XIX.) Par le premier 2, 2, il sort environ les trois quarts de l'eau d'injection qui vont se perdre dans une citerne. Le bout de ce même tuyau qui plonge dans la citerne, est recourbé verticalement en contremont, et garni d'une soupape suspendue à un morceau de fer; cette soupape est toujours baignée dans l'eau pour empêcher que l'air ne pénètre dans le tuyau; elle est fermée quand le piston descend; elle s'ouvre quand le piston monte, parce qu'alors la vapeur qui est dans toute sa force, expulse l'eau contenue dans le tuyau 2, 2.

(XX.) Le second tuyau 3, 3 transmet le quart restant de l'eau d'injection au tuyau vertical 4, 4 qui pénètre presque jusqu'au fond de la chaudière, et qu'on appelle *tuyau nourricier,* parce que l'eau qu'il fournit ainsi à la chaudière sert à réparer la perte qu'elle fait par l'évaporation.

On règle par deux robinets ou même par un seul robinet, les quantités d'eau qui doivent passer par les tuyaux 2, 2, et 3, 3.

(XXI.) La branche inférieure du tuyau 1, 1 porte encore un *godet* 5 au fond duquel est une sou-

pape suspendue à un cordon, que l'on soulève, quand on veut, pour introduire de l'eau dans les tuyaux dont nous venons de parler. Cette eau que l'on tire du haut du cylindre, par le moyen du tuyau descendant 6, 6, est tiède et sert à chasser l'air des tuyaux où on la fait entrer, quand on commence à faire jouer la machine.

(XXII.) A l'opposite du tuyau d'injection est adapté au cylindre un tuyau 7, 7 qui porte un *godet* 8 dans le fond duquel il y a une soupape chargée de plomb, suspendue à un ressort de fer qui la maintient toujours dans la même direction. Cette soupape que l'on nomme *renifiante*, sert à évacuer l'air que la vapeur chasse du cylindre, lorsqu'on commence à faire jouer la machine; et ensuite celui qui est amené par l'eau d'injection qui empêcheroit l'effet de la même machine, s'il n'avoit pas la liberté de s'échapper.

(XXIII.) Sur le chapiteau de l'alambic est soudé verticalement un petit bout de tuyau 9, au sommet duquel il y a une soupape chargée de plomb, qu'on appelle *ventouse*. Elle sert à donner de l'air à l'alembic lorsque la vapeur devient trop forte; elle se lève assez souvent quand le régulateur est fermé, et quand le piston descend.

(XXIV.) Le tuyau 10, 10, qu'on nomme *cheminée de l'alembic*, et qui est fermé à l'une de ses extrémités par une soupape qu'on soulève quand on veut, comme on le voit au profil (*Fig.* 2); ce tuyau,

dis-je, sert à évacuer la vapeur en ouvrant sa soupape lorsqu'on veut arrêter la machine, et à lui donner une échappée lorsqu'elle acquiert assez de force pour élever la soupape, autrement elle mettroit l'alembic en danger de crever.

(XXV.) Les deux petits tuyaux 11, 11, et 12, 12, garnis chacun d'un petit robinet, et qu'on nomme *tuyaux d'épreuve*, servent à faire connoître si l'eau a une hauteur convenable dans la chaudière. Ils sont inégaux, comme on voit. L'un trempe seulement jusqu'à la vapeur, l'autre pénètre jusqu'à l'eau. Lorsque la hauteur de l'eau est bien réglée, le plus long donne de l'eau, et l'autre des vapeurs. S'ils donnoient tous les deux ou des vapeurs ou de l'eau, dans le premier cas l'eau seroit trop basse, et elle seroit trop haute dans le second. Il faudroit donc remédier à l'un ou l'autre inconvénient, en introduisant de l'eau dans la chaudière, ou en laissant échapper l'excédant de celle qu'elle contiendroit.

(XXVI.) Pour remplir et pour vider d'eau la chaudière, quand on veut, il y a aux endroits *Q*, *S*, deux tuyaux garnis de leurs robinets (*Fig.* 2). Le premier sert à faire entrer de l'eau, le second à évacuer la chaudière.

(XXVII.) La base supérieure du piston est toujours couverte d'eau pour empêcher les cuirs de se sécher et pour fermer toute entrée à l'air extérieur dans la partie inférieure du cylindre où passe la vapeur. Cette eau est amenée par le tuyau 13, 13.

Une partie de cette eau passe par le tuyau 6, quand on veut; l'autre s'échappe par le tuyau 14.

(XXVIII.) La vapeur, par la force de son ressort qui agit également en toutes sortes de sens, fait monter l'eau dans le tuyau 12, 12, comme nous l'avons dit. L'eau est aussi forcée, par la même cause, de monter dans le tuyau nourricier 4, 4, qui est ouvert par les deux bouts; elle s'y élève jusqu'à la hauteur de 7 à 8 pieds au-dessus de son niveau dans la chaudière, quand le régulateur est fermé. D'où l'on voit qu'alors la force de la vapeur fait équilibre à la pression de l'atmosphère et au poids d'une colonne d'eau de 7 à 8 pieds de hauteur. Ainsi, puisque la pression de l'atmosphère est équivalente au poids d'une colonne d'eau de 32 pieds de hauteur, il s'ensuit que la force de la vapeur est à la pression de l'atmosphère, comme 39 est à 32 environ. Lorsque le régulateur s'ouvre, et qu'une partie de la vapeur passe dans le cylindre, cette même vapeur occupant un plus grand espace a moins de force. C'est de-là que vient cette espèce de respiration qu'on remarque dans les fumées qui sortent par les joints imperceptibles de la chaudière: ces fumées sont alternatives comme l'haleine des animaux.

(XXIX.) La chaudière *VIYTZV* est ronde en plan. Dans les anciennes machines à feu, elle a le fond plat; mais on a reconnu que cette forme n'est pas propre à bien transmettre la chaleur du feu à l'eau; et aujourd'hui on fait le fond convexe, comme

on le voit au profil (*Fig.* 2). Le chapiteau *V Z T* de l'alembic forme une espèce de dôme un peu surbaissé. On voit que l'eau monte dans la chaudière, un peu au-dessus du plat-bord *V T*, et que les vapeurs sont contenues dans l'espace qui reste sous le chapiteau. La chaudière et le chapiteau sont faits avec de grandes feuilles de cuivre de 3 pieds en quarré, liées ensemble avec de fortes rivures très-voisines les unes des autres. L'épaisseur de ces feuilles est de 3 à 4 lignes.

(XXX.) Le feu contenu dans le foyer *II' Y' Y* est fait ordinairement avec du charbon de terre jeté sur la grille *I' Y'*. Il est destiné à échauffer le fond de la chaudière. Vis-à-vis la porte par où on jette le charbon se trouve une entrée où la flamme se porte et va circuler autour des côtés de la chaudière dans l'espace vide *V I & T Y* qu'on appelle la *cheminée de la chaudière*, de telle sorte qu'elle fait un tour entier autour des côtés et du plat-bord de la chaudière avant que de sortir par un tuyau de cheminée ordinaire qui est placé à côté de l'entrée dont je viens de parler. Sans cette circulation de la flamme autour des parois de la chaudière, l'eau qu'elle contient ne s'échaufferoit point suffisamment pour produire la grande quantité de vapeurs dont on a besoin. Du reste on voit que la chaudière porte sur la maçonnerie du fourneau à la circonférence de son fond en *V Y*, et que de plus le plat-bord est aussi soutenu de même en *V* et *T*. On a soin aussi de garnir de maçonnerie le chapiteau de la chaudière, jus-

qu'à une certaine hauteur, pour lui donner plus de force contre l'effort des vapeurs, et pour le garantir des coups que le hasard pourroit lui faire recevoir.

(XXXI.) Dans un des étages supérieurs du bâtiment où est la machine, il y a une cuvette nommée *cuvette d'injection*, qui est entretenue par le produit d'une pompe que la machine elle-même fait jouer, et qui fournit de l'eau au tuyau d'injection $QM5'$ (*Fig.* 1). On emploie divers moyens pour que ce tuyau reçoive toujours la même quantité d'eau pour chaque injection particulière. Dans la machine à feu, construite à *Schemnitz* en Hongrie, et dont je dois la connoissance à Jars, qu'une mort prématurée enleva, en 1769, à l'Académie, aux Sciences et à ses amis, la cuvette d'injection $ABCD$ (*Fig.* 6) reçoit, au moyen d'un tuyau K, l'eau d'un autre réservoir, pour la transmettre au tuyau Q d'injection. Le tuyau K porte un robinet X qui en ouvre et ferme alternativement le bout T. Voici comment. A l'axe horizontal VH parfaitement mobile sur ses pivots, sont fixées deux branches de fer, l'une ZM portant un tonneau ou baril M qui flotte sur l'eau, l'autre ZX portant une patte d'écrevisse ou une petite roue dentée qui engrène avec la tête du robinet X, et qui le fait tourner. L'écoulement par le tuyau d'injection Q étant suspendu; à mesure que la surface de l'eau s'élève dans la cuvette $ABCD$, elle soulève le tonneau M, et le robinet se ferme, en sorte qu'il est entièrement fermé quand elle est, par exemple, en AD. Si au contraire la cuvette se vide par le

tuyau d'injection *Q*, le tonneau *M* descend, et le robinet *X* s'ouvre pour laisser passer dans la cuvette la nouvelle eau que le tuyau *K* amène. Ainsi de suite. Il est clair que par-là il passe en temps égaux des quantités égales d'eau dans le tuyau d'injection *Q*.

(XXXII.) Quand la machine ne joue pas, le balancier est incliné du côté du puits, comme on le voit en *GH* (*Fig.* 8), parce que l'air pénètre dans l'intérieur du cylindre, et que le bras de levier du côté du puits est plus chargé que celui du côté du cylindre. Le piston est donc alors élevé au plus haut point de sa course. Supposons qu'on veuille mettre la machine en mouvement : on remplira d'abord d'eau la chaudière; on allumera le feu pour faire bouillir l'eau, et on aura soin d'ouvrir le régulateur, supposé qu'il fût fermé. La vapeur se forme et s'élève dans le cylindre, en chasse l'air et échauffe l'eau qui est au-dessus de la tête du piston. On fait passer une partie de cette eau, par le tuyau 6, 6, dans le godet 5 dont on ouvre la soupape pour que l'eau entre dans les tuyaux 2, 3, 4. Lorsque la vapeur a acquis assez de force pour ouvrir la soupape qui ferme la cheminée 10, 10, et pour sortir avec détonation, le conducteur qui attend ce moment, prend d'une main la queue du marteau *y*, et de l'autre le marteau *p*, et ferme le régulateur; un instant après il ouvre le robinet d'injection qui fait descendre le piston. Ensuite le régulateur s'ouvre de lui-même, et la machine continue de jouer sans qu'on y tou-

che. On l'arrête en soulevant la soupape de la cheminée 10, 10, de l'alembic, en évacuant d'eau la chaudière, et en éteignant le feu.

(XXXIII.) La vapeur en s'étendant, presse avec une force très-considérable les parois intérieures de l'alembic et du cylindre; cette force agit perpendiculairement, du dedans au dehors, sur tous les points de ces parois; elle est détruite en grande partie par la pression de l'air extérieur qui environne la machine, et qui agit perpendiculairement aux mêmes parois, du dehors au-dedans. Quand toutes les parties ne résistent pas également, ni avec un effort suffisant, les plus foibles crèvent : cet accident est arrivé quelquefois, sur-tout dans les premières machines de ce genre qu'on a construites.

(XXXIV.) Les machines à feu ont différentes grandeurs, selon l'objet auquel on les destine. Dans celle de Fresne, le cylindre a 44 pouces de diamètre et 9 pieds de hauteur; le jeu du piston est de 6 pieds; le balancier a 25 pieds de longueur, etc.

Nouvelles Machines à Feu.

(XXXV.) A la machine de Savery, dont je viens de donner la description, la chaudière est placée sous le cylindre, et l'injection d'eau froide, pour condenser la vapeur, se fait dans le cylindre même, ce qui a l'inconvénient d'en refroidir les parois, et d'absorber en pure perte une quantité considérable de vapeurs. Ainsi, pour réparer cette perte, on est obligé de faire en proportion la chaudière plus grande;

grande; d'où résulte une plus grande consommation de matières combustibles. Ce défaut a fait chercher et trouver le moyen de produire l'injection hors du cylindre, et d'employer utilemens toute la vapeur, du moins à peu de chose près. Parmi les machines de ce nouveau genre, je prends pour exemple celle qui a été construite à Chaillot près de Paris, sur les principes de Watt et Bolton, par les frères Perrier, dont l'aîné est aujourd'hui Membre de l'Académie des Sciences.

(XXXVI.) On sait que l'objet de cette machine est d'élever l'eau d'un puisard qui communique avec la Seine, et de la faire monter dans de vastes réservoirs établis sur la côte de Chaillot, d'où cette eau descend ensuite par des tuyaux et va se rendre en différens quartiers de Paris, pour servir à la boisson et à d'autres usages. Le cylindre, le balancier, et les attirails des pompes qui élèvent l'eau du puisard, sont placés dans un bâtiment couvert; la chaudière est en-dehors de ce bâtiment, et la vapeur passe de la chaudière dans le cylindre, au moyen d'un tuyau recourbé convenablement. Voici une idée générale du mouvement de la machine.

Il y a maintenant dans le bâtiment dont nous avons parlé, deux machines de ce genre, qui, pour l'ordinaire jouent séparément, et qui pourroient aussi jouer ensemble: comme elles sont entièrement semblables, il suffit d'en considérer une seule.

(XXXVII.) *A* (*Fig.* 9) est la chaudière; *B*, le tuyau qui transmet la vapeur au cylindre.

C est le cylindre, lequel est arrêté solidement en tous sens; la plaque de fonte *D*, qui le ferme vers le haut, est forée circulairement à son centre pour laisser passer la tige ou la tringle du piston *E*. Cette même tringle, qui est parfaitement dressée, traverse une boîte *S* garnie de tresses de chanvre pour empêcher qu'il ne se perde de la vapeur, et que l'air extérieur ne pénètre dans le cylindre.

La vapeur s'introduit, par le tuyau *F*, dans le cylindre, entre la plaque *DD* et la tête *E* du piston.

Au bas du tuyau *F* est une soupape *G* qui s'ouvre et se ferme alternativement, au moyen de coulisses suspendues au balancier qui les fait en conséquence monter ou descendre par son mouvement.

Le tuyau *F* aboutit à une petite chambre *H* qui communique avec le cylindre, par sa partie inférieure.

I est une soupape qui s'ouvre et se ferme alternativement, par le jeu du balancier, pour donner ou fermer la communication de la chambre *H* avec un tuyau *K* qu'on appelle le *condenseur*, parce que c'est-là que se fait la condensation de la vapeur, comme nous le dirons tout-à-l'heure.

LL est une basche d'eau toujours pleine pendant que la machine joue. Cette eau est fournie par la machine même, au moyen d'un robinet et d'un tuyau qui la tire du gros tuyau ascendant de la pompe.

MN est un tuyau garni d'une soupape *M*, par

où se fait l'injection d'eau froide dans le condenseur. Le mouvement alternatif de cette soupape est produit par le balancier.

L'air mêlé avec l'eau d'injection et cette même eau devenue chaude par son contact avec la vapeur retombent, au moyen d'une soupape *O* que le balancier fait ouvrir et ensuite fermer, dans une autre pompe, d'où ils sont évacués par une pompe *P* que le balancier fait aussi jouer.

Q est la pompe qui élève l'eau du puisard. Cette eau est d'abord foulée dans un vaisseau cylindrique, plein d'air comprimé qui la force de monter dans les réservoirs placés au-dessus de Chaillot.

R est un poids ou un système de poids, pour faire descendre le piston de cette pompe, quand il est arrivé au plus haut de sa course.

(XXXVIII.) Ces notions préliminaires établies, supposons qu'au premier instant la pompe *Q* soit vide, et que par conséquent le balancier soit incliné vers le puisard. Le feu étant allumé sous la chaudière, l'eau contenue dans cette chaudière, parvient peu-à-peu à l'ébullition; la vapeur passe, par le tuyau *F*, dans le cylindre *C*, et force son piston *E* à descendre. La soupape *G*, qui étoit fermée, s'ouvre quand le piston est arrivé en bas; la vapeur passe sous lui et dans la chambre *H*. Alors l'action de la vapeur qui s'exerce par-dessus le piston *E* étant contre-balancée par l'action contraire de la vapeur, qui s'exerce par-dessous, le piston doit monter en vertu de l'excès de pesanteur des parties

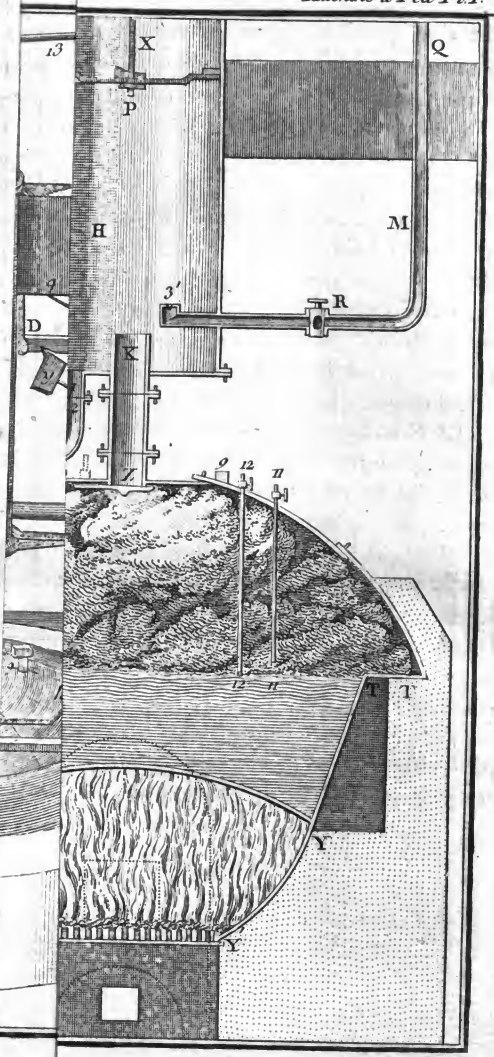
de l'autre bras du balancier. Lorsque ce piston, en remontant ainsi, a achevé sa course, la soupape *G* se ferme; la soupape *I* s'ouvre, et la vapeur entre dans le condenseur; alors il se fait dans le condenseur une injection d'eau froide qui va sous le cylindre; la vapeur se condense; le dessous du piston, dans le cylindre, devient vide, du moins à-peu-près; d'où il résulte que le piston doit redescendre pour remonter de nouveau: ainsi de suite alternativement. Par-là, l'eau s'élève successivement dans la pompe *Q*, et finit par arriver aux réservoirs de distribution.

La chaudière, qui est sphérique par en haut et cylindrique par en bas, a 16 pieds 8 pouces de diamètre, et 12 pieds d'élévation; le cylindre *C* a 59 pouces de diamètre; la pompe *Q* a 26 pouces de diamètre; la levée du piston de la pompe *Q*, ainsi que la levée du piston du cylindre *C*, est de 8 pieds 4 pouces. La pompe *Q* fait monter l'eau par un tuyau de conduite qui a 22 $\frac{1}{2}$ pouces de diamètre, dans des réservoirs qui sont à 360 toises de la machine, et à 110 pieds d'élévation au-dessus des basses eaux de la Seine; elle produit environ 400 mille pieds cubes d'eau en 24 heures, suivant le *Prospectus* publié par les frères Perier, etc.

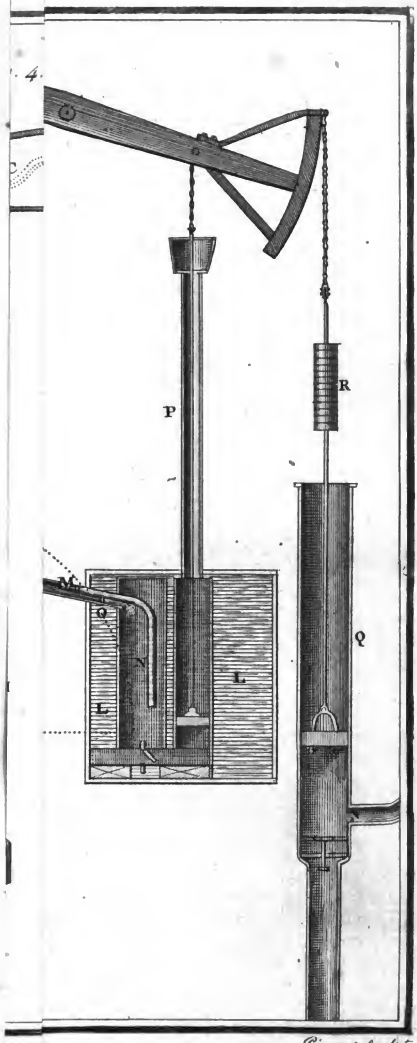
FIN.

G06967
SBN

Machine à Feu Pl.I.



NAPOLI



Picquet Sculpt.

TABLE.

Hydraulique expérimentale.

Chap. I. *Expériences préparatoires à celles qui concernent l'écoulement des fluides par des orifices,* page 2.

Chap. II. *Écoulemens des eaux qui sortent, par des orifices, de vases entretenus constamment pleins,* 20.

Chap. III. *Continuation du même sujet : écoulement par des tuyaux additionnels,* 47.

Chap. IV. *Mouvement des Eaux qui sortent d'un vase qui se vide librement. Autres sujets analogues,* 73.

Chap. V. *Application des principes précédens à des problémes d'utilité pratique,* 87.

Chap. VI. *Principes généraux du mouvement des eaux jaillissantes,* 97.

Chap. VII. *Continuation du même sujet. Usage de l'expérience et de la théorie pour l'établissement des jets d'eau,* 104.

Chap. VIII. *Du mouvement des eaux dans les tuyaux de conduite,* 127.

Chap. IX. *Continuation du même sujet : mouvement des eaux dans des tuyaux curvilignes,* 147.

CHAP. X. *Même sujet : dépenses par des orifices adaptés aux extrémités de longues conduites. Diverses Remarques sur l'établissement des conduites pour des fontaines,* 174.

CHAP. XI. *De la pression que l'eau, mue dans un tuyau cylindrique, exerce contre ses parois,* 196.

CHAP. XII. *Du mouvement des eaux dans les canaux rectangulaires,* 211.

CHAP. XIII. *Du mouvement de l'eau dans un canal de figure quelconque,* 254.

CHAP. XIV. *Recherches expérimentales sur la percussion ou la résistance des fluides,* 288.

CHAP. XV. *Expériences et Réflexions sur la résistance qu'éprouve un corps qui divise un fluide indéfini,* 304.

CHAP. XVI. *Expériences et Réflexions sur la résistance des fluides dans des canaux étroits,* 346.

CHAP. XVII. *Nouvelles Expériences sur la résistance des fluides indéfinis,* 377.

CHAP. XVIII. *Expériences et Réflexions sur le mouvement des roues mues par le choc ou par le poids de l'eau,* 411.

APPENDIX I. *Notice d'un Recueil d'Ouvrages Italiens sur le cours des eaux,* 428.

APPENDIX II. *Relation entre la vîtesse uniforme d'un mobile et la hauteur dûe à cette vitesse*, 461.

APPENDIX III. *De la Machine à Feu*, 474.

FIN de la Table.

ERRATA.

Page 65, lig. 1, tampon *lisez* ce tampon

Page 277, *à la fin du* n°. 844, *ajoutez :*

Ainsi la vîtesse du fleuve composé est exprimée par la diagonale du parallélogramme, dont les côtés expriment les vîtesses des fleuves simples.

Page 396, lig. 29, sésistance *lisez* résistance

Page 397, lig. 4, résistance de de l'eau *lisez* résistance de l'eau

AVIS AU RELIEUR.

Placez à la page 426 les neuf Planches cotées *Hydraulique expérimentale ;* et à la fin du volume les deux Planches cotées *Machine a feu.*

On trouve chez le même libraire les trois premiers volumes du Cours de Mathématiques de C. Bossut.

Les Cours de Bezout à l'usage des élèves de la Marine et de l'Artillerie ; sa Théorie des Équations.

L'Algèbre d'Euler ; celle de Maclaurin ; le Traité des Fluxions de ce dernier. La Géométrie de le Gendre. Le Traité des Sections coniques de Lhopital ; son Analyse des infiniment petits. Les Tables des Logarithmes de Callet. Le Calcul différenciel de Cousin.

L'Architecture Hydraulique de Proni ; celle de Belidor. Les Œuvres de Perronnet.

Les Récréations mathématiques d'Ozanan ; celles de Guyot, et toutes sortes d'ouvrages de Mathématiques.

Il tient tout ce qui concerne la librairie ancienne et moderne, et un assortiment des plus belles éditions des ouvrages les plus recherchés et reliés dans le dernier goût.

Il se charge de remplir toutes les demandes qu'on lui fera des départemens et de l'étranger, et d'en faire l'envoi.

Fig. 3.

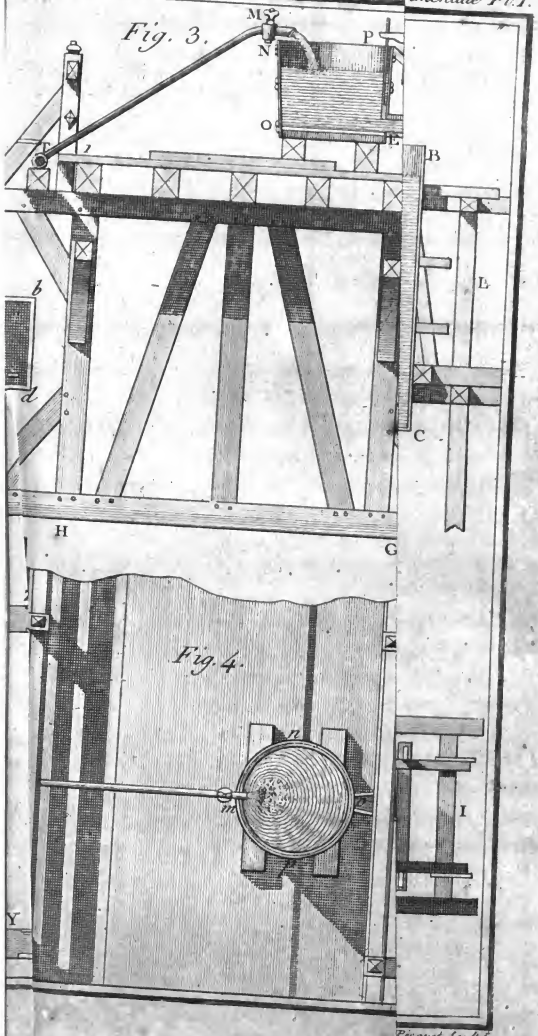


Fig. 4.

Pisquet Sculp.t

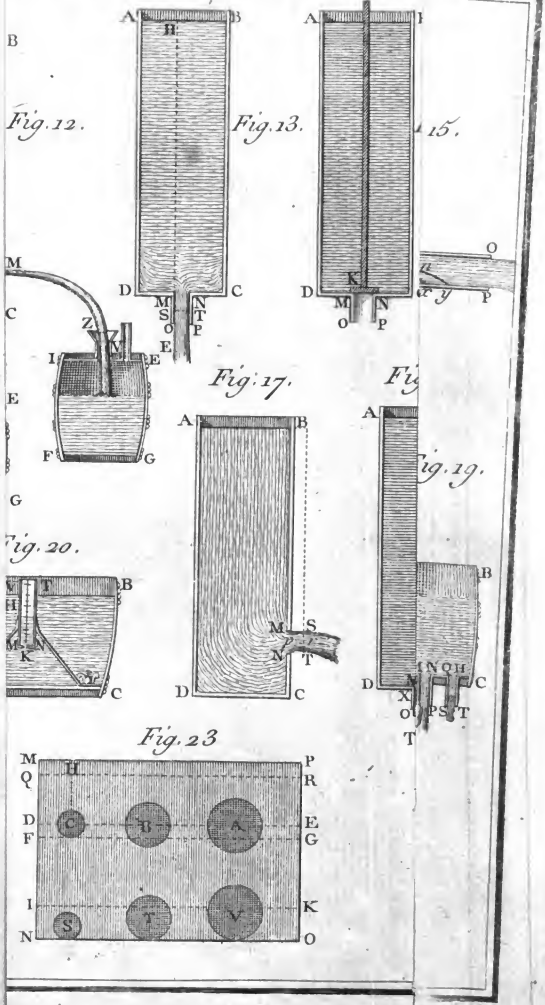


Fig. 12.
Fig. 13.
15.
Fig. 17.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 23

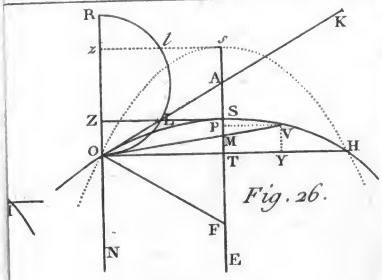
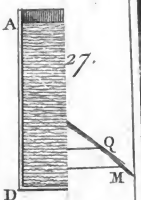


Fig. 26.



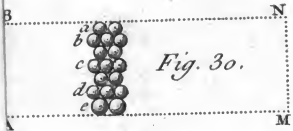


Fig. 30.

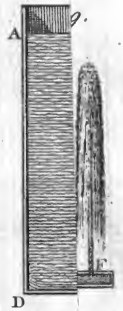


Fig. 33.

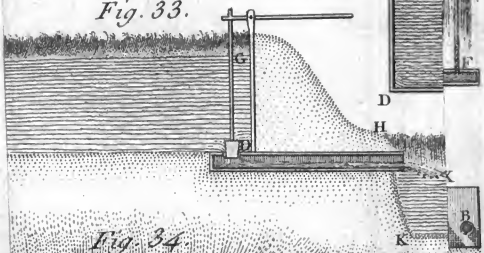
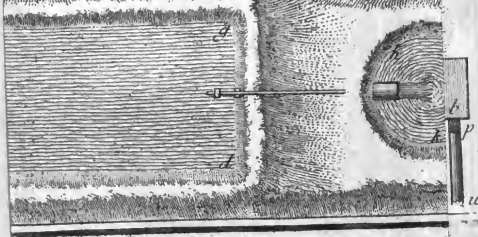


Fig. 34.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

Fig. 51.

Fig. 53.

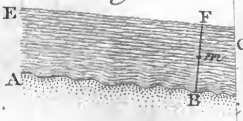
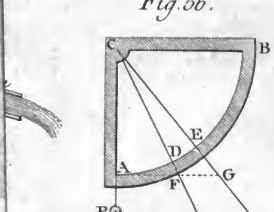


Fig. 56.



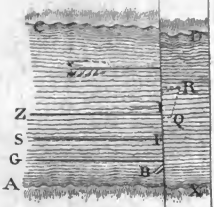
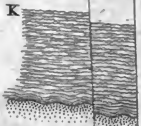


Fig.



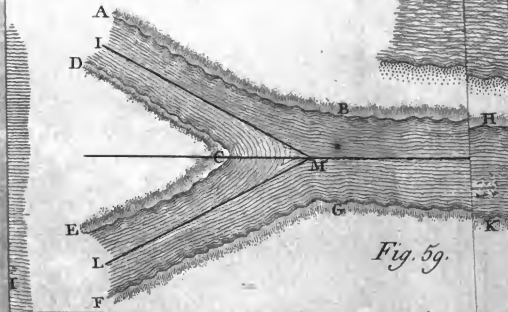


Fig. 59.

Sculpt.

Fig 62

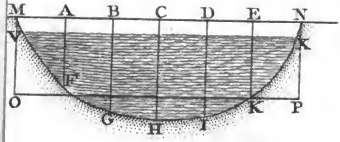


Fig. 64

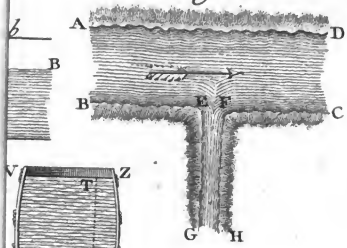


Fig. 66.

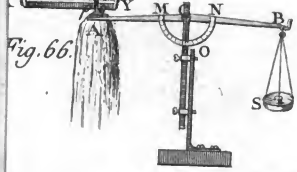
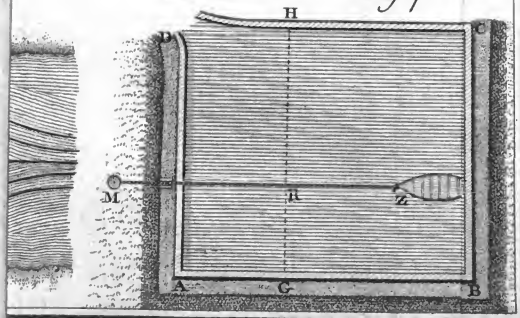
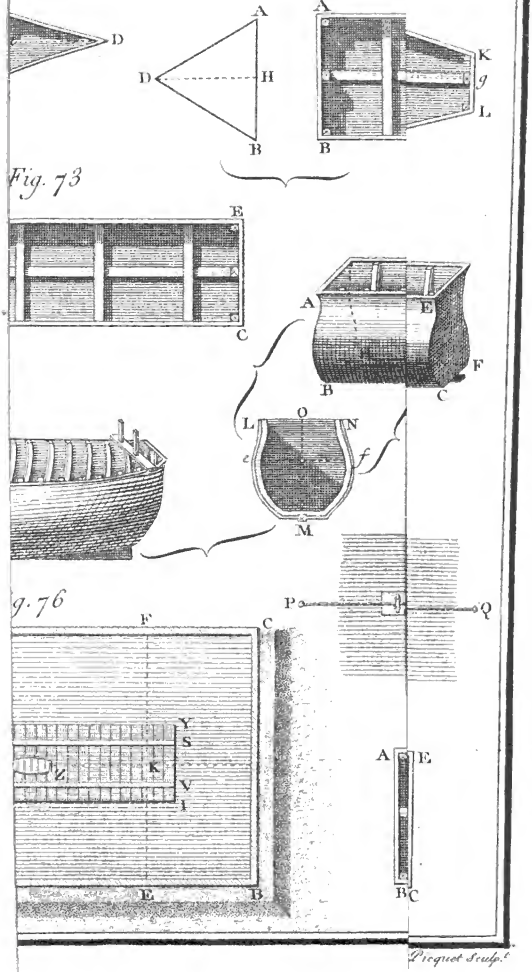


Fig. 70.



et Sculpt

NAPOLI



Picquet Sculp.t

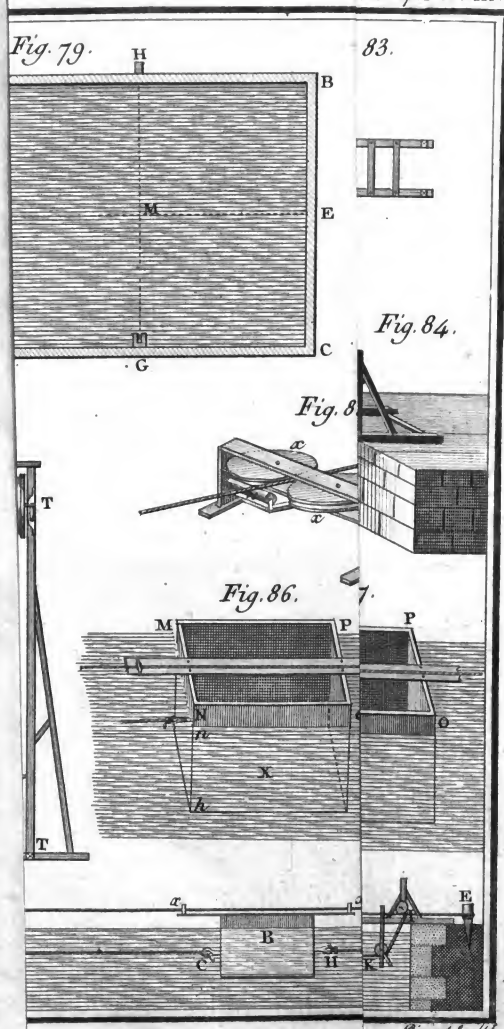


Fig. 79.
H
B
M
E
C
G
83.
Fig. 84.
Fig. 8
x
x
T
Fig. 86.
7.
M
P
P
N
O
X
T
E
B
C
H
K
Roguet Sculpt.

BIBLIOTECA NAZIONALE - VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

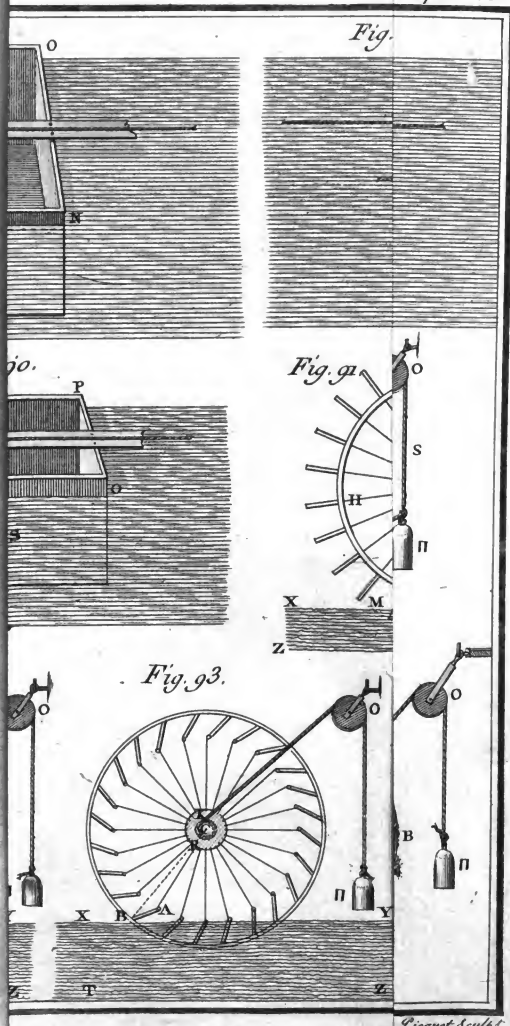


Fig.
O
N
Fig. 90.
P
O
S
Fig. 91.
O
S
H
Π
X
M
Z
Fig. 93.
O
O
O
B
Π
Π
Y
X
B
A
Z
T
Z
Piquet Sculpt.

VITTORIO EMANUELE III - BIBLIOTECA NAZIONALE - NAPOLI